



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

## Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

## À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>





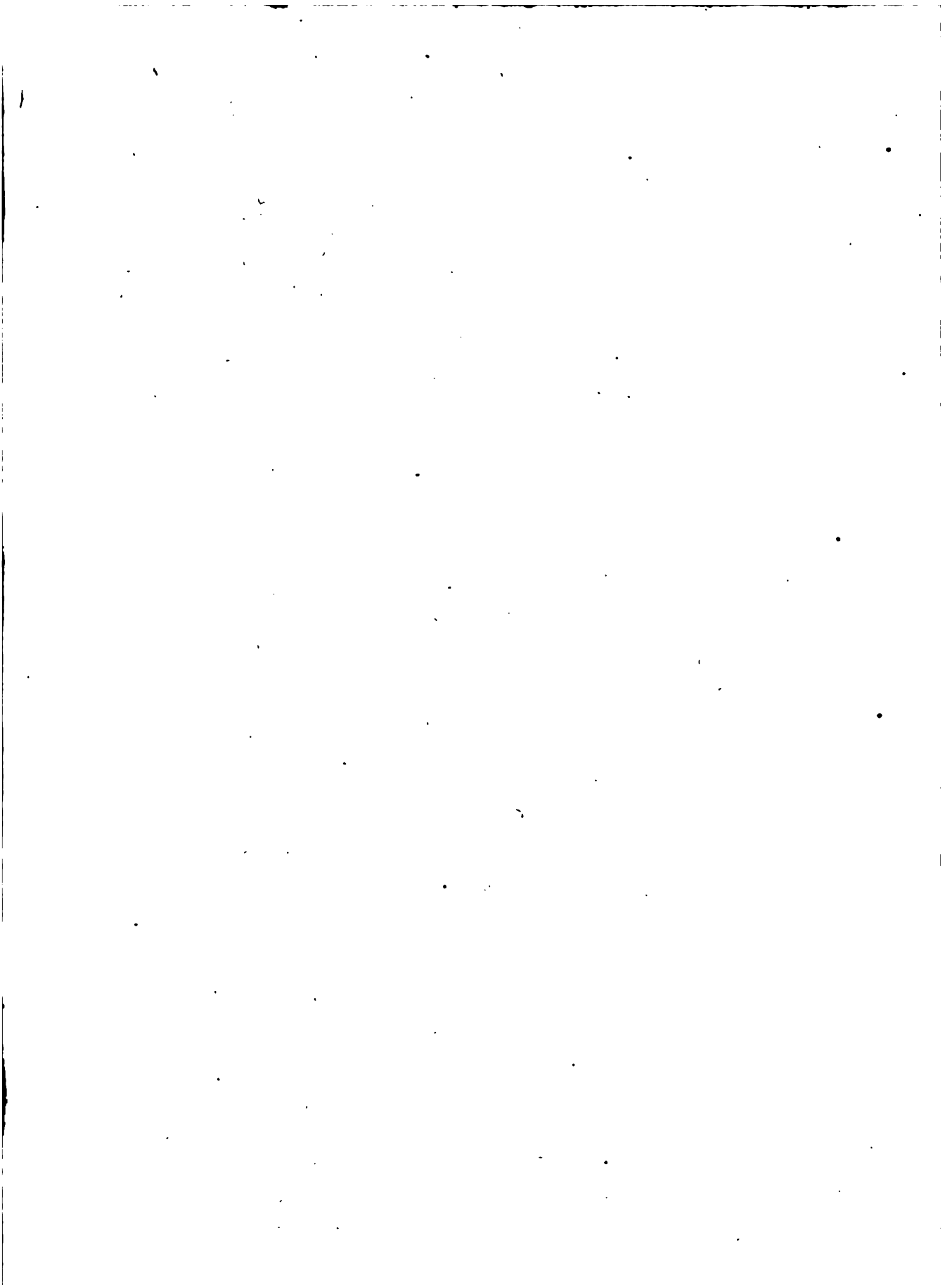






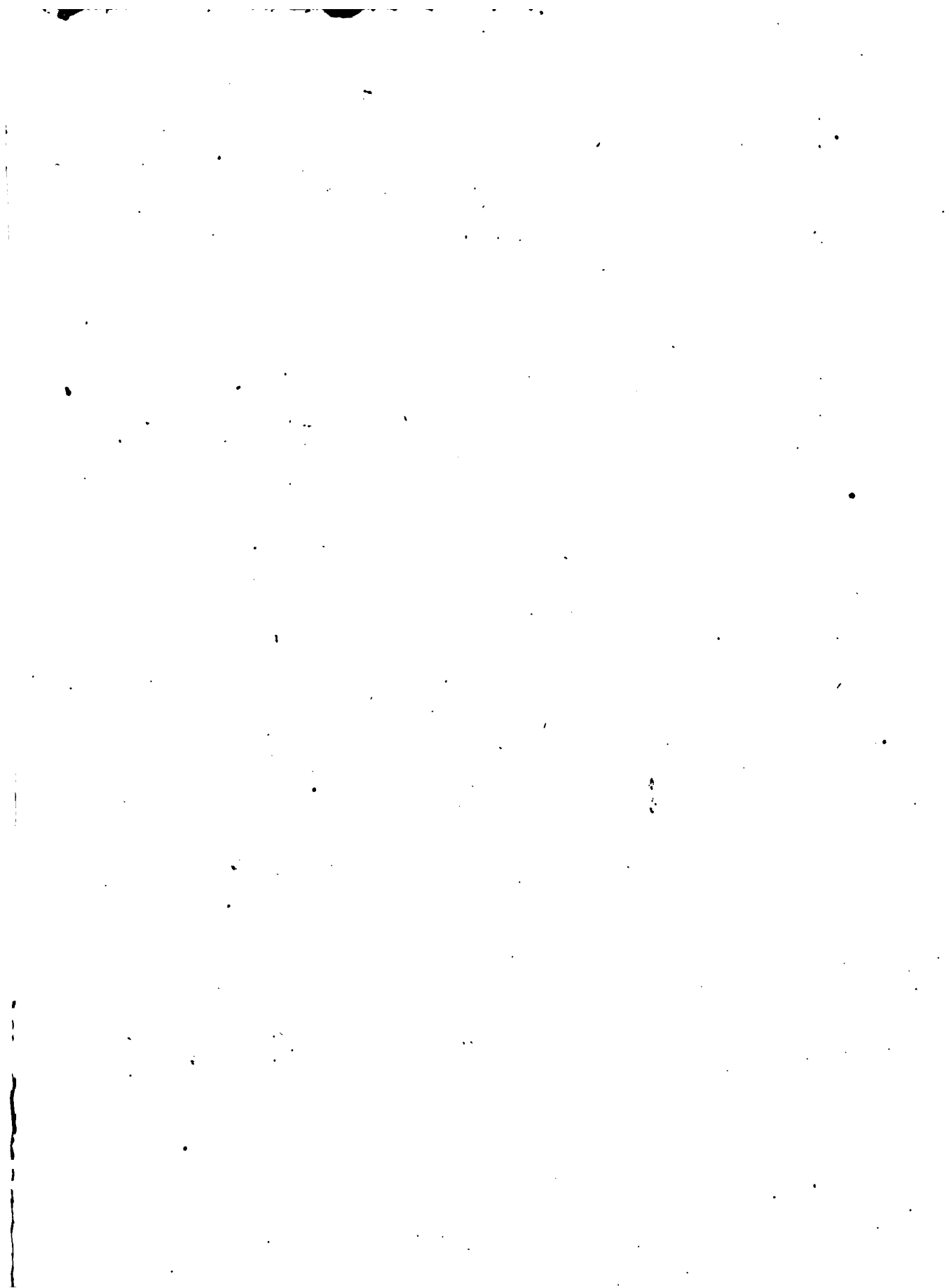
56

Soc 1991 d. 89  
1717











*Ant. Coypel pinxit.*

*Jean Baptiste Mafse sculpsit.*



HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

Année M. DCCXVII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phisique,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Academie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.  
M. DCCXIX.

---

T A B L E.

---

B O T A N I Q U E.

37

---

A L G E B R E.

*Sur le Calcul des Differences finies, & des Sommes des Suites.*

38

---

G E O M E T R I E.

*Sur le Parallelisme ou Non-parallelisme apparent des Rangées ou Allées d'Arbres.*

48

---

A S T R O N O M I E.

*Sur les Satellites en general.*

56

*Sur la distance des Etoiles fixes à la Terre, & sur leur grandeur.*

62

---

M E C H A N I Q U E.

*Sur la pression des Cilindres & des autres Corps par des Cordes.*

68

*Sur une Machine à élever de l'Eau.*

70

*Sur les principes de l'action des Fluides.*

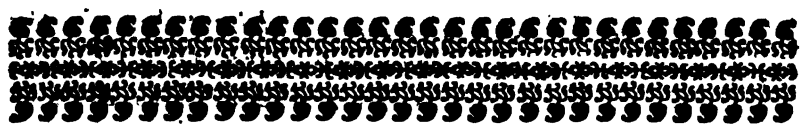
73

*Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1717.*

83

*Eloge de M. Ozanam.*

86



# T A B L E

P O U R

## LES MEMOIRES

*O*bservations Meteorologiques faites à l'Observatoire Royal pendant l'année 1716. Par M. DE LA HIRE. Page 1

*Traité du Calcul des Differences finies.* Par M. NICOLE. 7

*Observations d'une Lumiere horizontale.* Par M. MARALDI. 22

*Premier Memoire sur le Nitre.* Par M. LEMERY. 31

*Observations de l'Eclipse de Lune, arrivée le vingt-septième jour de Mars au matin 1717, à l'Observatoire Royal.* Par M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE. 52

*Observation de l'Eclipse de Lune, faite à l'Observatoire Royal le 27 de Mars 1717 au matin.* Par M. CASSINI. 54

*Observation de l'Equinoxe du Printemps de cette année 1717.* Par M. DE LA HIRE. 56

*Construction d'un Micrometre universel pour toutes les Eclipses de Soleil & de Lune, & pour l'Observation des Angles.* Par M. DE LA HIRE. 57

*Description d'une Machine pour élever des Eaux.* Par M. DE LA FAYE, 67

*Histoire du Kali d'Alicante.* Par M. DE JUSSIEU. 73

*Recherche des Dates de l'Invention du Micrometre, des Horloges à Pendule, & des Lunettes d'approche.* Par M. DE LA HIRE. 78



# T A B L E.

<i>Lignes suivant lesquelles des Arbres doivent être plantés, pour être vus deux à deux aux extrémités de chaque ordonnée à ces lignes, sous des angles de sinus donnés, par un œil donné de position arbitraire au dessus du plan sur lequel on veut planter ces Arbres. Par M. VARI- GNON.</i>	88
<i>Second Memoire sur le Nitre. Par M. LEMERY.</i>	122
<i>Des Mouvements apparents des Planetes, &amp; de leurs Satel- lites à l'égard de la Terre. Par M. CASSINI.</i>	146
<i>Observations sur le Coquillage appelé Pinne Maritime, ou Na- cre de Perles; à l'occasion duquel on explique la forma- tion des Perles. Par M. DE REAUMUR.</i>	177
<i>Pressions des Cylindres &amp; des Cones droits, des Spheres &amp; des Sphéroïdes quelconques, serrés dans des Cordes roulées autour d'eux, &amp; tirées par des poids ou des puissances aussi quelconques. Par M. VARIIGNON.</i>	195
<i>Description d'une Valvule singuliere de la Veine-cave infé- rieure; à l'occasion de laquelle on propose un sentiment nouveau sur la fameuse question du TROU OVALE qui semble également appuyé par les preuves favorables aux deux opinions contraires. Par M. WINSLOW.</i>	211
<i>Du changement des Sels acides en Sels alkalis volatiles uri- neux. Par M. GEOFFROY l'Aîné.</i>	226
<i>Construction d'une Horloge qui marque le Temps vrai avec le moyen. Par M. DE LA HIRE.</i>	239
<i>Sur la Volatilisation vraie ou apparente des Sels fixes. Par M. LEMERY.</i>	246
<i>De la grandeur des Etoiles fixes, &amp; de leur distance à la Terre. Par M. CASSINI.</i>	256
<i>Description de deux nouvelles Especes de LAMIVUM, cul- tivées au Jardin du Roy. Par M. DANTY d'IGNARD.</i>	268
<i>Remarques sur l'Aimant. Par M. DE LA HIRE.</i>	275
<i>Observations sur un Fœtus monstrueux qui n'avoit qu'un Oeil. Par M. LITTRE.</i>	285

# T A B L E:

<i>Observations de l'Eclipse de Lune arrivée le vingtième jour de Septembre au soir 1717 à l'Observatoire Royal. Par M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE.</i>	288
<i>Observation de l'Eclipse de Lune faite le 20 Septembre 1717. Par M. MARALDI.</i>	292
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717. Par M. CASSINI.</i>	295
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717, au soir, faite à Montmartre. Par M. DELISLE le Cadet.</i>	299
<i>Crics nouveaux. Par M. DALESME.</i>	301
<i>Observation de l'Eclipse d'Aldebaram par la Lune, faite le 25 Septembre 1717 Par M. MARALDI.</i>	304



On a vu, dans les pages précédentes, que les  
chiffres de la population de la France ont  
augmenté de 10 millions depuis 1800. On a vu  
aussi que les chiffres de la population de la  
France ont augmenté de 10 millions depuis 1800.  
On a vu, dans les pages précédentes, que les  
chiffres de la population de la France ont  
augmenté de 10 millions depuis 1800. On a vu  
aussi que les chiffres de la population de la  
France ont augmenté de 10 millions depuis 1800.



**HISTOIRE**





# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXVII.



### PHYSIQUE GENERALE.

#### *SUR LES PIERRES DE FLORENCE.*



L arrive presque toujours dans la Nature que les mêmes choses se passent, ici en grand & fort sensiblement, là en petit & d'une manière imperceptible, & les meilleures explications sont celles qui transportent aux phénomènes délicats les causes que l'on a connues dans ceux qui étoient plus grossiers. M. de la Faye avoit observé

*Hist. 1717.*

. A

que les Pierres à Rasoir, que l'on tire d'une Carrière de Lorraine où elles sont sur une espece d'Ardoise, sont quelquefois mêlées de veines noires qui les rendent moins propres au Rasoir, parce que la matiere de ces veines différente de celle de la Pierre empêche qu'il n'y coule assés également & assés librement ; il avoit conçu que ces veines, qui penetrent toute la substance blanche ou jaunâtre de la pierre, devoient venir de l'Ardoise qui étant encore assés liquide, car toutes les pierres l'ont été, dans le temps que la pierre à Rasoir se durcissoit, avoit jetté dans cette pierre une matiere étrangere, qui s'étoit insinuée dans toutes les fentes où interstices ouverts, & que la cause du mouvement par lequel la matiere de l'Ardoise avoit monté dans la pierre étoit la compression de la terre superieure, qui en pesant sur l'une & l'autre matiere encore liquide, avoit obligé celle qui l'étoit le plus à monter dans celle qui l'étoit le moins, & à la penetrer autant qu'il étoit possible.

On voit que cette explication fort vrai-semblable en elle-même est assés generale, & se peut aisément appliquer à tous les faits pareils. Aussi M. de la Faye l'applique-t'il aux Pierres de Florence, où l'on voit des Plantes, des Arbres, des Châteaux, des Clochers, quelquefois des figures geometriques. Tout cela, ce ne sont que des veines, mais très fines & très finement ramifiées, d'une matiere étrangere qui s'est insinuée dans la substance de la pierre, comme celle de l'Ardoise dans la Pierre à Rasoir.

Selon cette idée les representations les plus ordinaires doivent être des Plantes, parce qu'il est fort naturel que la matiere étrangere qu'on suppose plus fluide que la pierre se divise & se subdivise en un grand nombre de petits courants, qui auront l'air de rameaux. Et il ne faut pas croire que ce puissent être de veritables Plantes qui aient laissé leur empreinte dans les Pierres de Florence, car ces representations les penetrent dans toute leur épaisseur, ce que de veritables Plantes n'auroient pas fait ; ces Tableaux

ne sont pas à beaucoup près de la même perfection que ceux qui ont été faits sur les Originaux, & le plus souvent les prétendues branches ne sont pas des filets continus, mais seulement ponctués; enfin des Châteaux n'ont pas laissé là leur empreinte, & il faut bien que les hazards du cours de la matiere étrangere en ayant produit les apparences imparfaites, que nôtre imagination favorise volontiers.

### *SUR UNE LUMIERE HORIZONTALE.*

**L**A Lumiere dont nous avons parlé en 1716 \*, & V. les M. que nous appellions Septentrionale, ne doit plus p. 22. porter ce nom, mais celui d'Horizontale, on en verra bien-tôt la raison. \* p. 6. & suiv.

M. Maraldi a revû le 15 & le 16 Decembre 1716, & le 6, 9, 10 & 11 Janvier la même Lumiere qu'il avoit vûe en Avril 1716, toujours semblable à l'Aurore en clarté, blanchâtre, transparente de sorte qu'on voit les Fixes au travers, élevée au dessus des nuages, puisqu'ils la cachent en passant, mais renfermée dans l'Atmosphere de la Terre, puisqu'on ne la voit point participer au mouvement des Etoiles d'Orient en Occident, ce qui se reconnoît en ce qu'elle est immobile à leur égard.

Mais cette lumiere qui en Avril 1716 n'étoit étendue que sur 80 degrés de l'Horison du côté du Nord, l'a été davantage dans les dernieres Observations, & même a occupé le tour de l'Horison entier. Elle s'est élevée en certains endroits jusqu'à 20 degrés; elle a toujours été parfaitement tranquille, au lieu qu'en Avril 1716 elle étoit souvent traversée par d'autres lumieres passageres qui s'élevoient verticalement au dessus d'elle, principalement lorsqu'elle fut vûe au mois de Mars 1716 en Angleterre, où ce phenomene fut dans une agitation très bisarre & continuelle. Enfin la lumiere du mois d'Avril ne dura

#### 4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

pas plus de deux heures dans une même nuit, & celle des mois de Decembre & Janvier suivans parut pendant les nuits entieres, quand le Ciel fut serein.

Il y a même beaucoup d'apparence que celle qui paroïsoit pendant deux nuits consecutives avoit toujours duré sans interruption, & n'avoit été effacée que par le jour; & qui sçait si cela ne peut pas être poussé plus loin, c'est-à-dire, si elle n'a pas duré depuis le 15 Decembre 1716 jusqu'au 11 Janvier suivant, temps extrêmes des Observations!

Par toutes les Observations pareilles répandues dans les Auteurs tant anciens que modernes, & que M. Maraldi a recueillies avec soin, il paroît que ce phenomene, assés independant de la saison de l'année, tient à un temps qui soit chaud pour la saison & sec. Le phenomene doit plutôt suivre ce temps & en être l'effet que le précéder & l'annoncer, car il semble ne pouvoir être formé que par des exhalaisons sulphureuses qui se seront élevées plus haut qu'à l'ordinaire, qui pendant une assés longue secheresse n'auront point été détrempées par des vapeurs aqueuses, se seront amassées en grande quantité, & enfin auront pris feu. Il sera fort naturel que cet amas de soufres cause de la chaleur dans l'air avant que de s'enflammer, ou du moins adoucisse le froid de l'Hiver; des exhalaisons nitreuses feroient un effet contraire.

Il se fait donc un grand incendie dans une region assés élevée de l'Atmosphere, & s'il peut durer un mois, il faut que les matieres qui le forment ou soient en une prodigieuse quantité, ou ne s'enflamment que fort successivement, ou se consomment bien lentement, ou plutôt tous les trois ensemble.

Cette Lumiere qui est à Paris une grande bande horizontale est necessairement pour quelque autre Lieu une bande verticale. S'il y avoit par tout des Observateurs, le phenomene auroit été vû sous cette derniere apparence. Mais combien d'autres choses nous échappent faute d'Ob-



servateurs ! Il n'y a eu ici que des Astronomes qui se soient aperçus de la dernière Lumière horizontale.

## SUR UN PHENOMENE DE L'AIMAN.

**L**Es phenomenes de l'Aiman sont si singuliers & en V. les M. si grand nombre, qu'il est difficile d'en apporter quel- p. 275. qu'un qui surprenne, tant on y est préparé ; cependant en voici un dont on ne peut guere s'empêcher d'être surpris, parce qu'il semble renverser ce principe si évident, que le plus foible ne peut l'emporter sur le plus fort.

On mesure la force d'un Aiman par sa sphere d'activité, c'est-à-dire, par le plus ou le moins de distance où il peut se faire sentir à une Aiguille, & agir sur elle. Si on approche un morceau de Fer du pole d'un Aiman, & principalement du Meridional qui passe pour le plus puissant en ces pays-ci, le Fer s'y attache, & en quelque sorte s'y cole, desorte qu'on sent beaucoup de resistance à le détacher. Qu'on applique à ce Fer un autre Aiman plus foible que le premier par le pole qui convient, c'est-à-dire, par le pole contraire à celui du premier Aiman qu'il regarde, le Fer s'attache aux deux Aimans par ses deux faces opposées. En cet état, si on fait mouvoir le second Aiman en l'éloignant du premier, souvent il emporte avec lui le Fer qui lui demeure attaché, & par consequent il l'enleve au premier Aiman, quoi-que plus fort. Il faut dans cette experience que le mouvement qu'on donne au second Aiman & par consequent au Fer, soit horizontal, afin que la pesanteur du Fer ne s'y oppose ni ne le favorise, & qu'il se fasse sur un plan fort uni, comme sur une glace, pour n'avoir point à craindre les frottements.

M. de la Hire prouve que cet avantage de l'Aiman foible sur le fort n'est qu'apparent, & il démêle la réalité,

6 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
dont les principes sont un peu envelopés.

Les endroits les plus forts d'un Aiman doivent être ceux où la matiere magnetique, qui forme un Tourbillon autour de la Pierre, est en plus grande abondance, ce sera là certainement où elle aura le plus d'action sur le Fer. Il n'est pas libre de la supposer en plus grande abondance où l'on veut, & selon le besoin d'une explication; on la voit à l'œil, pour ainsi dire, du moins on voit ce qui la represente parfaitement. On sème sur un papier de la limaille d'Acier dans la quantité necessaire pour n'y faire qu'une simple surface, on met ce papier sur un Aiman, & on voit aussitôt la limaille s'arranger d'elle-même autour de l'Aiman selon le cours d'une matiere invisible qui est celle dont se forme le Tourbillon. La limaille represente la direction de la matiere magnetique par celle qu'elle prend, & son abondance inégale en differents endroits par y être plus ou moins serrée. On voit les filets de limaille plus ferrés vers les poles de l'Aiman, la matiere magnetique y est donc en plus grande abondance, & en moindre vers le milieu ou l'Equateur de la Pierre.

Armer un Aiman, c'est attacher à ses deux poles deux plaques d'Acier, & cela augmente sa force. Il paroît par plusieurs experiences que la matiere magnetique passe avec plus de liberté dans les pores du Fer que dans ceux de l'Aiman même, apparemment parce que le Fer est d'une matiere moins roide que l'Aiman qui est une pierre, & enfin il est sûr que la matiere magnetique circule dans le Fer avec une extrême facilité. Cette facilité fait qu'elle se porte avec abondance dans les armures appliquées aux poles de l'Aiman, & cela est si vrai, que les armures elles-mêmes ont leurs especes de poles qu'on appelle leurs *têtes*, où elles ont beaucoup plus de force que dans les autres endroits.

Cela posé, dans le phenomene dont il s'agit, le Fer mis au pole de l'Aiman le plus fort, & l'Aiman foible qui s'est attaché à ce Fer, ne font tous deux ensemble qu'une

espece d'armure du premier Aiman dont ce pole est devenu plus fort. Le second Aiman est donc aussi plus fort qu'il n'étoit par lui-même, entant qu'il fait partie du premier, & il en fait partie tant qu'il est dans la sphere d'activité. C'est par cette force étrangere qu'il enleve le Fer au premier Aiman, mais quand il a été éloigné de cet Aiman jusqu'à un certain point, c'est-à-dire, quand il est sorti de son Tourbillon, il est tout à coup abandonné par le Fer qu'il ne peut plus soutenir, ce qui prouve très sensiblement l'explication de M. de la Hire. Elle est aussi prouvée aux yeux par l'arrangement que prend la limaille lorsque les deux Aimans & le Fer sont unis. La limaille se couche presque en ligne droite & parallelement contre ce Fer, qui est une verge, marque sûre qu'il y a un torrent de matiere magnetique sortie du premier Aiman, qui enfle toute la verge de Fer selon sa longueur sans perdre de sa force par d'autres directions, & qui par consequent a toute celle dont elle est capable.

La fausse merveille dispaçoit donc; non que ce phenomene & une infinité d'autres qui appartiennent à l'Aiman ne soient toujours admirables, mais c'est bien assés que de les empêcher de détruire les principes les plus clairs & les plus établis.

## DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

### I.

**V**OICI encore un petit Aiman. C'est une Pierre qu'on trouve dans une Riviere de l'Isle de Ceylan, grande comme un denier, plate, orbiculaire, épaisse d'environ une ligne, brune, lisse & luisante, sans odeur & sans goût, qui attire & ensuite repousse de petits corps.

## 8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

legers, comme de la Cendre, de la limaille de Fer, des parcelles de papier. M. Lémery la fit voir. Elle n'est point commune, & celle qu'il avoit coûté 15 livres.

Quand une Aiguille de Fer a été aimantée, l'Aiman en attire le pole Septentrional par son pole Meridional, & par ce même pole Meridional il repousse le Meridional de l'Aiguille, ainsi il attire ou repousse différentes parties d'un même corps selon qu'elles lui sont présentées, & il attire ou repousse toujours les mêmes. Mais la Pierre de Ceylan attire & ensuite repousse le même petit corps présenté de la même manière, & c'est en quoi elle est fort différente de l'Aiman. Il semble qu'elle ait un Tourbillon qui ne soit pas continu, mais qui se forme, cesse, recommence d'instant en instant. Dans l'instant où il est formé les petits corps sont poussés vers la Pierre, il cesse, & ils demeurent où ils étoient, il recommence, c'est-à-dire, qu'il sort de la Pierre un nouvel écoulement de matière analogue à la magnetique, & cet écoulement chasse les petits corps. Il est vrai que selon cette idée les deux mouvements contraires des petits corps devroient se succéder continuellement, ce qui n'est pas, car ce qui a été chassé n'est plus ensuite attiré. Mais ce qu'on veut qui soit attiré on le met assés près de la Pierre, & lorsqu'ensuite elle repousse ce corps, elle le repousse à une plus grande distance. Ainsi ce qu'elle a une fois chassé elle ne peut plus le rappeler à elle, ou, ce qui est la même chose, son Tourbillon a plus de force pour chasser en se formant que pour attirer quand il est formé,

### II.

M. Geoffroy le cadet apprit à l'Academie que le 4 Janvier au Quesnoy, le temps étant fort couvert, les nuages baissèrent au point qu'ils paroissent toucher les maisons, qu'un Tourbillon ou Globe de feu parut dans le nuage au milieu de la Place, alla avec l'éclat d'un coup de Canon se briser contre la Tour de l'Eglise, & se répandit sur la Place comme une pluie de feu, après quoi la même chose arriva



## DES SCIENCES.

arriva encore au même lieu. On peut juger de l'effroi des spectateurs.

### III.

Dans la Cour de l'Hôtellerie du passage de Plougastel entre Brest & Landernau il y a un Puits dont l'eau monte quand la Mer qui est fort proche descend, & au contraire descend quand la Mer monte. Cela est si fort établi dans le Pays comme un prodige, que M. Robelin, habile Mathématicien, l'a crû digne qu'il l'examinât, & il en a envoyé à l'Academie une relation avec une explication fort simple. Le fond du Puits est plus haut que le niveau de la basse Mer en quelque Marée que ce soit, de-là il arrive que l'eau du Puits qui peut s'écouler s'écoule, ou que le Puits descend tandis que la Mer commence à monter, ce qui dure jusqu'à ce qu'elle soit arrivée au niveau du fond du Puits, après cela tant que la Mer continuë de monter le Puits monte avec elle. Quand la Mer se retire, il y a encore un temps considerable pendant lequel un reste de l'eau de la Mer qui est entré dans les terres les penetre lentement & tombe successivement dans le Puits qui monte encore, quoi-que la Mer descende. Cette eau se filtre si bien dans les terres, qu'elle y perd sa salure. Quand elle est épuisée, le Puits commence à descendre, & la Mer acheve. Comme ce Puits, qui n'a pas été creusé jusqu'à l'eau vive, & qui n'est revêtu que d'un mur de pierre sèche, reçoit aussi des eaux d'une Montagne voisine quand la pluye a été abondante, il faut avoir égard aux changements que ces eaux peuvent apporter à ce qui ne dépend que de la Mer. Elles l'empêchent de tarir entièrement en Hiver quand la Mer est basse. Il sèche quelquefois en Eté faute de ce secours, & parce que toute l'eau de la Mer est bûë par une terre trop aride.

### IV.

Le 16 Juin vers les 8 ou 9 heures du matin à Agde, qui est vers l'embouchure de l'Erault, cette Riviere baissa tout d'un coup & à tel point que le Pont de Bateaux

*Hist. 1717.*

. B

s'affaissa, & qu'on fut obligé de lâcher les Chaines & les Cables qui le retenoient. Cet abaiffement qui parut aux yeux très confiderable à cause du talus du rivage, & du grand retreciffement du lit de la Riviere, ne fut pourtant que de 6 pieds. La hauteur ordinaire des eaux dans le Port d'Agde est d'environ 22. Elles demeurerent un quart d'heure dans cet abaiffement, après quoi elles se remirent à hauffer fort vite pendant un autre quart d'heure. Elles furent d'abord d'un pied plus hautes qu'elles n'avoient été, mais un moment après elles reprirent leur premier niveau. Ce pied de plus en hauteur ne fut que l'effet de la rapidité de leur retour. L'après midi du même jour il arriva un autre abaiffement, mais moins confiderable. Dans l'un & dans l'autre, quand les eaux revenoient, elles étoient salées, & par consequent elles venoient de la Mer.

Les circonstances qui ont accompagné le grand abaiffement, & le retour des eaux, sont un petit vent qui varia du Nord-Est au Sud-Est & au Nord-Oüest, un petit calme, & un peu de pluye. Il avoit plu aussi la nuit précédente.

L'eau de la Mer ne se mêle avec celle de la Riviere, ni lorsque le vent est Nord-Oüest & frais, parce qu'il jette les eaux de la Riviere dans la Mer, ni lorsque la Riviere est grosse, parce qu'alors elle est au dessus du niveau de la Mer. Mais lorsque le vent est au Sud-Est, & au Sud-Oüest, il pousse les eaux de la Mer vers la Riviere, & on l'appelle *pleine*, parce que l'eau y est plus haute d'un pied & demi ou deux pieds qu'à l'ordinaire, & alors elle est salée.

Les eaux de la Mer & celles de l'Erault à Agde sont ordinairement au même niveau à peu près. On compte depuis l'embouchure jusqu'au Pont de Bateaux 1750 toises.

Il n'y a aucun flux ni reflux sensible sur les Côtes d'Agde.

Il y a eu autrefois à Agde de pareils abaiffements. On

en a vû arriver un en Février, mais communément ce n'est qu'en Juin, Juillet & Août. Quelquefois il y en a eu jusqu'à 3 ou 4 en un jour. Quelques Matelots disent qu'ils ont essuyé alors des tempêtes, & qu'il y avoit plusieurs Courants à la Mer.

C'est à M. de Mairan que l'Academie doit cette relation. Il semble qu'on peut assés naturellement attribuer ce phenomene à un tremblement de terre qui n'aura été qu'au fond de l'embouchure de la Riviere & de la Mer. Il aura tout d'un coup abaissé le terrain qui portoit la Riviere, & l'aura ensuite relevé, & remis dans son premier état.

## V.

Le même M. de Mairan envoya à l'Academie la relation d'une Corne de Bœuf qui paroissoit avoir vegeté en terre, & il l'a fait voir à la Compagnie depuis qu'il en est membre. Cette Corne fut arrachée de terre avec la Charruë par un Laboureur près de la Ville de Beziers. De sa base partoient un nombre prodigieux de filets qui avoient l'air de racines fraîches, succulentes & pleines de vie dans les premiers temps, & faisoient naître d'abord l'idée d'une vegetation. Mais en les examinant de plus près M. de Mairan se desabusa de cette idée. Elles étoient cilindriques, creuses, lissées par leur surface interieure, dont on détachoit aisément des filets soyeux après les avoir un peu laissé tremper dans l'eau. Elles rendoient sur le feu une odeur de corne brûlée, & les dissolvants Chimiques faisoient sur elles à peu-près le même effet que sur de la corne. Tout cela prouve que ces fausses racines étoient une vraye production animale. Quelques Insectes inconnus & souterrains qui font des Coques comme les Chenilles se seront amassés en grand nombre autour de la Corne, se seront nourris de sa substance, & y auront attaché leurs Coques qu'ils auront ensuite filés & bâties à leur maniere. Il s'ensuit de-là qu'elles ont dû être nécessairement creuses. Les Insectes en seront peut-être sortis

*Voyez la  
Figure,*

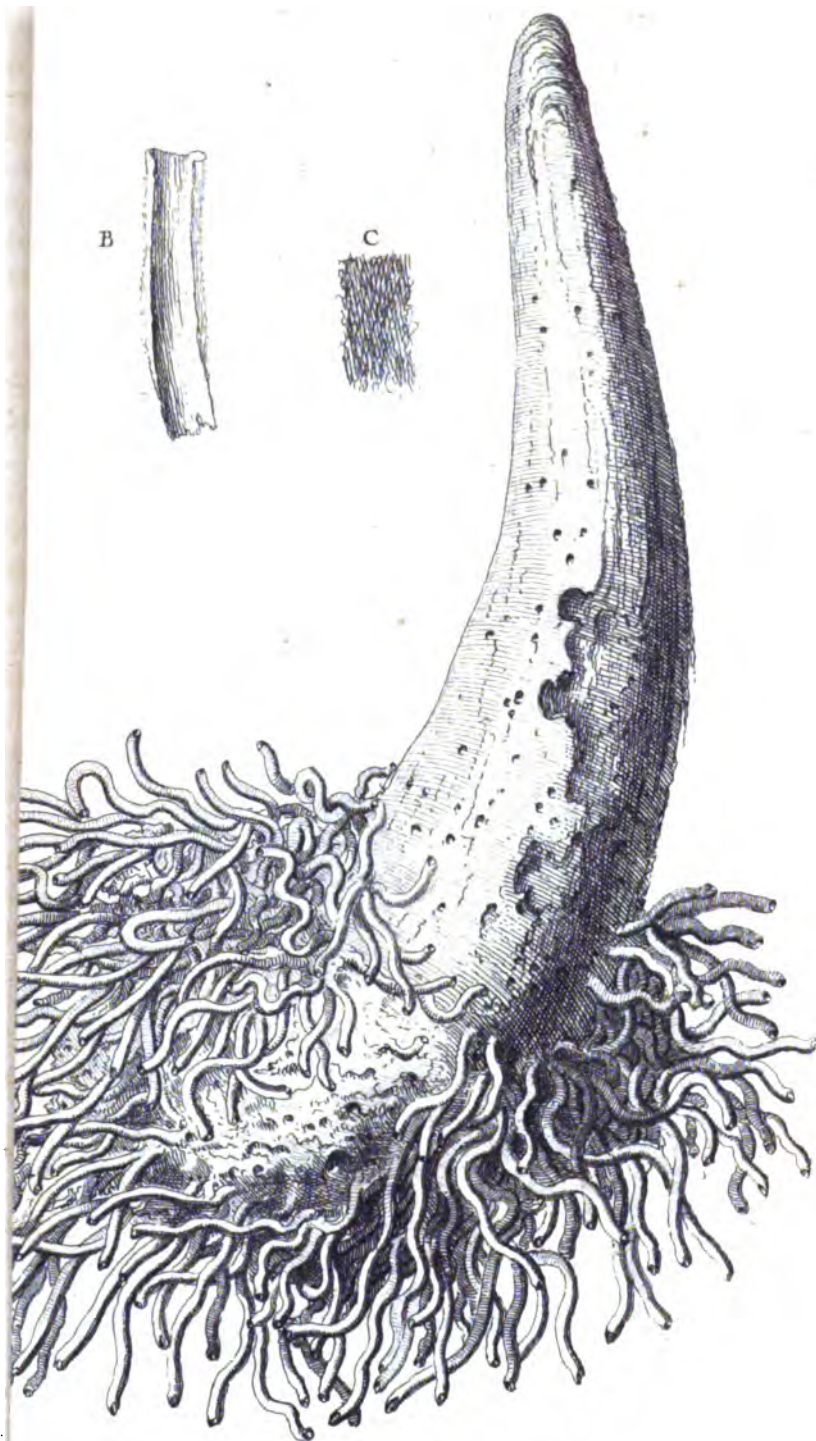
sous quelque autre forme, ainsi que tant d'autres qui ne bâtissent des Coques que pour se préparer à leur métamorphose. Tout le reste convient évidemment à cette explication. Cependant M. de Mairan avoue qu'il a mis d'autres Cornes en terre, & qu'il ne leur est arrivé rien de pareil, quoi-qu'il ait varié l'expérience de plusieurs façons. Il n'y a vû ni apparences de racines, ni coques d'Insectes. Seulement il a vû que celles qui étoient demeurées exposées à l'air étoient rongées d'un Insecte velu fait à peu-près comme une petite Chenille d'une ou deux lignes de longueur, mais qui a des jambes & marche assés vite. C'est le même Animal qui ronge l'Ecaille & les Cheveux humains.

## VI.

Le 15 Octobre à 10 heures & demie du soir M. de la Hire le fils vit un Rayon de lumière blanche & assés vive d'environ 2 degrés de largeur sur 5 à 6 de hauteur, qui paroissoit directement au Nord derriere des nuages épais élevés sur l'horison d'environ 15 degrés. Il étoit semblable à ceux que forme la lumière du Soleil caché derriere des nuages, lorsqu'elle passe entre deux plans differents de ces nuages, & qu'elle y rencontre des traînées de vapeurs qu'elle éclaire, & qui sont exposées à nos yeux.

Ce Rayon de lumière fut une minute à s'élever, & demeura immobile pendant 4 ou 5 autres, après quoi il commença à s'élargir, & s'étendit en 3 ou 4 minutes dans un espace de 20 à 25 degrés en partie à l'Est, en partie à l'Oüest, & rendit tout cet espace beaucoup plus clair, aussi-bien que quelques nuages qui étoient à ses extrémités. Ensuite cette lumière vint à s'affoiblir toujours du milieu vers ses bords, de sorte qu'elle fut entièrement éteinte au milieu, tandis que vers les bords elle étoit encore assés forte.

Ce phenomene étant fini, il en reparut à 10 heures trois quarts au même endroit un autre tout pareil, & pour la figure, & pour le progrès, & pour la fin.



*grandeur naturelle B. le meme ouvert avec des ciseaux  
avec le microscope*



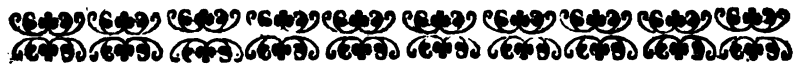


Il est facile de voir par la situation où étoit alors le Soleil qu'il n'avoit nulle part à ces effets. On ne peut non plus les rapporter à la Lune, quoi-qu'elle eût 11 jours & fût assés haute sur l'horison ; l'étenduë de ces lumieres, leur accroissement successif & leur maniere de décroître, tout cela ne convient qu'à des exhalaisons qui se seront enflammées dans l'air, & y convient si juste, ainsi qu'il est aisé de le voir, qu'on ne sçauroit chercher d'autres causes. Ces lumieres sont en petit ce que sont en grand les lumieres horisontales dont nous avons parlé dans cette Histoire & dans la précédente.

---

Nous renvoyons entierement aux Memoires  
Le Journal des Observations de M. de la Hire V. les M.  
pendant l'année 1716. p. 1.





## ANATOMIE.

---

 SUR LES DESCENTES OU HERNIES  
DE VESSIE.

\* p. 18.

CE sujet a déjà été traité dans l'Histoire de 1713 \*. M. Méry a cru que la Hernie de Vessie, dont les Auteurs n'ont point encore parlé, étoit assés rare pour ne pouvoir être qu'un vice de conformation, & en effet la raison qui l'a frappé est très propre à frapper tout le monde. La Vessie pleine d'urine est trop grosse pour passer par les Anneaux par où un Intestin passe, sa figure ne le permet point, & elle est trop fortement attachée de tous côtés pour pouvoir tomber dans le Scrotum.

Cependant M. Petit croit que la Hernie de Vessie peut aussi-bien que celle d'Intestin ou d'Epiploon avoir des causes accidentelles. Ce sont la suppression d'urine & les grossesses.

Ce n'est pas dans le temps où la suppression d'urine dilate excessivement la Vessie qu'elle peut passer par les Anneaux, elle y est certainement moins disposée que jamais, mais c'est dans ce temps-là qu'elle prend des dispositions à y passer lorsqu'elle se sera vidée. Elle est élargie & aplatie par la suppression, ce que montre l'ouverture de ceux qui sont morts de cette maladie; de plus la vieillesse seule ou la foiblesse de constitution suffisent pour donner cette figure à la Vessie. Dans la suppression les Malades sentent qu'elle est poussée avec force contre les Anneaux par les Muscles du bas Ventre & de la Poitrine. Quand on urine dans l'état naturel, la Vessie rapproche ses parois du côté

de son col par la contraction de ses fibres charnuës , mais dans l'état contre nature les fibres qui ont perdu leur ressort ne peuvent plus replacer la Vessie de cette maniere, ni détruire la figure qu'elle a prise, ou l'effet de l'impulsion qu'elle a reçûe vers les Anneaux. D'ailleurs les Anneaux sont affoiblis par la grande dilatation que la suppression d'urine a causée à toute cette region, & par consequent ils sont moins en état de s'opposer à la Vessie qui tend à y entrer. Tous ces accidents souvent renouvelés peuvent produire la Hernie dont il s'agit.

La portion de la Vessie engagée dans un Anneau , & qui forme la Hernie, est toujours necessairement au dessus de la portion qui reste à peu-près en sa place naturelle, & les deux communiquent ensemble. Si la communication est libre , toute la Tumeur se vuide quand le Malade urine, & elle se vuide sans bruit, parce qu'il n'y a point d'air dans la Vessie , comme il y en a dans les Intestina. Si la communication n'est pas libre , c'est-à-dire, s'il y a étranglement, le Malade n'a qu'à presser sa Tumeur avec la main, toute l'urine contenuë dans la portion superieure de la Vessie se vuide dans l'inferieure, & toute la Tumeur disparoît , ce qui est un signe certain de cette sorte de Hernie.

Dans celle d'Intestin où il y a étranglement, la cause du retour des matieres contenuës dans les Intestins vers l'Estomac , & par consequent du vomissement , est fort évidente. Dans la Hernie de Vessie avec étranglement le vomissement est rare, foible, & ne vient que tard. M. Petit a remarqué qu'il est suivi du hoquet, au lieu que dans l'autre Hernie il en est precedé. Si cette difference se maintient toujours, la raison n'en paroît pas trop aisée à trouver.

La fluctuation & la transparence doivent être des signes communs à la Hernie de Vessie & à l'Hidrocele , puisque de part & d'autre c'est de l'eau renfermée dans un sac membraneux.

Les grossesses frequentes peuvent aussi être une cause de la Hernie de Vessie. On sçait que dans les derniers mois l'Enfant appuye sa tête contre le fond de la Vessie, qui ne pouvant plus, lorsqu'elle se remplit d'urine, s'élever du côté de l'Ombilic, est obligée de s'étendre à droite & à gauche, & de former deux especes de cornes disposées à s'introduire dans les Anneaux, d'autant plus facilement qu'ils sont affoiblis par l'extension violente que souffrent toutes les parties du bas ventre, & les faits qui fondent cette idée sont verifiés par les cadavres de Femmes qui sont mortes avancées dans leur grossesse, ou peu de temps après l'accouchement.

La Hernie de Vessie peut être compliquée avec celle d'Intestin, ou d'Epiploon, & il est même assés naturel que la premiere, quand elle est forte, produise la seconde, car alors la Vessie engagée fort avant dans un Anneau tire après elle la portion de la tunique interne du Peritoine qui la couvre par derriere, & cette portion forme un cul-de-sac où l'Intestin & l'Epiploon peuvent ensuite s'engager facilement.

En voilà assés pour faire appercevoir à ceux qui y feront reflexion, & sur tout aux Anatomistes, tout ce qui appartient à la Hernie de Vessie soit simple, soit compliquée, & même pour leur donner lieu d'imaginer les précautions & les attentions que demandera l'operation Chirurgique. M. Petit a poussé tout cela dans un plus grand détail, mais ceci suffit pour les Phisiciens, & les autres suppléeront aisément au reste: on peut se flater d'avoir déjà assés de connoissances sur une maladie si nouvellement connuë.



*SUR UNE NOUVELLE VALVULE  
DE LA VEINE-CAVE INFÉRIEURE,*

*qui peut avoir rapport à la Circulation du sang dans  
le Fœtus.*

**I**L est dangereux de s'en tenir à ce que les Anatomistes V. les M.  
ont écrit, & souvent très difficile de le vérifier. M. P. 211.  
Winslow ayant trouvé dans la Veine-Cave des Valvules  
dont avoient parlé Silvius & Charles Etienne, deux an-  
ciens Medecins de Paris, chercha long-temps inutilement  
dans la même Veine une autre Valvule plus singulière,  
que Silvius paroissoit avoir eûe en vûe. Ensuite il vint à  
sçavoir par les Opuscules d'Eustachius nouvellement tirés  
de l'oubli & remis en lumière, & sur-tout par ses Tables  
que M. Lancisi, premier Medecin du Pape, a recouvrées  
& données au Public, que ce celebre Anatomiste Romain  
qui vivoit il y a 150 ans avoit connu à l'orifice du Tronc  
inférieur de la Veine-Cave une Valvule très remarquable,  
qu'il ne prenoit pourtant pas pour une Valvule, mais seu-  
lement pour une Membrane. M. Winslow se mit à la  
chercher tant dans l'Homme que dans quelques Animaux,  
mais inutilement. Après beaucoup de tentatives, dont  
nous supprimons le détail, quoi-qu'elles pussent servir à  
ceux qui font de pareilles recherches, & leur apprendre  
du moins à ne se pas décourager aisément, enfin il s'ap-  
perçût que pour trouver cette Valvule il falloit ouvrir la  
Veine-Cave par sa partie postérieure, au lieu qu'il l'avoit  
jusque-là toujours ouverte par l'antérieure, ce qui avoit  
détruit ce qu'il cherchoit, & n'en avoit laissé que quel-  
ques petits restes en forme de filets dérangés & retirés de  
part & d'autre, de manière qu'ils n'étoient pas reconnoiss-  
ables, & qu'on n'y faisoit nulle attention. Cela confirme  
*Hist. 1717.* . C

\* p. 10. bien ce qu'on a dit d'après lui en 1715 \* sur la différente maniere de dissequer.

Celle qu'il venoit d'apprendre au sujet de la Valvule n'empêchoit pourtant pas qu'elle n'échapât encore le plus souvent à sa curiosité, & ce ne fut qu'après bien des peines qu'il vint à reconnoître qu'elle ne se trouvoit ordinairement entiere que dans les plus jeunes Enfants, en qui le trou ovale étoit encore ouvert, qu'elle diminuoit avec ce trou, & enfin disparoissoit dans les Adultes, à moins qu'il n'y fût pas fermé, ce que n'avoit pas vu Eustachius lui-même, qui a été plus instruit que personne sur cette matiere. C'est son nom que M. Winslow a crû devoir donner à la Valvule.

Elle est, à peu-près comme toutes celles des Veines, disposée en Croissant. Sa concavité est en enhaut, & sa convexité en embas, de sorte que si le sang de la Veine-Cave inferieure refluoit de haut en bas, elle se vouteroit en embas, & empêcheroit son retour. Une des Cornes du Croissant se termine entre l'orifice de la Veine Coronaire, & l'extremité anterieure de l'arcade charnuë de la Cloison des Oreillettes; c'est cette arcade qui forme en partie l'ouverture du trou ovale. L'autre Corne aboutit entre l'extremité posterieure de cette arcade, & le bord voisin de l'Oreillette droite. Le reste de la Valvule est presque demi-circulaire, & s'attache interieurement aux parois anterieures de la Veine-Cave inferieure. Elle n'est pas toute membraneuse, car depuis environ les deux tiers de sa longueur jusqu'au bord qui est libre ou qui flotte, elle devient fibreuse, & forme un beau réseau. Elle est fort étendue, de sorte qu'étant voutée elle s'applique sur la cloison des Oreillettes près la base du Cœur, & couvre l'orifice de la Veine-Cave inferieure.

M. Winslow la démontra à l'Academie dans un Vaisseau plein d'eau, ce qui est la meilleure maniere de démontrer ces sortes de parties qui dans leur état naturel sont flottantes, car autrement ou elles se plissent en différentes ma-

nières, si elles sont fraîches, ou elles diminuent d'étendue si elles sont sèches.

M. Lancisi croit que l'usage de cette Valvule est d'empêcher que le sang de la Veine-Cave supérieure ne choque avec trop de force celui de l'inférieure, & M. Winslow le croit avec lui, mais puisqu'elle s'efface dans les Adultes, & qu'elle suit la diminution du Trou ovale, il y a bien de l'apparence qu'elle a aussi quelque autre fonction, & principalement par rapport à la circulation du sang dans le Fœtus.

Il entreroit donc dans cette question si vivement agitée pendant les premiers temps du Renouveau de l'Académie\*, quelque chose de nouveau, & sur quoi l'on n'avoit pas compté, & voici comment M. Winslow trouve moyen d'y lier la Valvule d'Eustachius, en prenant des deux partis opposés tout ce qu'ils sont obligés de s'accorder l'un à l'autre, & par conséquent tout ce qu'il y a de plus certain, & en formant un système moyen qui accorde les deux contraires.

\* V. les Hist. de 1699, p. 25 & suiv. de 1701, p. 36 & suiv. de 1703 p. 32 & suiv.

Il y a à l'ouverture du Trou ovale dans le Fœtus une Valvule, ou membrane flottante qui peut en avoir quelque apparence, mais elle n'en fait point la fonction, & n'empêche point que le sang ne passe avec une égale liberté & de droite à gauche, & de gauche à droite. Son usage n'est que de s'appliquer contre le Trou, & de le fermer après la naissance du Fœtus, & certainement cet usage suffit. Avant la naissance le sang des deux Oreillettes du Cœur se mêle donc, & par conséquent celui des deux Ventricules, & le Fœtus est dans le même état que si son Cœur n'avoit qu'une Oreillette & un Ventricule; aussi ne respire-t-il point, & il doit être dans l'état des Animaux qui n'ont point de Poumon véritable, comme les Poissons, ou qui n'en ont pas un usage perpétuel comme les Amphibies, tels que la Tortue & la Grenouille; on sçait que le Cœur de tous ces Animaux n'a qu'une Oreillette & un Ventricule.

## 20 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Le mélange continuel du sang dans les deux Oreillettes & dans les deux Ventricules du Cœur du Fœtus est nécessaire, parce que le Fœtus ne respirant point, son sang n'a que l'air qu'il reçoit du sang de la Mere, & tout le sang de la Mere qui est venu par la Veine Omphalique tombe dans l'Oreillette droite du Cœur du Fœtus, où il faut que l'air qu'il contient se partage à tout ce que le Fœtus a déjà de sang, c'est-à-dire, à tout ce qui en est revenu & par la Veine-Cave & par la Veine Pulmonaire. Ensuite tout ce sang animé d'air est poussé par la Sístole du Cœur & dans l'Artere Pulmonaire, & dans l'Aorte, & dans le Canal de communication qui est arteriel, & qui jettant du sang immédiatement de l'Artere Pulmonaire dans l'Aorte descendante lui épargne une circulation dans le Poumon.

Ainsi il est inutile, selon M. Winslow, de s'embarasser des différentes forces, ou des différentes capacités des Vaisseaux du côté droit & du côté gauche. Puisque le Cœur doit être considéré dans le Fœtus comme n'ayant qu'une Oreillette & un Ventricule, il n'importe de quel côté le sang soit poussé avec plus de force, ou se porte en plus grande abondance, c'est toujours du côté où il trouve le plus de facilité à son cours.

L'office de la Valvule d'Eustachius est d'empêcher que le sang toujours mêlé, comme il doit l'être dans les deux Oreillettes, ne reflue dans la Veine-Cave inferieure; car s'il y refluoit, le mélange seroit affoibli, & de plus le sang de la Mere retourneroit dans le Placenta par la Veine Omphalique, qui n'a point de Valvules pour s'opposer à ce retour.

Ce Sístème de M. Winslow, qui concilie tout, verifie une espece de prédiction que nous avions faite en 1703, que peut-être les deux sístèmes opposés se trouveroient vrais tous deux. Cependant M. Mery ne s'est pas contenté de la conciliation, & il a redonné à l'Academie un abrégé des raisons qui l'attachent à sa premiere pensée. Nous

ne les repeterons pas. M. Winslow ne prétend pas même avoir mis encore cette matiere dans tout le jour dont il la croit susceptible.

---

## SUR LES LAVEMENTS NOURRISSANTS.

QUAND par quelque indisposition violente l'Oesophage est bouché, & que les aliments n'y peuvent passer à l'ordinaire, du moins en quantité suffisante, on tâche à y suppléer par des Lavements nourrissants, c'est-à-dire, par des Bouillons pris sous cette forme. La question est de sçavoir ce qu'on peut espérer de ce supplément. M. Littre a crû qu'il y a peu à en espérer.

On sçait quelles sont toutes les préparations que doivent recevoir les aliments avant que de pouvoir faire leur fonction d'aliments, ou de passer en nôtre substance. Ces préparations ne sont pas seulement necessaires en elles-mêmes, elles le sont selon un certain ordre, il faut que les plus fines succèdent aux plus grossieres, celles de l'Estomac à celles de la Bouche, celles des Intestins à celles de l'Estomac, &c. Or des Bouillons pris en Lavement n'en reçoivent toutes ces préparations, ni ne les peuvent recevoir dans cet ordre. Il est vrai que les aliments liquides n'ont pas besoin d'autant de préparations que les solides, ils sont dispensés de celle de la Bouche où les solides sont broyés, mais du moins y a-t-il apparence qu'ils ne peuvent être dispensés de celle de l'Estomac, à laquelle doit succéder celle des Intestins.

Dans le Coecum, qui est le premier des gros Intestins, il y a une Valvule qu'on appelle *Valvule de Bauhin*, du nom de son Inventeur. Elle est formée de deux especes de plans, chacun de figure presque demi-circulaire, placés à l'opposite l'un de l'autre, & disposés de façon qu'ils

peuvent en s'appliquant l'un contre l'autre, ou fermer exactement le Cœcum, ou laisser entre eux une ouverture semblable à celle des deux paupieres de l'œil. Cette alternative dépend de la dilatation du Cœcum, auquel les deux plans sont attachés, l'un en haut, l'autre en bas. Si le Cœcum est extrêmement dilaté, il tire ces deux plans en sens opposés, les écarte, & par conséquent ils laissent une ouverture entre eux. Sinon, ou dans l'état naturel, c'est le contraire. C'est à quoi il faut prendre garde pour juger de l'état & de l'effet de cette Valvule par les dissections ou préparations anatomiques.

Elle est certainement faite dans le même dessein que toutes les autres, c'est-à-dire, pour favoriser le passage d'une matiere en un certain sens, & l'empêcher dans le sens opposé. Et comme dans l'état naturel les matieres doivent passer des Intestins grêles dans les gros, & non pas des gros dans les grêles, c'est déjà un grand préjugé pour la fonction que doit faire la Valvule de Bauhin. Aussi est-elle placée presque à l'endroit où se fait la séparation des Intestins grêles & des gros.

Cela posé, elle empêche donc qu'un Lavement prétendu nourrissant ne passe des gros Intestins dans les grêles. Or les gros Intestins n'ont point de Veines Lactées, au lieu que les grêles en sont pleins, & ces Veines sont les seuls canaux qui puissent porter le Chyle dans son Reservoir, & le Chyle la seule substance qui puisse nous nourrir.

M. Littre a rapporté de plus un grand nombre d'expériences par lesquelles il a toujours trouvé que la Valvule de Bauhin permettoit au souffle & aux injections de passer des Intestins grêles dans les gros, mais non pas des gros dans les grêles.

Nous avons dit que dans l'état naturel, & la cavité du Cœcum n'étant pas plus ouverte qu'elle ne doit être, la Valvule est fermée, & par conséquent il semble qu'elle le soit également pour ce qui va d'un sens ou de l'autre, & qu'elle en doive également empêcher le passage. Mais



des deux plans demi-circulaires qui la forment l'un est plus grand que l'autre, & on peut concevoir que le plus grand poussé de l'un des deux sens vers le petit s'appliquera exactement contre lui, & ne laissera point d'ouverture, & que poussé de l'autre il s'en éloignera un peu, desorte qu'une matiere pourra se glisser entre deux, & se faire elle-même un passage. Ce passage ne pourra être qu'étroit, aussi les matieres qui descendent des Intestins grêles dans les gros n'y doivent-elles descendre que lentement, sans cela elles dilateroient trop le Cœcum, forceroient son ressort, & nuireroient au mouvement peristaltique, par lequel il doit chasser hors de sa cavité ce qu'elle contient.

Puisque la Valvule retient les Lavements dans les gros Boyaux, où il n'y a point de Veines lactées, il ne doit pas s'y former de Chyle, & en effet M. Littre assure qu'il n'en a trouvé nulle apparence dans les gros Boyaux de personnes mortes après avoir pris assés de Lavements nourrisants, au lieu que dans les Intestins grêles le Chyle est ordinairement aisé à reconnoître.

Ces Lavements sont donc un foible secours, à moins que par une conformation particuliere, ou quelque indisposition, telle que seroit un relâchement ou une Paralysie du Cœcum, il fût assés dilaté pour tenir la Valvule ouverte, ou qu'elle ne le fût par des mouvements convulsifs des Boyaux qui forceroient sa resistance, auxquels cas ces indispositions ou ces accidents fâcheux produiroient un bien. Alors il faudroit donner les Lavements en plus grande quantité qu'à l'ordinaire pour forcer mieux la Valvule à s'ouvrir; & même il n'y a aucun risque à les donner quand on ne verroit aucun indice de ces dispositions ou indispositions favorables. Enfin tout se réduit, selon M. Littre, non à ne les pas employer dans la pratique, mais à en espérer peu.

M. Lémery s'est opposé à ce peu, tel que l'entendoit M. Littre; sans contester l'usage de la Valvule, il a proposé plusieurs difficultés.

## 24 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Des Anatomistes habiles ont trouvé des Veines lactées dans les gros Intestins de l'Homme, quoi-que quelques-uns d'entre eux assûrent qu'elles n'y sont qu'en petit nombre.

Quand il n'y en auroit point, les Veines Mesaraïques se distribüent certainement à ces Intestins, & elles pourroient pomper la partie la plus subtile des Bouillons pris en Lavement, & la porter dans le sang. M. Mery a fait passer une liqueur immédiatement des gros Intestins dans ces Veines.

Le corps de l'Animal vivant est si poreux, & tellement criblé, qu'il paroît que cette facilité de passer par tout qu'auront les liqueurs subtiles, doit être une ressource dans les besoins. Cette idée sera presque incontestable si le Système de feu M. Morin sur la route des Urines \* est reçu pour vrai.

\* V. l'Hist.  
de 1701.  
p. 34. &  
suiv.

Enfin un Bouillon est un aliment tout fait, & tout préparé. Ce sont les parties les plus fines des chairs d'un Animal, toutes prêtes à se joindre à celles d'un autre, & par conséquent à le nourrir.

On a objecté que c'est la Lymphes qui nous nourrit, & que la Lymphes & un Bouillon ne se ressemblent pas, qu'un Bouillon mis sur le feu y est toujours liquide, & qu'au contraire la Lymphes s'y prend en gelée.

A cela M. Lemery a répondu en faisant un parallele de ces deux liqueurs, qui prouve qu'elles sont composées des mêmes principes, & découvre pour quoi elles peuvent paroître différentes.

Toutes deux ont beaucoup de Sels salés de la nature du Sel Armoniac, qui sont volatils, & étroitement unis à des particules huileuses, peu ou point de Sel fixe, peu de Terre. Les particules huileuses ne se tiennent suspendues & exactement mêlées dans toute la substance de ces deux liquides, qu'en vertu de leur union avec les Sels, Sans cela toute l'huile se rassembleroit.

Si l'on suppose l'eau égale de part & d'autre, & en grande

grande quantité, la Lymphes & le Boüillon se tiendront également liquides sur le feu. Il y a alors deux causes de leur liquidité, la grande quantité de parties aqueuses, & le mouvement que le feu leur donne outre celui qui leur est naturel. Si l'eau a été évaporée jusqu'à un certain point, alors il n'y a plus que le mouvement de la chaleur qui entretienne la liquidité, & les deux liqueurs ôtées de dessus le feu se congelent, c'est à-dire, que leurs Sels se cristallisent de la même manière dont se font toutes les cristallisations Chimiques. Passé le point où les deux liqueurs sont encore liquides sur le feu, si on les y laisse davantage, elles s'y congelent toutes deux, parce que l'évaporation de l'eau ayant été trop grande, la chaleur ne fait plus que rapprocher les Sels, & les unir; & plus on laisse ces liqueurs sur le feu, plus elles se congelent & se durcissent. Si ayant été ôtées de dessus le feu, dans le temps qu'elles étoient encore assez liquides, & s'étant ensuite congelées à l'air, elles sont remises sur le feu, on voit bien qu'elles y doivent encore redevenir liquides pour quelque temps.

En suivant cette idée on entend tout d'un coup pourquoi un Boüillon est liquide sur le feu, tandis que la Lymphes s'y congele. C'est qu'on ne les a pas pris l'un & l'autre dans le même état. Le Boüillon avoit beaucoup de parties aqueuses, & la Lymphes très peu. Ainsi la comparaison qu'on faisoit étoit trompeuse.

Aussi la Lymphes se congele-t-elle quelquefois à l'air comme du Boüillon bien chargé de viande, & elle se redissout de même au feu. C'est qu'ils sont l'un & l'autre dans le point où la chaleur leur est nécessaire pour la liquidité.

De tout cela M. Lémery conclut que les Lavements nourissants peuvent être utiles. Mais comme il seroit impossible de marquer combien ils le sont selon lui, & combien peu ils le sont selon M. Littre, il y a toute apparence qu'ils sont tous deux dans le fond du même avis, quand même ils ne le croiroient pas,

*Hist. 1717.*

. D.

## SUR LA FORMATION DES PERLES.

V. les M.  
P. 177.

**E**N fait de Diamants, de Perles, &c. ce qu'il y a de moins précieux pour le commun du monde est ce qui l'est le plus pour les Phisiciens, parce que c'est le plus imparfait, & qui porte le plus de marques de la maniere dont il s'est formé. C'est ainsi que des Perles de nulle valeur qu'on trouve dans les Pinnes-marines, espece de grandes Moules de Mer, ont donné lieu à M. de Reaumur d'imaginer comment se forment ces Perles d'Orient si estimées. Nous ne touchons point au reste de la description de la Pinne-marine, à la maniere dont elle file une foye qui l'attache aux Rochers, &c..

On trouve dans le corps de ce Poisson des Perles de deux sortes de couleurs, les unes assés argentées & d'une couleur de Nacre passable, les autres rougeâtres ou jaunâtres, quelquefois même il y en a de noires. M. de Reaumur croit qu'elles sont toutes formées d'un suc qui s'est extravasé de quelques vaisseaux rompus, & a été arrêté entre des membranes, & qu'ainsi les Perles font l'effet de quelque maladie ou de quelque accident de l'Animal. Elles seroient du même genre que les Pierres de la Vessie, ou les Bezoards.

\*V. Hist.  
de 1709.  
p. 17. &  
suiv. &  
celle de  
1716.  
p. 21. &  
suiv.

Pour prouver cette pensée, M. de Reaumur remarque que la surface interieure de la Coquille de la Pinne-marine est argentée, ou de couleur de Nacre depuis une certaine partie de son étendue qu'il détermine jusqu'à une autre, après quoi elle est rougeâtre, & ces deux couleurs sont précisément celles des deux sortes de Perles. Or selon M. de Reaumur les Coquilles des Poissons aussi-bien que celles des Limaçons \* ne sont formées que d'une matiere gluante & pierreuse sortie du corps de l'Animal, & il se trouve que les Perles d'une couleur dans la Pinne-marine répondent toujours à l'endroit de la Coquille qui est de

la même couleur, ce qui fait voir qu'au même lieu où la transpiration d'un certain suc avoit déjà fait & auroit encore continué de faire à la Coquille un enduit d'une certaine couleur, les vaisseaux qui portoient ce suc se sont rompus, & qu'il s'y est fait un petit amas de liqueur qui a été la Perle, dont par conséquent la couleur est la même que celle de l'endroit de la Coquille qui lui répond.

Il y a plus. La partie argentée de la Coquille est formée de couches qui s'envelopent les unes les autres, comme les peaux d'un Oignon, la partie rougeâtre est composée de petits filets cylindriques fort courts appliqués les uns contre les autres. Les Perles des deux couleurs ont aussi cette différence de tissu, non que les unes & les autres ne soient composées de couches concentriques, mais celles des Perles rougeâtres sont beaucoup moins sensibles, & elles ont de plus des filets qui comme des rayons vont de leur centre à leur circonférence.

En voilà assez pour établir les fondemens du Système de la formation des Perles, & pour faire prévoir les différentes irregularités qui pourroient y arriver, & qui ne seroient que des difficultés apparentes.

## DIVERSES OBSERVATIONS

### ANATOMIQUES.

#### I.

UNE Femme ayant fait un effort pour lever un grand poids, il parut dès le même jour à la partie inferieure de son Avant-bras droit une petite Tumeur, qui alla toujours dans la suite en augmentant. 18 mois après il se fit à la partie interne de la main une ouverture par où il sortoit tous les jours du pus & de la serosité, & cependant la Tumeur ne laissoit pas de grossir encore. Les doigts de

cette main étoient toujours pliés, & ne se pouvoient étendre. Enfin au bout de deux ans la Malade se résolut à faire ouvrir sa Tumeur, M. Sivert Chirurgien fit l'opération. Il ne sortit de matiere liquide qu'environ deux Cueillerées de serosité gluante mêlée d'un peu de pus blanc & épais, tout le reste étoit solide, & c'étoient environ 200 petits corps blancs, ronds & oblongs, assés semblables à des faveoles, longs peut-être de 4 lignes & larges de 2, sans cavité, tous de même substance, recouverts d'une membrane assés solide, & fort adherante, à moins qu'on n'employât la maceration pour la séparer. Quelques-uns de ces Grains avoient un Pedicule par où ils auroient pû être attachés à quelque autre corps. M. Rouaut les fit voir à l'Academie. On crut que ces Grains étoient des Glandes qui s'étoient durcies en perdant leur usage naturel, & dont quelques-unes avoient conservé & emporté avec elles leur Canal excretoire, qui avoit cette apparence de Pedicule.

## II.

M. du Verney a dit que si on casse un Oeuf de Couleuvre dans le temps que le petit Serpent est prêt à sortir, on le voit d'abord roulé en spirale, roide & sans mouvement, mais que dès qu'il a ouvert la gueule deux ou trois fois, & pris l'air, il a tout à coup des mouvements très vifs. L'air monte la Machine dans le moment.

---

V. les M. **N**ous renvoyons entierement aux Memoires  
 p. 285. La description d'un Foetus qui n'a qu'un œil par  
 M. Littre.





## CHIMIE.

## SUR L'ORIGINE DU NITRE.

L'ORIGINE du Nitre a été agitée cette année dans V. les M.  
l'Academie, comme l'avoit été l'année précédente P. 31. &  
celle du Sel Armoniac. \* 122.

C'est une operation connue de tout le monde que celle \* V. l'Hist.  
par laquelle se fait le Salpêtre, devenu malheureusement de 1716.  
si necessaire pour la fabrique de la Poudre à canon. p. 28. &  
On le tire dans toute l'Europe de vieux Plstras, de la terre suiv.  
des Ecuries, des Etables, des Colombiers, des Cimetieres,  
mais de plus il en vient des Indes Orientales, qui est  
beaucoup meilleur, & qu'on appelle Salpêtre de *houffage*,  
parce qu'on croit, sans le sçavoir bien positivement, que  
dans les lieux où l'on le prend il vient si naturellement  
& en si grande abondance qu'on n'a qu'à le houffer ou à  
le balayer.

On ne trouve en aucun lieu des Minieres de Salpêtre  
ou de Nitre, comme on en trouve, & en grande quan-  
tité, de Sel Gemme, d'Alun, de Vitriol, de Soufre, &c.  
D'ailleurs on a vû par plusieurs experiences que de la  
Terre, d'où l'on avoit tiré tout son Nitre, en reprenoit de  
nouveau étant exposée pendant un certain temps à un air  
frais & humide, tel que celui d'une Cave, & de tout cela  
on a conclu que la premiere source du Nitre étoit l'Air,  
que ce grand fluide est chargé de particules nitreuses ex-  
trêmement fines, qui portées & aidées par un vehicule  
aqueux, s'insinüent & s'assemblent dans les pores des ter-  
res propres à les recevoir. On a crû même que ce Nitre

aérien étoit ce qui rendoit la respiration si absolument nécessaire, parce qu'il pouvoit seul animer le sang, & lui donner la force dont il a besoin pour circuler. Ce Système du Nitre aérien a fait une assez grande fortune.

Cependant M. Lémery l'attaque, & il prétend que ni la Terre ni l'Air ne sont les sources du Nitre, ce qui peut paroître un Paradoxe, & rendre la véritable source assez difficile à deviner.

Pour mettre toute cette matière dans un plus grand jour, il définit exactement les termes. Le Nitre n'est qu'un certain Sel Acide, différent de l'Acide du Sel commun; de celui du Vitriol, ou du Soufre, &c. Comme nous n'avons pas les Acides purs, cet Acide est engagé avec un Alkali ou fixe, ou volatil. Dans le premier cas le Sel composé ou salé qui en résulte, est le Salpêtre, dans le second c'est un Sel armoniac nitreux.

M. de Reffons a fait voir qu'il y a des Plantes, comme la Bourroche, le Pourpier, &c. dont on tire facilement du Salpêtre tout fait & bien conditionné, & il y a tout lieu d'espérer qu'en suivant cette vûe on multipliera extrêmement le Salpêtre & à peu de frais. M. Lémery adopte cette expérience. Les Plantes ont beaucoup de Sel fixe & peu de Sel volatil, le Nitre principe, ou tel qu'il a été défini, en s'unissant à leur Sel fixe, a formé du Salpêtre. En voilà déjà une source qui est végétale.

Selon toutes les apparences, c'est celle du Salpêtre des Indes, ou de houffage. Dans de grands Cantons deserts ou peu habités il vient des Plantes annuelles, naturellement chargées de Salpêtre. Elles meurent, se pourrissent, & les grandes pluies, réglées dans ces Climats, font pénétrer leurs sucs dans la terre, qui fait alors l'effet de dégraisser leur Salpêtre, c'est-à-dire, de le séparer des parties huileuses avec lesquelles il étoit mêlé dans ces Plantes. Les temps où le Soleil est découvert viennent ensuite, & ce Salpêtre dégraisé étant dégagé par le Soleil des humidités superflues, paroît sur la surface de la terre, où l'on n'a

plus qu'à le recueillir. Si ce n'est pas là précisément ce qui se fait, ce sera du moins quelque chose d'équivalent & de fort semblable.

Le Nitre a aussi une source animale. Les Animaux tout au contraire des Plantes ont très peu de Sel fixe, & beaucoup de Sel volatil. Quand le Nitre principe s'est uni à ce Sel volatil, & est devenu par conséquent un Sel armoniac nitreux, c'est celui qu'on tire en Europe des terres où les Animaux ont déposé leurs excréments, ou de celles où leurs corps ont pourri, ou du moins de celles où l'on a jeté des eaux imprégnées de particules animales, comme des murs de Cuisines. M. Lémery soutient que tout nître Salpêtre artificiel d'Europe vient de-là sans exception, & il s'est convaincu par plusieurs expériences que des terres bien exemptes de tout soupçon de contenir des particules animales, exposées à l'air aussi long-temps qu'on voudra, & dans les lieux les plus favorables, ne donnent jamais aucune indice de Salpêtre.

Ce seroit une grande objection contre le Nitre animal qui est un Acide, que l'opinion où sont beaucoup de Philosophes qu'il n'y a point d'Acides dans les Animaux. Mais feu M. Homberg a levé d'avance cette difficulté en 1712 par des preuves de fait \*. Il est vrai seulement que les Acides des Animaux sont difficiles à tirer, ils sont trop liés avec des particules grasses & huileuses. \* p. 45.  
& suiv.

C'est pour cela même qu'il faut que le Nitre animal entre dans une terre qui le dégraisse. Cette operation naturelle demande du temps, & de-là vient que les plus vieux platras, & ceux des Masurez qui ont été le plus long-temps inhabités, sont les meilleurs pour le Salpêtre. On ne le tireroit pas si aisément ni en si grande quantité des terres qui seroient le plus imprégnées d'excréments d'Animaux, mais qui le seroient récemment. Il semble que le Nitre doive avoir eu quelque mouvement lent, quelque espece de circulation qui l'ait purifié.

Toutes les terres ne sont pas également propres à le

recevoir. Les meilleures sont celles qui sont bien poreuses & bien seches, telles que des Murs où il entre beaucoup de Chaux. Le Nitre ne fait que couler sur les terres argilleuses & grasses, & ne les penetre point.

Il faut en même temps que l'humidité de l'air lui aide à s'insinuer dans les terres qui doivent le recevoir, il s'évapore promptement dans des lieux trop exposés au Soleil.

On peut même croire que quand il est entré dans les terres à la faveur d'une humidité qui l'y abandonne, l'air lui cause ensuite une legere fermentation, qui contribue à le perfectionner, car on sçait que l'air fermente aisément avec les matieres animales, & que c'est-là ce qui le rend si ennemi des Playes, & peut-être si necessaire à la respiration & à la vie. Cela rendroit encore plus lente l'operation naturelle qui fait ici le Salpêtre, ou plutôt le Sel Armoniac nitreux.

Tout ce que nous tirons de nos terres n'est que ce Sel Armoniac, & il ne devient de veritable Salpêtre que par l'addition artificielle du Sel fixe des Cendres. C'est en quoi il differe du Salpêtre des Indes, qui porte avec lui son Sel fixe tiré des Plantes avec le Nitre principe.

Ce n'est pas que nous ne puissions avoir aussi, mais rarement, un Salpêtre tout fait & de houffage. Cela arrivera ou comme aux Indes sur des terres qui auront porté des Plantes nitreuses, ou même lorsque le Nitre principe se fera uni au peu de Sel fixe qui est dans les Animaux. Au contraire si ce même Nitre s'est uni dans les Indes au peu de Sel volatil qui est dans les Plantes, ce ne sera qu'un Sel Armoniac nitreux, qui pour devenir Salpêtre aura besoin d'un Sel fixe, ou de l'addition des Cendres.

Ces deux especes de Salpêtre, l'une naturelle, l'autre artificielle, du moins en partie, étant ainsi établies par M. Lémery, & bien distinguées, on voit assés qu'il n'y en a que deux sources, l'une vegetale, l'autre animale, & que toutes deux ne se doivent point réduire à une seule source minerale, quoi-que la nourriture des Plantes & des Animaux

maux ne vienne que de la terre. Sans doute la matière du Nitre principe vient de la terre, mais il n'y a pas pris sa forme, il ne l'a prise que dans les organes des Plantes ou des Animaux, & apparemment à l'aide de quelque fermentation.

On se convaincra facilement que les sucres tirés de la terre par les Plantes, ou des Plantes par les Animaux, y deviennent fort différents de ce qu'ils étoient. Par exemple, les Plantes & sur-tout les Animaux donnent un Sel alkali très volatil, & s'il n'est devenu alkali que par le feu, du moins avoit-il une extrême disposition à le devenir, puisqu'il vient à un feu fort médiocre. Mais les Minéraux ne donnent presque jamais rien de pareil, on n'en tire que des Sels concrets, fort acides, & moins volatils que le flegme, au lieu que le Sel volatil des Plantes & des Animaux l'est davantage, & monte le premier. Ainsi, selon la réflexion de M. Lémery, les Acides des Minéraux sont peu envelopés, ceux des Plantes davantage, ceux des Animaux le sont à un point qu'il est difficile de les dégager, & ce sont originairement les mêmes matières qui ont pris ces différentes formes.

Puisque les Animaux se nourrissent des Plantes, & que réciproquement dans le sujet dont il s'agit les Plantes se nourrissent des Animaux, car on excite leur végétation par le fumier, il faut que ce qui étoit dans les Plantes véritable Salpêtre, devienne dans les Animaux simple Sel Armoniac nitreux, & au contraire.

M. Lémery explique très simplement cette double métamorphose, en supposant que le Nitre principe toujours le même est toujours aussi attaché à la même matrice, à cela près que dans les Plantes cette matrice devient plus terreuse, & par-là est fixe, & que dans les Animaux elle perd de ses parties terreuses, & en prend d'autres huileuses, ce qui la rend volatile.

La vertu qu'a le Nitre de rendre les terres plus fécondes est très connue. Mais de plus il a une propriété par

34 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
 ticieliere ; qui le rend plus propre à nourrir des Plantes ;  
 s'il l'a par lui-même , ou qu'il a peut-être retenuë de ce  
 qu'il a nourri des Plantes, c'est que naturellement il se ra-  
 mifie & se dispose en branchages. Toutes les vegetations  
 Chimiques, l'Arbre de Diane, & en dernier lieu l'Arbre  
 de Mars qu'on doit à M. Lémery\*, ne se font point sans  
 Nitre. Si cette propriété du Nitre se maintient toujours  
 par les expériences , à l'exclusion des matieres semblables ,  
 quelle Physique l'expliquera !

\* V. l'Hist.  
 de 1706.  
 p. 39. &  
 suiv. &  
 celle de  
 1707.  
 p. 32. &  
 suiv.

## SUR LE CHANGEMENT DES ACIDES EN ALKALI.

V. les M.  
 p. 226. &  
 246.

L'OPPOSITION des Acides & des Alkali, si celebre  
 dans la Chimie, & qui produit ou explique tant de  
 phenomenes, n'est pourtant pas si grande que ces deux  
 especes de Sels ennemis ne se changent l'un en l'autre.

Quand un Acide, que l'on conçoit en general comme  
 un petit Dard roide, long & pointu, est absorbé ou con-  
 centré dans une portion suffisante de terre, le tout s'ap-  
 pelle un Sel *salé*, ou *composé*, ou *moyen*, ou *neutre*, parce  
 qu'alors cet Acide enfermé dans cette gaine ne peut faire  
 sentir la même saveur que s'il en étoit dégagé, & qu'il fait  
 cependant sentir une saveur *salée*, & que par la même rai-  
 son il est composé, &c.

Le feu est le seul agent qui puisse dégager l'Acide de  
 la terre qui l'enveloppe. Alors l'Acide plus léger que la  
 terre s'élève, & elle demeure au fond du Vaisseau, ce qui  
 la fait appeller *fixe* par opposition à l'Acide qui est *volatil*.  
 Cette terre privée de son Acide a des pores vuides, au  
 lieu qu'ils étoient auparavant remplis, & en même temps  
 parce qu'elle a reçu l'action du feu, elle en a conservé  
 des particules ignées, qui lui donnent une saveur acre que  
 n'auroit pas une terre pure. A cause de cette saveur elle

est appelée *Sel*, & à cause de ses pores ouverts qui la disposent à recevoir de nouveaux Acides, elle est appelée *Sel Alkali*.

Il ne faut pas croire qu'une terre qui a été imprégnée d'Acides en puisse être parfaitement dépouillée, il y en reste toujours, mais en une quantité beaucoup moindre. Ainsi les Alkali ne sont, si l'on veut, qu'une trop petite quantité d'Acides envelopés d'une trop grande quantité de terre.

Le feu grossier & visible n'est pas le seul agent qui puisse séparer les Acides de leur terre, la fermentation fait le même effet, parce qu'elle est un feu, qui quoi-qu'invisible est très fort & très actif. Les Alkali sont donc une production de l'un ou de l'autre feu, & on en pourroit dire autant des Acides dégagés, puisque c'est la desunion des parties d'un même Sel salé causée par le feu qui a donné des Acides aussi-bien que des Alkali; toute la différence est qu'il entre dans les Alkali quelques particules ignées introduites par le feu, au lieu que dans les Acides il n'y a rien d'étranger.

Selon ces idées tout Acide est volatil, & au contraire tout Alkali seroit fixe, si tout Alkali n'étoit que de la terre. Mais, comme il a été dit ci-dessus \*, le peu d'Acide qui demeure encore dans l'Alkali peut être uni à une portion d'huile aussi-bien qu'à une portion de terre, & parce que l'huile est volatile, le tout ou l'Alkali sera volatil, si elle y domine.

\* p. 33.

En ce cas l'Alkali a une faveur & une odeur forte, pénétrante & urineuse, & c'est ce qu'on appelle un *Sel Alkali volatil urineux*.

Ces différentes notions étant bien établies & bien dé-mêlées, on voit aisément en general tout ce qui peut résulter des séparations ou des nouvelles réunions des parties d'un Mixte.

Un Acide peut devenir Alkali, puisqu'après avoir été dégagé de sa matrice quelconque il peut se réunir de nou-



veau en petite quantité à une matrice ou purement terreuse, ou terreuse & huileuse. Dans le premier cas, il est Alkali fixe, dans le second il peut être Alkali volatil, si dans la matrice supposée la dose de l'huile l'emporte à un certain point sur celle de la terre, & dans ce même cas il fera urineux.

Ce qui étoit Alkali fixe peut devenir volatil & urineux en déposant une partie de sa terre, & prenant de l'huile en la place.

Mais quand de ces vûes generales on descend au détail des experiences particulieres, on trouve que ces changements ne sont pas également faciles dans les trois differents genres de Mixtes, ou dans les trois Regnes, ce qui n'est rien moins que surprenant, à cause de la quantité des circonstances qui doivent y concourir. C'est dans le Regne Mineral que ces metamorphoses sont les plus rares, parce que les parties des Mineraux sont plus étroitement liées, & peuvent moins, pour ainsi dire, joüer ensemble, mais aussi parce que ces metamorphoses sont plus rares dans le Regne Mineral, les Chimistes doivent être plus curieux de les y produire. Ainsi la Chimie n'ayant donné jusqu'à present que dans la seule operation de la fixation du Salpêtre un exemple d'un Acide mineral changé en Alkali fixe, M. Geoffroy a voulu changer ce même Acide en Alkali volatil urineux, & y a réussi. Il a réussi pareillement sur l'Acide du Vitriol. Il s'est trouvé que dans le même temps M. Lémery avoit eu la même pensée, & le même succès dans une operation qu'il suivoit encore. Leurs Memoires seront voir les faits dont nous avons indiqué la possibilité. En Geometrie toute possibilité est un fait, mais il n'en va pas de même en Phisique. Seulement il est bon que quand on arrive au fait, on soit préparé par la connoissance de la possibilité.





## BOTANIQUE.

---

**M.** Marchant a donné la description du *Leontopetalon foliis costæ ramosæ innascentibus*, & du *Leontopetalon foliis costæ simplici innascentibus*.

Et M. Reneaume celle de l'*Erangelia Pauli Renealmi*.

---

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires  
La description du *Kali d'Alicant* par M. de Jussieu. V. les M.  
P. 73.

Et celle de deux nouvelles especes de *Lamium* par M. V. les M.  
Danty d'Isnard. p. 268.





## ALGEBRE.

## SUR LE CALCUL

*Des Differences finies, & des Sommes des Suites.*

V. les M. **L'**INFINI, que nous connoissons si peu, ne laisse pas  
 P. 7. de nous donner des vûes sur le Fini, que nous nous  
 croyons toujours à portée de connoître. On sçait com-  
 ment les Geometres modernes, pour pouvoir parvenir à  
 des Theories generales sur les Courbes, ont été obligés  
 de les considerer comme composées d'une infinité de côtés  
 infiniment petits, & leurs Ordonnées comme infiniment  
 proches; & toujours croissant ou décroissant de l'une à  
 l'autre infiniment peu, ou par differences infiniment pe-  
 tites. Pour operer sur ces differences, il a fallu en avoir  
 l'expression, & par les Regles connus du Calcul differenti-  
 el on la tire de l'Equation d'une Courbe quelconque,  
 c'est-à-dire, que l'on a en general la difference infiniment  
 petite dont toutes les Ordonnées possibles d'une Courbe  
 croîtront ou décroîtront à chaque pas infiniment petit.  
 Supposé que la Courbe commence par avoir une Ordon-  
 née qui soit nulle ou Zero, ce qui est le cas le plus natu-  
 rel, chaque Ordonnée est la somme des differences de tou-  
 tes les Ordonnées précédentes. Ainsi lorsqu'au lieu de  
 trouver, comme on avoit fait selon le Calcul differentiel,  
 les differences infiniment petites par les Ordonnées finies,  
 on retrouve selon le Calcul Integral les Ordonnées finies  
 par les differences infiniment petites, ce sont des sommes  
 de differences que l'on retrouve. De même si un espace  
 curviligne étant déterminé, on a l'expression de la der-

niere partie infiniment petite de cet espace, qui sera la derniere difference, puisque c'est la derniere quantité dont il a crû ou décrû, & si cette difference ou differentielle se peut integrer, son integrale donne l'espace curviligne entier, qui n'est que la somme d'une infinité de petits espaces differentiels pareils qui ont précédé. On en dira autant des Solides finis que l'on considerera comme formés d'une infinité de petits Solides differentiels, & en general toute grandeur differentielle étant integrée donne la somme de l'infinité de grandeurs de son espece qui l'ont précédée.

M. Taylor, sçavant Geometre Anglois, a fait apparemment cette reflexion ingenieuse, quoi-que simple, que si ces differentielles integrées donnent toujours des sommes, cela ne vient point de ce qu'elles sont infiniment petites, & précédées d'une infinité de grandeurs, mais seulement de ce qu'elles sont differentielles, & précédées de grandeurs de même espece, & que par consequent cette propriété doit se retrouver dans le Fini, desorte qu'une Suite de Nombres étant posée, si on peut trouver l'expression de la grandeur differentielle qu'elle aura après un nombre quelconque de termes, comme après 10 termes, 15, 20, &c. Et si on peut trouver l'integrale de cette differentielle, cette integrale sera la somme de tous les termes précédents depuis l'origine de la suite, comme des 10 premiers, des 15, &c. En effet il faut considerer la somme des termes de la Suite quelconque comme une quantité toujours croissante à chaque terme nouveau qu'elle prend, & ce terme nouveau est une differentielle, mais finie, dont elle s'augmente. Quelle que soit la route qui a conduit M. Taylor à appliquer le Calcul des differences infiniment petites à ces differences finies, c'est sur cela qu'il a fondé son Traité intitulé *Methodus Incrementorum*, & cette application nouvelle a des usages que les Geometres sentiront d'abord, & que nous tâcherons de faire apercevoir. M. Nicole qui en a été frappé a voulu mettre toute

cette matiere dans un plus grand jour, il a pris le fond de la belle découverte de M. Taylor, & il y a joint du sien tout ce qu'il a cru necessaire ou pour éclaircir, ou pour étendre cette Theorie.

Elle n'est nullement necessaire pour les progressions Arithmetiques, puisque par des regles connues on a la somme de tel nombre de leurs termes que l'on veut, & de plus elle n'y seroit pas applicable. Elle ne l'est qu'à des Suites qui ont ces deux conditions, 1°. que leurs termes soient formés par un produit, 2°. qu'il n'entre dans ce produit qu'une seule grandeur indéterminée qui croisse toujours d'une même quantité, d'où il suit que toute la Suite pourra être renfermée dans une seule expression algebrique. Ainsi cette Suite 2, 6, 12, 20, 30, 42, &c. est dans les conditions requises, parce que 2 est le produit de 1 par 2, 6, celui de 2 par 3, 12 celui de 3 par 4, 20 celui de 4 par 5, &c. & qu'en supposant une grandeur indéterminée qui croisse toujours de 1, cette grandeur multipliée par elle-même accrûe de 1 exprimera un terme quelconque de la Suite, & que pour avoir un terme déterminé il ne faudra que lui donner une valeur. La quantité ou difference constante dont la grandeur indéterminée croît, peut être tout autre nombre que 1, & le produit dont chaque terme de la suite est formé peut être formé de la grandeur indéterminée répétée autant de fois qu'on voudra, mais toujours accrûe à chaque fois de la difference constante.

Cette difference constante fait que l'expression algebrique de la Suite, ou, ce qui est le même, d'un terme quelconque de la Suite, étant donnée, il est très aisé de trouver celle du terme quelconque suivant. Ce terme suivant est la differentielle finie dont la somme totale de la Suite augmentera en prenant ce nouveau terme, & l'on trouve une formule generale pour cette differentielle. Son integrale, qui sera la somme de tous les termes précédents, se trouve en faisant le contraire de ce qu'on a fait pour avoir

avoir la differentielle, c'est-à-dire, en ajoutant ce qu'on avoit retranché, en divisant si on avoit multiplié, ou au contraire. Ainsi on a par une formule generale la somme de tous les termes de ces Suites jusqu'à un certain terme; ou, ce qui est le même, la somme de tel nombre de termes que l'on veut.

Comme ces Suites sont necessairement croissantes, si on les supposoit infinies leur dernier terme seroit infini & leur somme infinie, & on la trouveroit telle par la Methode de M. Nicole. Mais cette connoissance n'est pas ordinairement si utile ni si difficile que celle des sommes finies de tel nombre fini de termes que l'on veut.

Si une Suite croissante quelconque conditionnée comme cette Methode le demande est changée en une Suite de fractions, ce que l'on fera en prenant tous ses termes pour des dénominateurs de fractions dont 1 sera le numerateur constant, on aura une Suite décroissante, dont M. Nicole trouve aisément la somme d'un nombre quelconque de termes, car ce qu'il a fait pour les nombres entiers s'applique de soi-même aux rompus. Or les Suites décroissantes étant poussées jusqu'à l'infini ont souvent des sommes finies, & il est d'une grande utilité de les pouvoir déterminer comme fait la Theorie presente.

Pour cela il n'y a qu'à renverser la Suite infinie décroissante, c'est-à-dire, prendre pour son premier terme celui qui étoit naturellement le dernier, & chercher la somme du nombre infini de termes compris depuis celui-là jusqu'à tel terme qu'on voudra placé vers son origine naturelle, & par consequent connu; par exemple, la somme des termes depuis le dernier jusqu'au 3<sup>me</sup>. ou 4<sup>me</sup>. &c. ou même jusqu'au 1<sup>er</sup>. ce qui donnera la somme totale de la Suite. Ainsi l'on a la somme non seulement de tel nombre fini de termes que l'on veut, mais du nombre infini total des termes, ou d'un nombre infini des termes moins tel nombre fini que l'on veut. Par exemple, la Suite 2, 6, 12, 20, 30, 42, &c. étant réduite en frac-

## 42 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

tions qui ont toutes 1 pour numerateur, la somme est 1, & celle des 5 premiers termes est  $\frac{1}{2}$ , & par consequent celle du nombre infini de termes depuis le 6<sup>me</sup>. inclusivement jusqu'au dernier n'est que  $\frac{1}{2}$ .

Il n'est pas necessaire que 1 soit le numerateur perpetuel, tout autre nombre peut l'être, ce qui est evident, & même les numerateurs peuvent être variables, ou changer, mais il faut que ce soit avec un certain ordre, ou sous certaines conditions.

Quand les conditions que demande une Suite infinie décroissante pour être sommée par la Methode de M. Nicole, ne se trouvent pas dans une Suite proposée, il faut voir si elle ne peut pas être changée en d'autres Suites où ces mêmes conditions se trouvent. Cela se fait en décomposant la proposée, & en la resolvant en deux ou plusieurs Suites conditionnées comme il faut, mais c'est-là une espece de bonheur que l'on n'a pas toujours quand on voudroit. Un grand nombre de Suites échappent encore à la Methode de M. Nicole, & il en échapoit davantage à celle de M. Taylor. Peut-être avec le temps en échapera-t-il moins.

Quoi-qu'il en soit, ceux qui ont quelque idée du Calcul Differentiel & de l'Integral en verront ici avec plaisir les principes qui percent déjà dans le fini, & qui annoncent ce qu'ils produiront dans l'infini, pour lequel seul la consideration des Courbes les avoit fait employer.

CETTE année M. de Traytorens d'Yverdan donna à l'Academie une nouvelle Methode pour les Calculs arithmetiques, qui fut fort approuvée.

Les expressions Arithmetiques pour les Nombres ce sont les 10 caracteres 1, 2, 3, &c. combinés comme tout le monde sçait pour représenter tous les nombres possibles. Les expressions Algebriques ce sont des Lettres de l'Alphabet qui ont telles valeurs que l'on veut. Deux Let-



tres ayant été prises pour représenter deux nombres déterminés, si on veut faire un produit de ces deux nombres, on n'a qu'à écrire les deux Lettres tout de suite, & dans ce produit qui est un nouveau nombre on voit encore par conséquent les deux qui l'ont formé, & que nous appellerons ses *Elements*, au lieu que dans les expressions arithmétiques des produits les éléments disparaissent; par exemple, on ne voit point du tout par cette expression 21 que 21 est le produit de 3 par 7, il faut le sçavoir d'ailleurs. Dans de plus grands nombres ni on ne le voit, ni on ne le sçait, & il faut faire de grandes opérations.

Par la même raison les divisions arithmétiques sont longues & embarrassées, & les algébriques fort courtes, & presque toutes faites d'elles-mêmes, lorsque la grandeur à diviser & le diviseur ont des Lettres ou des éléments communs, car il n'y a qu'à effacer de part & d'autre ces éléments, & le quotient est trouvé.

Ces avantages des expressions algébriques sur les arithmétiques à l'égard de la multiplication & de la division, M. de Traytorens a pensé à les transporter dans l'Arithmétique. Pour cela il faut réduire les Nombres à être exprimés par des Elements.

Tous les Nombres sont ou premiers tels que 1, 2, 3, 5, 7, 11, &c. Si cependant 1 doit être compté, ou composés des premiers par multiplication, tels que 4, 6, 8, 10, 12, &c. les nombres premiers sont donc éléments; & ils doivent entrer, & entrer seuls dans la composition & dans l'expression de tous les autres. Je dis *seuls*, non qu'un nombre qui n'est pas premier ne puisse être formé de nombres qui ne seront pas tous premiers, ainsi 12 est le produit de 2 par 6 qui n'est pas premier, mais 6 lui-même est le produit de 2 par 3 tous deux premiers, & il ne faut considérer 12 que comme le produit de 2 par 2 par 3, trois éléments qui sont nombres premiers, ou du moins deux éléments dont l'un est repeté deux fois, ou élevé au quarré. Il en va de même de tous les autres

#### 44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

nombre que l'on pourra concevoir formé de quelques éléments qui ne seront pas nombres premiers, ces faux éléments se refoudront toujours en nombres premiers, qui seront les vrais éléments, & les seuls que l'on devra considérer comme formant le nombre proposé, soit qu'ils soient repetés, ou non.

Cela posé, & cette idée étant rendue generale, on peut avoir une Table où vis-à-vis de tous les Nombres naturels rangés de suite & exprimés à l'ordinaire seront ces mêmes nombres exprimés par les produits de leurs éléments, à l'exception des nombres premiers qui n'auront pas d'autre expression qu'eux-mêmes, puisqu'ils sont les éléments des autres. Ainsi 4 sera exprimé par le carré de 2, 6 par le produit de 2 & de 3, 8 par le cube de 2, &c. On pourra pousser cette Table si loin qu'on voudra, & plus elle sera poussée loin, plus elle sera utile. On y verra

1°. La formation primitive & essentielle de tous les nombres non premiers.

2°. Tous les diviseurs possibles d'un nombre, car ces diviseurs sont non seulement les éléments pris chacun séparément, mais encore ces mêmes éléments pris deux à deux, trois à trois, &c. selon les regles connues des combinaisons, de sorte que le plus grand diviseur se présentera tout d'un coup aux yeux.

3°. Tous les nombres qui seront ou carrés ou cubiques, ou carré-carrés, &c. ce qu'on jugera très aisément par les exposants des éléments, & par conséquent quelles sont les racines carrées ou cubiques, &c. d'un nombre quelconque.

4°. Combien un même nombre peut être de différentes puissances à la fois, & quelles sont toutes ses racines. Ainsi parce que 46656 sera exprimé par le produit de 2 & de 3 élevés l'un & l'autre à la 6<sup>me</sup>. puissance, on verra tout d'un coup que 46656 est la 6<sup>me</sup>. puissance de 6, le cube de 36, & le carré de 216.

5°. Quels sont les nombres premiers, car ils demeurent

ront sans expression, & feront des vuides dans la Table.

6°. Combien il y en a de répandus dans la Suite des nombres naturels. Ainsi l'on s'appercéva sans peine que dans la 1<sup>re</sup>. centaine des naturels il y a 26 nombres premiers, 24 dans la 2<sup>de</sup>. 15 dans la 3<sup>me</sup>. 16 dans la 4<sup>me</sup>. 17 dans la 5<sup>me</sup>. 14 dans la 6<sup>me</sup>. 16 dans la 7<sup>me</sup>. 14 dans la 8<sup>me</sup>. 15 dans la 9<sup>me</sup>. 14 dans la 10<sup>me</sup>. &c. ce qui joint à la considération des intervalles qui sont entre eux peut n'être pas inutile à la Theorie de ces nombres.

Cette Table étant construite jusqu'à 1000, par exemple, on a donc tous les nombres non premiers jusqu'à 1000, exprimés par leurs éléments. Si je veux multiplier l'un par l'autre deux nombres non premiers compris dans cet espace, il est visible que leur produit sera celui de leurs éléments. Par exemple, le produit de 15 & de 34 sera celui de 2 & de 3, éléments de 15, par 2 & 17 éléments de 34. Mais pour trouver que ce produit qui est celui de 2 par 3 par 5 par 17 est 510 il faut une seconde Table ou par ce produit de 2 par 3 par 5 par 17 je trouve tout d'un coup 510.

Pour cette seconde Table il faut établir un certain ordre selon lequel les nombres premiers en se multipliant successivement les uns les autres produisent tous les nombres non premiers, & en vertu de cet ordre on trouvera que le produit des nombres premiers proposé vaut 510. Il en ira de même de tous les autres possibles compris dans les bornes de la Table.

L'ordre que prend M. de Traytorens est de multiplier d'abord 2, ensuite 3, ensuite 5, &c. par tous les autres nombres premiers compris entre 1 & 1000, si la Table s'arrête à 100, de sorte que les produits ne passent point 1000. Après cela il multiplie 2 & 3 ou 6 par tous les nombres premiers suivants, ensuite 2, 3 & 5 ou 30 par tous les nombres premiers suivants, & toujours ainsi de suite, & tous les produits exprimés à l'ordinaire sont écrits dans des colonnes correspondantes.

#### 46 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Par-là deux nombres premiers ou non premiers étant donnés, on en trouve aussi-tôt le produit comme par les Tables des Logarithmes, mais on le trouve sans faire aucune operation, au lieu que par les Tables des Logarithmes il faut faire de grandes additions, & même pour les plus petites multiplications.

Selon la methode presente les divisions sont d'une extrême facilité quand le nombre à diviser & le diviseur ont quelques éléments communs, ce qui est très frequent, ainsi pour diviser 780 dont les éléments sont 2, 2, 3, 5, 13 par 65, dont les éléments sont 5, 13, il n'y a qu'à effacer de part & d'autre 5 & 13, le reste qui est 2, 2, 3 ou 12 est le quotient de 780 divisé par 65. De même on verra tout d'un coup que 812 dont les éléments sont 2, 2, 7, 29 divisé par 696 dont les éléments sont 2, 2, 2, 3, 29 est 7 divisé par 6 ou  $1\frac{1}{6}$ . Par les Logarithmes il faudroit faire une soustraction de deux grands nombres.

Il est évident que par la même voye les fractions sont en un moment & à l'œil réduites à leurs moindres termes,  $\frac{812}{696}$  par exemple à  $\frac{7}{6}$ . De même le plus grand commun diviseur de deux nombres saute aux yeux. Ici c'est 4 fois 29, ou 116.

Si le nombre à diviser & le diviseur n'ont pas d'éléments communs, il faut, en laissant le diviseur tel qu'il est, & en remontant au dessus du nombre à diviser, c'est-à-dire, à de plus petits nombres, trouver celui qui en est le plus proche, & qui a des éléments communs avec le diviseur. La division de ce nouveau nombre étant faite comme dans le cas précédent, son quotient sera le quotient cherché, à cela près qu'il y faudra ajouter la difference du premier nombre à diviser & du nouveau nombre divisée par le diviseur. On entendra aisément cette pratique, & on y fera les suppléments nécessaires, pour peu que l'on prenne l'esprit de la Methode.

Les extractions parfaites ou imparfaites de racines quelconques se trouveront ici toutes faites, car il sera aisé de

distinguer dans les Tables par une couleur, ou par quelque autre marque les nombres tellement formés par leurs éléments qu'ils seront une ou plusieurs puissances, & on verra par les distances des nombres intermediaires à ceux-là & par leurs éléments quelles puissances ils renferment, & combien il s'en faudra qu'ils ne soient certaines puissances. Tout cela seroit plus aisé à voir qu'il ne l'est à expliquer.

On voit assés que ces Tables auroient avec les mêmes usages que celles des Logarithmes d'autres usages particuliers. De plus il est impossible que dans la construction des Tables des Logarithmes il n'y ait un très grand nombre d'erreurs, qui à la vérité peuvent être negligées, parce qu'elles sont peu sensibles sur d'aussi grands nombres que ceux qu'on prend exprés pour les pouvoir negliger. Mais enfin ce sont toujours des erreurs, dont les calculs fondés sur les Logarithmes se ressentent nécessairement, & ici tout seroit dans une entière exactitude. Aussi la Methode de M. de Traytorens est-elle tirée du fond de la nature des Nombres, & elle procede toujours directement, au lieu que celle du Baron Neper, Auteur des Logarithmes, est plus indirecte & plus détournée. Par cette raison même celle-ci peut paroître plus ingenieuse, quoi-qu'il n'y ait veritablement rien de plus ingenieux que d'aller le plus droit qu'il est possible. Le grand avantage des Logarithmes, c'est d'être en possession des calculs. Il est vrai cependant que de grands calculateurs ne s'en toient pas trop.



## G E O M E T R I E.

*SUR LE PARALLELISME  
ou Non-parallelisme apparent des Rangées  
ou Allées d'Arbres.*

V. les M.  
p. 88.

**I**L n'y a personne qui étant placé à un bout d'une longue Allée d'Arbres plantés sur deux lignes droites parallèles n'ait remarqué que les Arbres à l'autre bout paroissent s'approcher, & cela d'autant plus que l'Allée étoit plus longue. La Perspective empêche que les deux lignes sur lesquelles les Arbres sont plantés ne paroissent parallèles, comme elles le sont réellement, elle diminue toujours de plus en plus l'apparence de leur intervalle toujours égal en lui-même.

Les Geometres, qui ne cherchent que des difficultés; ont demandé sur quelles lignes il faudroit disposer des Arbres pour corriger cet effet de Perspective, ou afin que les deux rangées parussent toujours parallèles. Il est clair d'abord que pour le paroître il faudroit qu'elles ne le fussent pas, & qu'elles s'écartassent toujours l'une de l'autre, mais selon quelle regle faudroit-il qu'elles s'écartassent?

Les deux lignes de rangées doivent être telles que les intervalles inégaux de deux Arbres quelconques correspondants, c'est-à-dire, de ceux qui sont chacun le 1<sup>er</sup>. le 2<sup>d</sup>. le 3<sup>me</sup>. &c. de la rangée, soient toujours vûs égaux, ou sous le même angle, si c'est de cette seule égalité des angles visuels que dépend l'égalité de la grandeur apparente des objets, ou si en general cette grandeur ne dépend que de celle des angles visuels.

SUR

Sur ce principe le P. Fabry a dit sans démonstration, & le P. Taquet a dit après lui & démontré, mais par une voye très difficile, que les deux rangées d'Arbres devoient être deux demi-Hyperboles opposées. Pour se faire une idée distincte, il faut concevoir que la premiere largeur de l'Allée, ou l'intervalle des deux premiers Arbres correspondants, est déterminé arbitrairement. Les deux extrémités de cette premiere largeur sont les sommets de deux Hyperboles opposées, dont par conséquent le centre commun est au milieu de cette largeur, qui est leur axe transverse ou premier. L'œil est placé dans une ligne qui est perpendiculaire au plan de l'Allée, & qui part du centre des Hyperboles. Le double de la longueur de cette ligne quelconque sera le second axe des deux Hyperboles qu'il faut décrire, & leurs deux axes étant ainsi déterminés, leur espece l'est aussi. Il est visible qu'à moins qu'on ne suppose que l'œil ayant été tourné d'un côté se tourne ensuite de l'autre, il ne faut que les deux demi-Hyperboles opposées, qui se presenteront leurs convexités, & s'écarteront toujours l'une de l'autre. Les Arbres, ou pour parler plus exactement, les pieds des Arbres correspondants disposés sur ces deux demi-Hyperboles seront toujours vus sous un même angle, à quelque distance qu'ils soient de l'œil.

La démonstration du P. Tacquet est une Synthese fort longue & fort embarrassée, & M. Varignon trouva la même Solution par une Analise si simple & si courte qu'elle ne contient qu'une seule Analogie, tant il peut y avoir de difference entre les diverses voyes d'arriver aux mêmes verités. M. Varignon fit plus, il rendit le Problème beaucoup plus general; les angles visuels seront non seulement toujours égaux, mais croissants ou décroissants selon tel ordre qu'on voudra, pourvu que le plus grand ne soit pas plus grand qu'un droit, & tous les autres aigus, & comme les Sinus des angles sont leur mesure, il suppose une Courbe quelconque dont les Ordonnées représente-

*Hist. 1717.*

. G

ront les Sinus des angles visuels, & il la nomme par cette raison *Courbe des Sinus*. De plus l'œil peut être placé où l'on voudra, soit précisément au commencement de l'Allée, soit en de-çà, soit au de-là. Tout cela posé, il suppose que la première rangée d'Arbres est une ligne droite, & il cherche quelle ligne doit être la seconde, qu'il appelle *Courbe de rangée*. Il trouve une équation générale & indéterminée, où la position de l'œil, la Courbe quelconque des Sinus, & la Courbe quelconque de rangée sont liées de telle manière que dès qu'on aura déterminé deux de ces trois choses, la troisième le sera nécessairement, & s'offrira aussi-tôt. Il faut même remarquer que la différente position de l'œil ne change rien à la Courbe des Sinus, ce qui est évident, ni à la nature de la Courbe de rangée, mais seulement à sa position, ce qu'on voit assez aussi qui doit être.

Ainsi si on veut que les angles visuels soient toujours égaux, c'est-à-dire, si la Courbe des Sinus est une droite, la Courbe de rangée devient une Hiperbole, l'autre rangée d'Arbres ayant été supposée ligne droite. Si l'œil est posé sur le commencement de l'Allée, le premier pied d'Arbre est posé sur le sommet de l'Hiperbole, ou, ce qui est la même chose, ce sommet est le premier point que l'œil puisse voir sur la Courbe de rangée. Par-là il est facile de juger que si l'œil est autrement posé, le sommet de l'Hiperbole s'avance devant lui, ou se recule derrière lui, de sorte qu'il voit plus ou moins que la demi-Hiperbole, ce qui détermine la position que cette Courbe doit avoir sur le plan où elle sera décrite. Le demi-axe transverse ou premier de cette Hiperbole & le second sont déterminés comme nous avons dit. On verra donc la rangée d'Arbres droite & l'Hiperbolique à l'infini comme deux droites parallèles.

Si on décrit de plus la demi-Hiperbole opposée, ce qui fera trois rangées d'Arbres, dont la droite tiendra le milieu, on les verra encore parallèles toutes trois.



Il y a plus. Il n'est pas nécessaire que la seconde Hiperbole soit l'opposée de la première, c'est-à-dire, de la même espèce, ou de même axe transverse, ou premier axe. Il suffit qu'elle ait le même centre, son sommet sur la même ligne droite, & le même axe conjugué ou second axe, & parce que ces conditions laissent au premier axe la liberté de varier à l'infini, les deux Hiperboles pourront être de toutes les différentes espèces possibles.

Et même il pourra y avoir tel nombre qu'on voudra de ces rangées Hiperboliques, qui prises deux à deux, seront toujours vûes sous des angles égaux, & toutes ensemble seront vûes parfaitement parallèles, sans compter la rangée droite qui ne peut pas empêcher le parallélisme apparent des autres.

Reciproquement la rangée droite étant posée, si l'on veut que ses pieds d'Arbres & les correspondants de la seconde soient vûs sous des angles décroissants, il faut établir un ordre pour leur décroissement ou l'équation de la Courbe des Sinus, & cette équation étant d'une certaine espèce que M. Varignon détermine, on voit que la Courbe de rangée devient une ligne droite parallèle à la première, c'est-à-dire, que des Arbres plantés sur deux droites parallèles comme ils le sont dans toutes les Allées, paroissent s'approcher toujours, & enfin concourir à une grande distance.

De-là il suit que dans l'approche apparente des Arbres plantés parallèlement la diminution des angles visuels se fait selon une certaine proportion que M. Varignon a déterminée, & qui ne l'avoit point encore été, & si l'on vouloit que cette diminution se fit selon toute autre proportion, il ne faudroit plus que les Arbres fussent plantés parallèlement.

On voit assés combien le Problème a été élevé par M. Varignon au dessus des termes où la solution du P. Tacquet étoit renfermée. M. Varignon va encore plus loin. Il suppose que la première rangée d'Arbres soit une Cour-

de quelconque, & il cherche quelle doit être la seconde, afin que les Arbres fassent à la vûe tel effet qu'on voudra, c'est-à-dire, soient vûs sous des angles toujours égaux, ou croissants, ou décroissants. Pour cela il pose trois Courbes indéterminées, les deux de rangée, & celle des Sinus, & il les lie tellement par une équation generale, que deux d'entre elles étant déterminées, la troisième l'est aussi.

Si l'on veut que les angles visuels soient toujours égaux, ou la Courbe des Sinus une ligne droite, il n'y a encore rien de déterminé pour les Courbes de rangée, & par conséquent ce ne sont pas seulement deux Hiperboles qui peuvent satisfaire à la question, mais une infinité d'autres Courbes prises deux à deux, & quand on en aura déterminé une, qui sera, par exemple, une Parabole, ou une Logarithmique, on verra naître l'autre de l'équation generale. Mais il est vrai que le plus souvent elle n'en naîtra pas avec facilité, ou sans un long calcul.

Jusqu'ici nous avons toujours supposé que la grandeur apparente des objets ne dépendoit que de la grandeur de l'angle visuel, c'est le sentiment commun, & les PP. Fabry & Tacquet ne l'ont pas révoqué en doute. Mais ce principe n'est pas sûr entant qu'il en exclut tout autre, quelques Philosophes, & des plus éclairés, prétendent qu'il y faut joindre la distance apparente des objets qui nous les fait voir d'autant plus grands que nous les jugeons plus éloignés. C'est sur cela qu'a roulé la fameuse question de

\* V. Hist. la grandeur de la Lune vûe à l'Horison ou au Meridien \*.  
de 1707. M. Varignon pour s'accommoder à tout dans son Problème  
p. 160. & des Allées d'Arbres sans cependant prendre aucun  
161. parti sur la difficulté d'Optique, fait aussi entrer dans ce  
Problème l'augmentation de la grandeur apparente des  
objets selon leurs distances. Il en résulte des Courbes plus  
compliquées & plus difficiles à construire, plus d'exercice,  
ou plus de jeu pour la Geometrie, & c'est ce qu'elle de-  
mande.

Il est fort remarquable que quand on a joint cette se-

conde Hypothese sur les apparences à la premiere ; & qu'ayant supposé la premiere rangée d'Arbres en ligne droite, on cherche selon la formule de M. Varignon quelle doit être la seconde rangée pour faire paroître tous les Arbres paralleles, on trouve que c'est une Courbe qui s'approche toujours de la premiere rangée droite. Or cela est réellement impossible, car si deux rangées droites paralleles font paroître les Arbres non paralleles & s'approchant, à plus forte raison deux rangées non paralleles & qui s'approchent feront-elles cet effet. C'est donc là une très grande difficulté contre la seconde Hypothese des apparences, & on la doit à une Geometrie assés abstruse, qui seule pouvoit aller jusques-là. Je dis qu'on la doit, car c'est beaucoup que de connoître toutes les difficultés. Nous avons déjà vû ailleurs d'autres exemples d'Hypotheses physiques, qui étant introduites dans des calculs geometriques, menent à des conclusions visiblement fausses, ce qui fait voir que ces principes ou ne sont pas employés par la Nature, ou le sont avec des modifications que nous ne connoissons pas. La Geometrie peut être en ce sens-là une bonne Pierre de touche pour la Phisique.

**M** de Traytorens, dont nous avons déjà parlé ci-dessus \*, donna encore cette année à l'Academie une Theorie où il rendoit plus generale & infiniment generale celle des Développées. Il avoit pris sans le sçavoir le même dessein que M. de Reaumur avoit déjà executé, & que nous avons expliqué d'après lui en 1709 \*. Nous y avons appelé Développées *imparfaites* celles qu'il consideroit & que M. de Traytorens considéra aussi, & dont les Développées proprement dites ou *parfaites* ne sont qu'un cas particulier. Mais comme il n'est pas possible que deux esprits differents donnent le même tour à la même idée, M. de Traytorens averti qu'il avoit été prévenu, jugea avec raison que quoi-que le fond du sujet ne fût plus

\* p. 42.

\* p. 64.  
& suiv.

nouveau, du moins la maniere dont il le traitoit auroit la grace de la nouveauté. De plus il arrivoit à des conclusions nouvelles & importantes, & c'est à quoi nous allons nous attacher uniquement, en laissant tout ce qui est commun pour le fond aux deux Geometres.

On sçait que la rectification des Courbes est une des plus difficiles recherches de la Geometrie la plus élevée. La Théorie des Développées y est fort utile. M. le Marquis de l'Hôpital qui n'a traité que des Développées parfaites a démontré que quand la Courbe produite par le développement, que j'appelle *Développante*, étoit geometrique, la Développée étoit geometrique aussi, & de plus rectifiable. Ainsi comme il n'y a point de Courbe qui ne puisse être prise pour Développante, & qui n'ait sa Développée, le nombre infini des Courbes geometriques donne une infinité de Courbes geometriques rectifiables. Telles sont les Développées de toutes les Paraboles, Hiperboles, Ellipses, &c. Il est vrai que la Développée du Cercle n'est que son centre ou un point, mais un point est geometrique dans le sens où l'on prend ce mot, & il est de lui-même tout *rectifié* autant qu'il peut l'être.

Une Développante non geometrique ou mécanique ne peut donc avoir une Développée geometrique & rectifiable. Ainsi la Cycloïde a une Développée rectifiable, mais non pas geometrique, puisque c'est une autre Cycloïde égale & semblable, mais différemment posée. Il en va de même de la Logarithmique Spirale.

Reciproquement si la Développée n'est geometrique & rectifiable, la Développante n'est point geometrique. Ainsi la Développante de la Logarithmique ne peut l'être, puisque la Logarithmique n'est ni geometrique ni rectifiable, & même la Développante de la Parabole ordinaire n'est pas geometrique non plus, parce que cette Parabole, quoi-que geometrique, n'est pas rectifiable.

Voilà les principales connoissances qu'on avoit tirées de la Théorie des Développées par rapport à la rectification

des Courbes. M. de Traytorens en rendant generale la Theorie des Développées, y ajoute 1°. Que si une Développante prise à sa maniere, qui revient à celle de M. de Reaumur, est une Courbe geometrique concave du même côté, sa Développée est toujours une autre Courbe geometrique, dont la difference a une ligne droite connuë sera aussi petite qu'on voudra. 2°. Que si la longueur de cette Développée est entierement connuë, elle déterminera celle de la Développante, supposé que la Développée n'ait point de point de rebroussement. 3°. Que si elle en a un, & qu'on puisse prendre de part & d'autre de ce point deux arcs égaux, on aura toujours la longueur d'un arc de la Développante. Ces nouvelles rectifications ne peuvent manquer d'avoir beaucoup de prix chés les Geometres, du moins chés ceux qui cherchent à élever toujours de plus en plus des speculations si glorieuses à l'esprit humain.



\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

# ASTRONOMIE.

## SUR LES SATELLITES EN GENERAL.

V. les M.  
 p. 146.

C'A été depuis 1610 jusqu'en 1684, ou dans l'espace de 74 ans au dernier siècle, que l'Astronomie s'est enrichie de 9 Satellites, & de l'Anneau de Saturne, qui est une espece de Satellite continu & immobile, ou peut-être un amas d'un nombre prodigieux de Satellites mobiles & séparés. Mais ce qui a enrichi l'Astronomie a aussi augmenté ses peines & son travail. Nous l'avons assés fait voir toutes les fois que nous avons parlé des Satellites ou de l'Anneau \*.

\* V. Hist.  
 de 1705.  
 p. 117. &  
 suiv. de  
 1712.  
 p. 68. &  
 suiv. de  
 1714.  
 p. 71. &  
 suiv. de  
 1715.  
 p. 36. &  
 suiv. de  
 1716.  
 p. 54. &  
 suiv. & 57.  
 & suiv.

La Theorie des Satellites en general a déjà été ébauchée en 1716 d'après M. Cassini, nous y avons considéré les révolutions des Satellites rapportées comme elles doivent l'être à leurs Planetes principales, qui en sont les centres; mais il reste le point le plus important & le plus difficile de cette Theorie generale, que M. Cassini a traité dans toute son étendue, & par des méthodes geometriques. Il s'agit de l'inclinaison des Orbes des Satellites sur celui de leurs Planetes, & des intersections ou Nœuds de ces differents Orbes. Il suffit de considérer un seul Satellite qui tourne autour de sa Planete qu'on appelle *principale*.

Ce Satellite est précisément par rapport à sa Planete ce que la Lune est par rapport à la Terre, & par conséquent la détermination des Eclipses qu'il souffrira en tombant dans l'ombre de sa Planete, & celle de la grandeur de ces Eclipses,

Eclipses, dépendent de la détermination exacte des nœuds de son Orbite avec celle de la Planete & de l'angle sous lequel se fait cette intersection, ou, ce qui est la même chose, de l'inclinaison de son Orbite sur celle de la Planete. Or on sçait de quelle importance sont les Eclipses des Satellites, & combien on a déjà tiré d'utilité de celles des Satellites de Jupiter. Il est aisé de voir aussi que la connoissance de ces nœuds, & de cette inclinaison est essentielle pour toutes les déterminations du mouvement du Satellite.

Il faut bien remarquer que ce sont précisément les nœuds & l'inclinaison de l'Orbe du Satellite avec celui de sa Planete dont il s'agit ici, & non pas des nœuds ou de l'inclinaison de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de la Terre, ou l'Ecliptique. De plus il s'agit précisément des nœuds & de l'inclinaison *veritables* de l'Orbe du Satellite avec celui de sa Planete, c'est-à-dire, tels que les a le Satellite vû de sa Planete, & non pas de ces nœuds ou inclinaison *apparents*, c'est-à-dire, tels que les a le Satellite vû de la Terre. De-là vient la grande difficulté de ces connoissances, car nous sommes sur la Terre, d'où il n'y a que le mouvement de la Lune, nôtre Satellite, & dont il n'est point ici question, qui puisse nous paroître régulier, tous les autres sont extrêmement défigurés pour nous par le desavantage du point de vûë. Il faut rectifier par beaucoup de raisonnemens geometriques les apparences trompeuses que nous donnent les Observations, après quoi le vrai ou le réel étant connu, il faut enfin pour l'usage de l'Astronomie le réduire aux apparences qu'il donnera sur la Terre.

Nous repeterons, peut être sans necessité, ce que nous avons déjà dit bien des fois en traitant cette matiere. La circonference d'un Cercle rapportée sur une surface plate, ou qui paroît plate, n'est vûë comme une ligne droite, que quand l'Oeil est dans le plan de ce Cercle prolongé ou non. Hors de-là cette circonference est vûë comme

*Hist. 1717.*

. H

une Ellipse d'autant plus ouverte, ou dont le petit axe est d'autant plus grand par rapport au grand, que l'Oeil est plus éloigné d'être dans le plan de ce Cercle, ou, ce qui est le même, plus élevé sur ce plan.

C'est donc le petit axe, ou plutôt la moitié du petit axe de l'Ellipse apparente qui mesure l'élevation de l'Oeil sur le plan du Cercle dont l'apparence a dégénéré en Ellipse.

L'élevation de l'Oeil doit être considérée comme vûë du centre de ce Cercle, & par conséquent elle est un certain Sinus de ce Cercle.

La même élevation de l'Oeil vûë d'un centre plus éloigné est un sinus d'un moindre arc, ou de moins de degrés.

L'Oeil est toujours supposé au centre de la Terre, & par conséquent dans le plan de l'Ecliptique qui est mené par les centres de la Terre & du Soleil.

Toutes les Planetes principales ayant chacune leur Orbite ou Ecliptique qui passe par le centre du Soleil, & toutes ces Orbites étant différentes, excepté les deux Nœuds ou points opposés où elles se coupent toutes prises deux à deux, l'Oeil ne peut être dans le plan de l'Orbite d'aucune Planete principale que quand il est, ou, ce qui est le même, quand la Terre est dans un Nœud de son Ecliptique avec l'Orbite de cette Planete.

Les Orbites des Satellites sont des plans menés par le centre d'un Satellite & par celui de sa Planete principale. Toutes ces Orbites peuvent être & sont réellement différentes de celles de leurs Planetes principales, & même de celles des autres Planetes auxquelles elles ne se rapportent point, d'où il suit que les Orbites des Satellites autour de leurs Planetes ont aussi leurs Nœuds avec nôtre Ecliptique.

Tout cela posé, je suppose qu'on ait observé que le mouvement d'un Satellite en un certain temps se faisoit en ligne droite par rapport aux Etoiles fixes, ou, ce qui revient au même, passoit par le centre de la Planete principale, on sçait donc qu'alors l'Orbite du Satellite étoit vûë comme une ligne droite, & par conséquent que la



Terre étoit dans un Nœud de son Ecliptique avec cette Orbite. Or le lieu de la Terre ou du Soleil dans l'Ecliptique est toujours connu, ou aisé à connoître.

On voit ensuite que le mouvement du Satellite ne se fait plus en ligne droite, ou qu'il ne passe plus par le centre de la Planete principale, mais à quelque distance, & à une distance de jour en jour plus grande, jusqu'à ce qu'enfin cette distance devenue la plus grande qu'elle puisse être recommence à diminuer.

L'Oeil ayant été dans le plan de l'Orbe du Satellite lorsqu'il l'a vû passer par le centre de la Planete principale, il n'est plus dans ce plan lorsqu'il le voit passer à quelque distance de ce centre, & plus cette distance est grande, plus l'Oeil s'élève sur le plan, & quand cette distance est la plus grande qu'elle puisse être, l'Oeil est aussi dans sa plus grande élévation. Chaque distance est le petit demi-axe de l'Ellipse apparente en laquelle dégenere chaque jour l'Orbe circulaire réel du Satellite, & la plus grande distance est le petit demi-axe de la plus grande Ellipse ou de l'Ellipse la plus ouverte en laquelle il puisse dégenerer, & en même temps cette plus grande distance mesurant la plus grande élévation possible de l'Oeil sur l'Orbe du Satellite, elle détermine l'angle sous lequel cet Orbe coupe nôtre Ecliptique, ou l'inclinaison de ces deux plans.

Voilà ce que l'Observation donne immédiatement, mais ce n'est pas là ce qu'on cherche; il en faut tirer le lieu où se fait dans le Zodiaque le Nœud de l'Orbe du Satellite avec celui de la Planete principale, & l'angle de l'inclinaison de ces deux plans l'un à l'autre.

Si dans le même temps où l'on voit le Satellite passer par le centre de sa Planete, & où par consequent la Terre est dans le Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique, la Terre étoit aussi dans le Nœud de l'Orbe de la Planete principale avec nôtre Ecliptique, le lieu où la Planete seroit rapportée dans le Zodiaque par la Terre, ou le lieu apparent de la Planete, seroit le même que le lieu du

Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique. Et comme par la supposition la Terre seroit alors dans le plan de l'Orbe de la Planete principale, le lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de sa Planete, vû de la Terre, seroit le même que le lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique, ou le lieu apparent de la Planete principale dans le Zodiaque. Par conséquent si la Planete étoit vûë du Soleil, son lieu dans le Zodiaque qui seroit alors le vrai, seroit le même que le vrai lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de la Planete principale, qui est celui qu'on cherche. Or quand on a le lieu d'une Planete, vû de la Terre, son lieu vû du Soleil, est très aisé à trouver.

Le vrai lieu du Nœud du Satellite étant ainsi trouvé, reste à trouver l'inclinaison de son Orbe sur celui de la Planete principale. Pour cela il faut observer le mouvement de la Planete par rapport à une Etoile fixe, la ligne droite selon laquelle il se fait, coupe sous un certain angle la droite selon laquelle le Satellite se meut en ce temps-là par la supposition. Mais cet angle n'est pas encore celui qu'on cherche, car le mouvement de la Planete principale qu'on a observé n'est que son mouvement apparent, ou vû de la Terre, il est composé & de son mouvement vrai autour du Soleil, & de celui de la Terre autour du même centre. Il faut donc le décomposer, & ne prendre que la route que tiendrait la Planete vûë du Soleil. L'inclinaison de cette route à celle du Satellite est la véritable inclinaison de l'Orbe du Satellite à celui de sa Planete.

Ce cas où la Terre est en même temps dans le Nœud du Satellite & dans celui de la Planete principale avec nôtre Ecliptique, est le plus simple & le plus facile de tous, mais aussi c'est le plus rare, & il faut presque toujours se passer de l'avantage d'avoir la Terre dans le Nœud de la Planete principale avec l'Ecliptique. On n'a donc alors que le Satellite dans son Nœud avec l'Ecliptique, & on

est obligé à retrouver par raisonnement ce que l'on n'a pas par le bonheur du temps de l'observation. Dans le premier cas l'Oeil étoit dans le plan de l'Orbe de la Planete, & dans le second il est élevé sur ce plan, & il faut trouver cette élévation qui est proportionnée à la distance de la Planete à son Nœud avec l'Ecliptique. Cette élévation de l'Oeil, qui est l'inclinaison apparente de l'Orbe de la Planete sur l'Ecliptique, étant connue, & d'ailleurs l'inclinaison de la route du Satellite sur la route de la Planete l'étant aussi, on aura enfin la véritable inclinaison de l'Orbe du Satellite sur celui de la Planete.

De même dans le premier cas on trouvoit que le lieu de la Planete, vû du Soleil, étoit celui du Nœud de la Planete avec son Satellite, mais dans le second on ne peut plus que trouver la distance de ces deux lieux, & on ne la conclut que par un assés long circuit. Elle dépend en partie de l'inclinaison déjà connue de l'Orbe de la Planete sur celui du Satellite, & en partie de l'élévation de l'Oeil sur l'Orbe de la Planete. Cette élévation est proportionnée à la distance de la Terre ou du Soleil au Nœud de la Planete avec l'Ecliptique. Mais comme cela ne donne que l'élévation de l'Oeil sur l'Orbe de la Planete telle qu'elle seroit vûë du Soleil, il la faut avoir ensuite telle qu'elle est vûë de la Planete même, ce qui demande la connoissance des distances de la Terre au Soleil & à la Planete.

Que si dans le temps de l'observation fondamentale le Satellite n'étoit pas vû se mouvoir en ligne droite, ou, ce qui revient au même, passer précisément par le centre de la Planete principale, les raisonnemens necessaires deviendroient encore beaucoup plus compliqués. Il faudroit par l'espece de l'Ellipse que le Satellite décriroit, c'est-à-dire, par la proportion du petit axe de cette Ellipse au grand, déterminer combien il seroit éloigné de décrire une ligne droite, c'est-à-dire, à quelle distance il seroit de son Nœud avec l'Ecliptique, & de-là tirer tout le reste.

Nous n'avons donné qu'une idée très superficielle des

Méthodes de M. Cassini, elles font d'un trop grand détail & trop géométriques. Nous avons même évité de parler des distinctions qu'il faut faire entre un Nœud Ascendant ou le Descendant, entre des inclinaisons qui sont d'un sens ou d'un autre par rapport à l'Orient & à l'Occident, au Septentrion & au Midi, entre la position de l'Oeil au dessus ou au dessous d'un plan. Nous n'avons presque songé qu'à faire sentir les difficultés, & en effet cette matière est la plus épineuse de toute l'Astronomie, & celle qui fait le plus d'honneur à la subtilité de l'Art.

### *SUR LA DISTANCE DES ETOILES fixes à la Terre, & sur leur grandeur.*

V. les M. p. 256. CEUX qui n'ont pas d'idée de l'Astronomie prendroient volontiers pour des rêveries de Sçavants tout ce qu'ils entendent dire sur les distances des Planetes à la Terre & sur leurs grandeurs. Tout cela est cependant déterminé assez précisément, & presque aussi précisément, les proportions gardées, que s'il s'agissoit d'Objets terrestres & peu éloignés de nous. Mais on ne peut disconvenir qu'aux Etoiles fixes tout l'Art ne soit en défaut, du moins jusqu'à présent.

C'est à Mars que finissent les connoissances des distances que l'on peut avoir par les parallaxes horizontales, c'est-à-dire, par la difference des deux Lieux d'une même Planete vûë en même temps du centre de la Terre, ou de dessus sa surface \*. Encore la distance de Mars est-elle très difficile à attraper par cette voye. Celles des deux Planetes qui sont au dessus, Jupiter & Saturne, ne se peuvent connoître que par les parallaxes annuelles de leurs Orbes, qui sont aussi leurs *secondes inégalités* \*, ou par la Regle de Kepler, qui s'étend à tous les corps celestes mus autour d'un centre commun. Mais il est très visible que tous ces moyens cessent absolument à l'égard des Etoiles fixes.

\* V. l'Hist. de 1706. p. 95. & suiv.

\* V. l'Hist. de 1704. p. 65. & suiv.

Si elles étoient toutes égales au Soleil, & que nous con-  
nuissions leurs grandeurs apparentes, nous jugerions par le  
rapport de ces grandeurs à celle du Soleil quel seroit le  
rapport des distances où elles sont de la Terre à celle où  
en est le Soleil qui est connuë. Ainsi, par exemple, une  
Fixe égale au Soleil, & dont le diamètre apparent seroit  
1000 fois plus petit, seroit 1000 fois plus éloignée de  
la Terre, ou en seroit à 1000 fois 33 millions de lieues,  
Mais outre que la supposition de l'égalité de toutes les  
Fixes, ou même d'une seule Fixe & du Soleil seroit tout-  
à-fait gratuite, nous ne connoissons point les grandeurs  
apparentes des Fixes. Celles qu'elles ont à la vûe simple  
sont tout-à-fait fausses, à cause du rayonnement & de la  
scintillation, qui étend beaucoup trop ces objets lumineux  
& éloignés, & de plus rend leurs diametres indétermina-  
bles. Et quand on regarde les Fixes avec la Lunette, elles  
sont à la vérité dépouillées de cette scintillation trom-  
peuse, mais ce ne sont plus que des points, & il est pres-  
que impossible de trouver une grandeur aux plus gran-  
des. Cela seul suffit pour donner une idée de leur prodigieux  
éloignement : quel doit-il être si une Lunette qui  
grosit les objets 200 fois ne fait paroître la plus grande  
Etoile fixe que comme un point !

. M. Huguens dans son *Cosmotheoros*, a imaginé un  
moyen de mesurer la distance des Fixes, digne de sa gran-  
de sagacité. Il a choisi Sirius, la plus grande & la plus  
lumineuse de toutes les Fixes qui paroissent sur nôtre ho-  
rison, & l'a supposé égal au Soleil. Il a disposé une Lu-  
nette de sorte qu'elle diminuât le Soleil jusqu'à ne le faire  
plus paroître qu'égal en grandeur & en clarté à Sirius,  
après quoi ayant calculé selon les regles de la Dioptrique  
qu'il avoit réduit le diamètre du Soleil à n'être que la  
27664<sup>me</sup>. partie de ce qu'il nous paroît ordinairement,  
il a conclu qu'il avoit fait la même chose que s'il avoit  
porté le Soleil à une distance de la Terre 27664 fois plus  
grande que celle où il est, & que par conséquent Sirius,

s'il est égal au Soleil, est éloigné de nous de 27664 fois 33 millions de lieües.

\* p. 80.  
& suiv.

Nous avons dit en 1699 \* que selon le Siftême de Copernic la Terre dans l'espace de 6 mois est plus proche ou plus éloignée de la même Etoile fixe de toute l'étendue du diametre de son Orbe annuel, ou de 66 millions de lieües. Il semble donc que la Terre devroit voir cette Fixe plus grande & plus petite, ou du moins lui voir quelque variation de position par rapport à des points immobiles, ce qui seroit une parallaxe. Si cette parallaxe est absolument insensible, c'est une difficulté contre le Siftême de Copernic, aisée cependant à digerer, & plus effrayante pour l'imagination que pour la raison. Si cette parallaxe se trouve être de quelque grandeur, non seulement elle démontre à la rigueur le Siftême de Copernic, mais elle donne un moyen de mesurer la distance des Fixes, car on la trouvera geometriquement par la grandeur observée de l'angle de cette parallaxe, & par la grandeur connuë du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, base de cet angle. Il est visible que plus l'angle qui aura toujours cette même base sera petit, plus la distance des Fixes sera grande.

M. Cassini a tenté ce moyen, & comme il s'est bien attendu que l'angle, s'il y en avoit un, seroit très petit, & que par consequent l'observation seroit très délicate, il y a apporté toutes les attentions & toutes les précautions possibles. Il a pris pour son Etoile fixe Sirius, non seulement pour la même raison que M. Huguens, mais pour d'autres encore plus astronomiques & plus recherchées. Il a observé assidüement Sirius pendant une année entiere.

Il ne suffit pas que Sirius varie de position, il faut qu'il varie comme il doit varier, supposé le mouvement de la Terre, autrement la variation de Sirius ne prouveroit ni ne donneroit la parallaxe qu'on cherche.

Sirius fut posé d'abord dans le fil horisontal de la Lunette qui étoit fixe & immobile, & l'épaisseur de ce fil se trouva heureusement égale au diametre apparent de Sirius, de sorte

de forte qu'il en étoit caché entierement. On jugea par là que le diametre apparent de Sirius étoit de 5 ou 6" au plus. Si l'Etoile n'avoit nulle variation de hauteur, elle devoit toutes les fois qu'elle repassoit par la Lunette passer exactement derrière le fil, mais elle passa tantôt au dessus, tantôt au dessous, & ne s'éleva jamais au dessus pendant toute l'année d'observation, ni ne s'abaissa au dessous de plus que de l'épaisseur de ce fil ou de son diametre apparent.

A une même hauteur sur l'Horison, comme celle où étoit toujours Sirius en passant par le fil de la Lunette, les refractions sont inégales en différentes saisons de l'année; plus grandes ordinairement en Hiver qu'en Été. Sirius ayant paru à la même hauteur dans l'une & dans l'autre saison, il étoit donc réellement plus bas en Hiver, & il avoit une vraie difference de position causée par le mouvement annuel de la Terre, ou une parallaxe, & plus l'inégalité des refractions de l'Hiver à l'Été sera grande, plus cette parallaxe le sera aussi. Mais cela suppose l'inégalité des refractions d'une saison à l'autre constante & reguliere, & l'on sçait qu'elle ne l'est pas assés, & de plus pour en tirer une parallaxe sensible, il la faudroit supposer plus grande qu'elle ne peut l'être par toutes les observations qu'on en a faites.

Ainsi les variations de la hauteur de Sirius dans la Lunette pourroient n'être qu'un effet de l'inégalité irréguliere des refractions, & si l'on ne veut pas y rapporter tout, l'angle de la Parallaxe de Sirius sera tout au plus de 6", ce qui donne la distance de la Terre à Sirius plus de 43700 fois plus grande que celle de la Terre au Soleil, au lieu que M. Huguens ne la trouvoit que 27664 fois plus grande.

La distance de Sirius trouvée par M. Cassini étant supposée, il est aisé de trouver la grandeur veritable de cette Etoile, car on a un Triangle rectangle où l'on connoît un angle aigu de 6" sous lequel est vû le diametre

de Sirius, & un côté qui est sa distance à la Terre. De là il résulte que le diamètre de Sirius est 100 fois plus grand que celui du Soleil, qui est 100 fois plus grand que celui de la Terre.

Tout le monde sçait que les Etoiles fixes sont divisées en 6 Classes par rapport à leur grandeur apparente vûë à l'œil nud. Si l'on suppose qu'elles soient à peu-près égales entre elles, & que leurs diametres apparens décroissent selon la proportion des nombres depuis 6 jusqu'à 1, celles de la 6<sup>me</sup>. grandeur, qui est la moindre, seront donc 6 fois plus éloignées de la Terre que Sirius; & celles qu'on ne voit qu'avec des Lunettes qui grossissent 200 fois seront 1200 fois plus éloignées. Mais que toutes les Fixes soient égales entre elles, ce n'est point une supposition recevable en bonne Philosophie, on voit bien par tout certaines proportions, mais non pas de l'égalité.

Si au contraire on suppose toutes les Fixes également éloignées de la Terre, celles de la 6<sup>me</sup>. grandeur auront un diamètre 6 fois plus petit que celui de Sirius, & qui par conséquent sera la 6<sup>me</sup>. partie de celui du Soleil, & plus de 16 fois plus grand que celui de la Terre; & celles qu'on ne voit qu'avec de bonnes Lunettes auront un diamètre 12 fois moindre que celui de la Terre. Mais la supposition de l'éloignement égal des Fixes n'est pas non plus recevable, ne fût-ce que parce qu'elle est trop conforme au temoignage des sens, qui nous les représentent comme attachées à une même Voute. Il n'est pas possible que des corps dont le diamètre seroit 12 fois plus petit que celui de la Terre, ou 120000 fois plus petit que celui de Sirius soient visibles, même aux Lunettes, à la même distance où est Sirius.

Il n'y a d'idée raisonnable que l'inégalité tant de la grandeur des Fixes que de leurs distances à la Terre. Comme il n'y a pas d'apparence que Sirius soit la plus grande, parce qu'elle nous le paroît, il faut que celles qui seront plus grandes soient plus éloignées, & il peut y en avoir



telle beaucoup plus grande que Sirius, qui ne fera visible qu'aux meilleures Lunettes, à cause de son grand éloignement. Quelques Philosophes ont déjà soupçonné que le Soleil étoit une des plus petites Etoiles fixes, ou des plus petits Soleils. Des Fixes plus petites que Sirius peuvent aussi être plus éloignées que lui, & être du nombre de celles qui sont au dessous de la première grandeur, ou qui ne paroissent qu'aux Lunettes. De même il est plus que vrai-semblable que des Fixes plus petites que Sirius sont plus proches de nous, mais enfin ces Fixes les plus proches ne peuvent l'être assez pour donner une paralaxe bien sensible de l'Orbe annuel de la Terre, c'est-à-dire, que le moindre éloignement qu'on puisse imaginer est tel, que par rapport à son étendue 66 millions de lieues ne sont rien, ou du moins ne sont pas une grandeur dont on puisse bien s'assurer. - Quelle immensité a donc ce que nous voyons de l'Univers! & que sera-ce si ce que nous en voyons n'est encore qu'un point!

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires

Les Observations de l'Eclipse de Lune du 27 Mars par Mrs. de la Hire & Cassini. V. les M. p. 52. &

L'Observation de l'Equinoxe de Mars par M. de la Hire. 54. V. les M. p. 56.

L'Ecrit de M. de la Hire sur un Micrometre universel. V. les M. p. 57.

Les Remarques du même sur l'invention du Micrometre, sur l'application du Pendule aux Horloges, &c. V. les M. p. 78.

Les Observations de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre par Mrs. de la Hire, Maraldi, Cassini & Delisle le cadet. V. les M. p. 288. p. 292. p. 295.

L'Observation de l'Eclipse d'Aldébaran par M. Maraldi. V. les M. p. 299. p. 304.

La Construction d'une Horloge qui marque le Temps vrai, par M. de la Hire. V. les M. p. 238.



## MECHANIQUE.

*SUR LA PRESSION DES CILINDRES  
et des autres Corps par des Cordes.*

V. les M.  
P. 195.

UN Cilindre étant posé fixement & horizontalement, si deux poids égaux sont suspendus aux deux extrémités d'une Corde qui passe par dessus ce Cilindre, on conçoit que non seulement il est tiré en embas dans toute sa masse selon la direction des deux bouts de Corde, qui dans la supposition présente sont tous deux verticaux, mais encore qu'il est pressé dans toute sa partie embrassée par la Corde, qui est la moitié d'une des circonférences circulaires dont sa surface est composée. C'est cette pression dont il s'agit. La direction de celle qui se fait sur un point quelconque de la demi-circonférence embrassée est une ligne qui va de ce point au centre de la demi-circonférence.

Si au lieu d'un Cilindre on supposoit un Parallelepède comme une Poutre, le reste demeurant le même, on conçoit nettement qu'il y auroit encore la même traction en embas causée par les poids, mais plus de pression sur la surface du parallelepède, parce que la Corde qui passeroit dessus ne feroit dans toute cette étendue que la toucher, sans qu'on y pût imaginer aucune direction comprimente, si ce n'est sur les sommets des deux angles embrassés par la corde. Cela vient essentiellement de ce que cette surface du parallelepède est plane.

De-là il suit que moins la surface courbe du Cilindre sera courbe, ou, ce qui revient au même, plus le rayon

du Cilindre fera grand, moins la compression sera grande, ou que la compression est en raison renversée des rayons des Cilindres, le reste étant égal.

Si au lieu de deux poids égaux qui ne peuvent tirer que verticalement & parallelement entre eux, on imagine deux puissances égales, comme deux Hommes, qui tirent non parallelement entre eux depuis les deux directions où étoient les deux poids, jusqu'à celles où les deux Hommes ne feront plus que tirer l'un contre l'autre sans agir contre le Cilindre, la Corde ne faisant plus que toucher en un point sa surface superieure, il est visible que dans ce dernier cas il n'y aura plus de pression, & que jusque-là elle aura toujours été en diminuant à mesure que la Corde embrassoit un moindre arc de la circonference Cilindrique. Donc les pressions sont en raison des arcs embrassés par la Corde.

Enfin il est bien clair qu'elles sont d'autant plus grandes que les poids ou les puissances, ou, si l'on veut, que le poids total est plus grand.

Donc la pression est en raison directe tant du poids que de l'arc embrassé par la Corde, & en raison renversée du rayon du Cilindre, ce qui donne aussi-tôt son expression algebrique.

De-là M. Varignon a tiré d'abord un grand nombre de Corollaires, & ensuite il a rendu selon sa coutume la Theorie plus generale.

Au lieu d'un Cilindre il prend un Cône droit. Pour juger de l'action d'une force quelconque, & par consequent aussi de la pression que nous considerons ici, il faut prendre cette action entant qu'elle est perpendiculaire à ce qui la reçoit. La pression s'exerce sur la surface embrassée par la Corde, & par consequent il faut la prendre perpendiculaire à cette surface. Dans le Cilindre la ligne tirée d'un point quelconque de l'arc embrassé à son centre est perpendiculaire à la surface cilindrique, mais dans le Cône cette ligne ainsi tirée n'est pas perpendiculaire à la

surface conique. Il faut donc trouver cette perpendiculaire qui prend la place du rayon du Cilindre. Elle est d'autant plus differente de ce rayon, que le Cône est plus éloigné d'être un Cilindre, ou, ce qui revient au même, que l'angle du sommet du Cône est plus grand.

Ce sera donc par une pareille perpendiculaire à la surface des Corps qu'il faudra juger de la pression des Conoïdes, ou des Solides formés par la révolution d'une Courbe autour de son axe.

Si au lieu de ne faire passer la Corde que sur une partie d'un des Cercles qui forment la surface du Solide, on fait plusieurs tours de Corde, il est évident que puisque dans le premier cas la pression est proportionnée à la grandeur de l'arc embrassé par la Corde, elle le sera dans celui-ci au nombre de tous les Cercles embrassés, & que ce sera encore la même chose s'il y a un certain nombre de Cercle entierement embrassés, plus une certaine partie de quelque autre Cercle voisin.

## S U R      U N E      M A C H I N E à élever de l'Eau.

V. les M. **J**E suppose une Roüe posée verticalement, qui peut  
p. 67. tourner sur un aissieu, & un poids suspendu au rayon vertical inferieur de cette Roüe. Il agit de toute sa force contre le centre de la Roüe qu'il tire en embas, & il le feroit descendre actuellement si ce centre n'étoit immobile, mais comme il l'est, il soutient le poids, qui n'a besoin d'aucune autre puissance pour être soutenu.

Si le poids étoit appliqué à l'extrémité d'un rayon horisontal de la Roüe, il est évident qu'il ne seroit plus du tout soutenu, & qu'il ne le pourroit être que par une puissance, qui appliquée à l'extrémité opposée de l'autre rayon horisontal seroit égale à ce poids. La Roüe ne seroit alors qu'une Poulie simple.

De-là il suit que si la Roüe avec le poids a passé de la premiere position à la seconde, parce qu'une puissance appliquée à sa circonference l'a fait tourner, cette puissance qui dans la premiere position ne soutenoit point du tout le poids, & le soutient tout entier dans la seconde, en a toujours soutenu dans toutes les positions moyennes une plus grande partie, jusqu'à ce qu'enfin elle ait soutenu le tout. Et en effet il est aisé de voir que le bras de Levier par lequel le poids a agi a toujours été plus grand, & enfin égal au rayon de la Roüe. La puissance a donc dû faire d'instant en instant un plus grand effort, & n'a pas pû agir avec uniformité, ce qui est un inconvenient considerable dans la pratique des Machines. Il vaudroit mieux que la puissance travaillât davantage, & plus également.

Cet inconvenient de l'inégalité d'action de la puissance se trouve dans une Machine à élever de l'eau décrite par Vitruve, qui l'appelle *Timpan*. L'eau est le poids qui étant pris d'abord par le rayon vertical inferieur de la Roüe ou *Timpan* doit être élevé au rayon horisontal, & au dessus. Nous supposons la description de la Machine telle que M. de la Faye la donne d'après Vitruve. Toutes les autres Machines construites sur la même idée, ou sur le même principe, ont le même défaut.

M. de la Faye a imaginé une autre Machine où il est absolument sauvé, & qui a toujours cela de commun avec le *Timpan* qu'elle n'élève qu'à la hauteur du centre de sa Roüe l'eau qu'elle va puiser dans un Reservoir, & qu'elle la vuide par son centre.

Il est connu de tous les Geometres que si on développe une Courbe, tous les Rayons de cette Courbe développée sont ses Tangentes, & en même temps sont perpendiculaires à la Développante. On peut développer un Cercle comme toute autre Courbe, & sa Développante est une certaine Courbe déterminée, dont il est aisé de se représenter le contour. Le Moyeu ou Treuil horisontal à la hauteur duquel on veut élever l'eau étant un Cilindre, il faut

concevoir qu'une des circonferences circulaires qui forment la surface cylindrique ayant été entierement développée, on donne la courbure de la Développante à un Canal qui par son extremité la plus éloignée du Treüil ira puiser l'eau, & la rendra par l'autre quand le Treüil aura tourné.

Cela posé, l'eau contenuë dans le Canal courbe n'en presse la surface interieure que selon une perpendiculaire, & à cause de la courbure supposée du Canal, cette perpendiculaire au Canal est en même temps Tangente du Treüil, & cela en quelque endroit du Canal que l'eau puisse être. Son poids agit donc toujours par des Tangentes d'un même Cercle, & par conséquent toujours uniformément, car le Cercle ayant une courbure uniforme, toutes ses Tangentes lui sont appliquées de la même maniere. Puisque le poids agira toujours uniformément, la puissance qui s'élèvera n'aura besoin que d'exercer contre lui une action toujours égale.

Il y a encore plus. Le poids agissant toujours par une Tangente a un Cercle du Treüil, cette Tangente est la ligne de direction de son action sur la Machine, or cette ligne étant déterminée soit pour un poids soit pour une puissance, il n'importe en quel point de la ligne on conçoive que l'un ou l'autre soit appliqué, tout ce qui importe c'est la distance de la direction au point d'appui déterminée par une perpendiculaire qui se tire du point d'appui sur la ligne de direction. Il est donc sûr que le poids de l'eau en quelque endroit du canal courbe qu'elle se trouve, ou par quelque longue Tangente qu'il agisse peut & doit être considéré comme appliqué à la circonferance du Cercle du Treüil, & que la distance au point d'appui, qui est le centre immobile de ce Cercle, en est le rayon toujours perpendiculaire à la Tangente. Ainsi le bras du levier par lequel agit le poids de l'eau est toujours égal, ce qui revient à l'uniformité de son action, mais d'ailleurs il faut comparer ce bras de levier à celui  
par le-

par lequel agit la puissance qui élève l'eau.

Chaque Rayon de la Développée étant égal à l'arc correspondant de la Courbe développé jusque-là, il est clair que quand le Cercle du Treuil est entièrement développé, le Rayon de la Développée, ou, ce qui est la même chose, la distance du Treuil à l'extrémité du Canal courbe est égale à la circonférence du Cercle développé. Si la puissance est appliquée à cette extrémité du Canal, elle agit donc par un bras de levier égal à la circonférence d'un Cercle, tandis que le poids n'agit que par un bras égal au rayon de ce même Cercle, c'est-à-dire, que l'avantage mécanique de la puissance sur le poids est un peu plus grand que de 6 à 1, ce qui est très considérable. Voilà ce qu'a produit à M. de la Faye une idée prise dans les spéculations de Geometrie, & heureusement transportée à la pratique. Du temps de Vitruve, & jusqu'au temps de M. Huguens, on n'a pas pu imaginer une pareille Machine.

## *SUR LES PRINCIPES DE L'ACTION*

### *DES FLUIDES.*

**O**N imagine ordinairement les Solides & les Fluides comme deux especes de Corps qui n'ont de commun que l'étendue & les autres propriétés generales, mais quand on y pense un peu plus philosophiquement, on voit bientôt que les Fluides ne doivent être que des amas d'un nombre presque infini de Solides presque infiniment petits, qui n'ont ensemble nulle liaison, & par conséquent ont une extrême facilité à se mouvoir indépendamment les uns des autres. Pour plus de simplicité on peut concevoir en general que ces petits Solides sont des Boules ou des Spheres. C'est sous cette idée que M. Salmon a pris les Fluides dont il a voulu considerer les dif-

*Hist. 1717.*

. K

ferentes actions. Tout se réduit à examiner & à calculer selon les regles établies du Mouvement les efforts d'un amas de Spheres d'une grandeur quelconque mûes selon certaines conditions; quand leurs efforts seront trouvés, il n'y aura plus qu'à concevoir la grandeur de ces Spheres extrêmement diminuée, & si l'on veut jusqu'à l'infiniment petit, on aura à très peu-près des efforts de Fluides. & on les aura sans aucune erreur sensible, car les petits Solides élémentaires qui forment les Fluides sont infiniment petits par rapport à tous les autres corps que nous pouvons mesurer.

Pour conduire cette question par les degrés que demande l'ordre d'acquies des connoissances, il faut d'abord, comme a fait M. Saulmon, concevoir une Colonne verticale formée de Spheres d'une grandeur finie arbitraire, toutes égales entre elles, sans pesanteur & sans ressort. On les suppose sans pesanteur, pour n'y considerer que le mouvement qui leur sera imprimé, & sans ressort, afin que ce mouvement se communique des unes aux autres de la maniere la plus simple. La Colonne est formée de sorte qu'il y a une premiere Sphere posée sur deux autres qu'elle touche, les deux sont posées sur une seule qu'elles touchent aussi, & toujours ainsi de suite; une Sphere seule est posée sur deux, & deux sur une, & enfin la Colonne se termine par une seule Sphere de même qu'elle avoit commencé. Elle a autant d'especes d'étages qu'il y a de fois ou une Sphere ou deux Spheres, & puisqu'elle est terminée en haut & en bas par une Sphere seule le nombre des étages est necessairement impair, & dans la supposition presente le nombre des étages à une Sphere seule est la plus grande moitié du nombre total. La Colonne verticale est posée sur un plan horizontal, & puisqu'elle est sans pesanteur, & jusqu'ici sans mouvement, elle ne presse point du tout ce plan, ou ne fait aucun effort contre lui.

Mais si on donne à la premiere Sphere une impulsion



verticale de haut en bas, ou, ce qui est la même chose, si la première Sphere devient seule pesante, quelle impression toute la Colonne fera-t-elle sur le plan qui la porte, ou quelle sera la charge de ce plan d'appui? L'impulsion verticale que la première Sphere a reçue & qu'elle doit communiquer aux deux qui la portent, ou l'impression verticale qu'elle fait sur ces deux en vertu de sa pesanteur, n'est plus verticale quand elle agit sur elles, mais nécessairement oblique à l'horison, car la première Sphere ne presse ni l'une ni l'autre des deux inferieures qui la portent que selon une ligne qui joint son centre avec celui de cette inferieure, & qui par conséquent est oblique à l'horison. Ainsi l'impression verticale de la première Sphere sur les deux inferieures doit se décomposer, & par la même raison l'impression des deux Spheres du 2<sup>d</sup>. étage sur la Sphere seule du 3<sup>me</sup>. doit se décomposer encore, & on trouve par le calcul de ces décompositions que de l'impression verticale de la Sphere seule du 1<sup>er</sup>. étage il n'en arrive à celle du 3<sup>me</sup>. seule aussi que la moitié, à celle du 5<sup>me</sup>. que le quart, & toujours ainsi de suite selon une progression geometrique soudouble, de sorte que si la Colonne a 13 étages, la dernière Sphere ne reçoit que la 64<sup>me</sup>. partie de l'impression de la première, & par conséquent le plan d'appui n'est chargé que de cette 64<sup>me</sup>. partie.

Plus le nombre des étages sera grand, moins sera grande la charge du plan d'appui, & enfin si ce nombre étoit infini, la charge du plan d'appui seroit infiniment petite ou nulle, de même qu'une progression geometrique soudouble qui a une infinité de termes ne peut aboutir qu'à l'infiniment petit ou à Zero.

Ce qui diminue toujours la charge du plan d'appui, c'est que toutes les Spheres, tant celles qui sont seules à leur étage, que celles qui y sont deux, n'agissent sur les étages inferieurs que par des lignes obliques à l'horison, ce qui fait que dans ces directions obliques, lorsqu'on les

conçoit décomposées, il n'y a que ce qu'elles ont de vertical qui serve à la pression du plan, & que tout l'horizontal y est inutile. Et il n'est pas étonnant que l'impression verticale de la premiere Sphere, qu'on suppose seule pesante, se partageant toujours à un plus grand nombre de Spheres, devienne toujours moindre dans chacune, & enfin infiniment petite quand elle s'est infiniment partagée.

Nous n'avons encore considéré que ce qui résulte de l'impression verticale d'une seule Sphere la premiere de toute la Colonne. Mais si la Colonne, toujours terminée par une seule Sphere, commençoit par deux qui eussent chacune une impulsion verticale ou une pesanteur égale à celle de la Sphere seule, quelle charge en resulteroit à la derniere Sphere ou au plan d'appui? Il se trouve par la décomposition des directions que la Sphere seule à son étage qui porteroit ces deux premieres, recevrait les trois quarts de la somme de leurs impulsions, que la Sphere suivante seule à son étage recevrait la moitié de ces trois quarts, & toujours ainsi de suite selon une progression geometrique soudouble, desorte que la Sphere seule que l'on suppose qui termineroit la Colonne, ou le plan d'appui, recevrait une impulsion d'autant moindre que le nombre des termes de cette progression, ou des étages de la Colonne seroit plus grand. Il est clair que la quantité de cette impulsion est déterminée par le terme correspondant de la progression.

On a donc les deux differentes impressions que feroient sur le plan d'appui deux Colonnes formées de Spheres égales & d'un nombre d'étages donné ou connu, l'une commençant par une Sphere, la seule de toutes qui fût pesante, l'autre par deux seules pesantes aussi, & toutes deux terminées par une seule Sphere.

Maintenant si l'on suppose que dans la 1.<sup>re</sup> Colonne les deux Spheres du second étage deviennent pesantes aussi-bien que la seule du premier, on aura donc l'im-

pression qu'elles feront sur le plan d'appui. On aura de même celle qu'y fera la Sphere seule du troisième étage devenue pesante aussi-bien que celles des deux premiers, & toujours ainsi de suite, c'est-à-dire, qu'on aura l'impression que fera sur le plan d'appui la Colonne entiere devenue pesante. Cela ne consistera qu'à ajouter ensemble les derniers termes des progressions geometriques soudoubles & inégales par le nombre des termes, qui proviendront d'une part des étages à une Sphere, & de l'autre des étages à deux Spheres. Tous ces differents derniers termes provenant de même part feront encore une progression geometrique, & par consequent il est fort aisé d'en avoir la somme, & ensuite la somme de leurs deux sommes.

De-là il résulte qu'une telle Colonne formée d'un nombre infini de Spheres, ou, ce qui est le même, infinie en hauteur, ne fait sur le plan d'appui qu'une impression 5 fois plus grande que le poids d'une seule Sphere, & par consequent tant que la Colonne est finie, quelque grande qu'elle soit, cette impression ne va jamais jusqu'à être 5 fois plus grande que ce poids, seulement elle en approche toujours d'autant plus que la Colonne est plus haute.

Une si petite impression d'une Colonne, même infinie, sur son plan d'appui, vient de ce que, comme nous l'avons vu, toutes les impressions verticales de chaque Sphere sont décroissantes, & toutes les horisontales perduës.

Il n'en iroit pas de même si l'on concevoit la Colonne enfermée dans un Tuyau, dont les parois seroient immobiles. Alors toutes les impressions horisontales agissant contre les parois qui ne leur cederoient nullement, elles ne seroient ni perduës ni même diminuées, & le plan d'appui seroit chargé du poids absolu de la Colonne. Il faut bien remarquer que celle que M. Saulmon considere est isolée.

Si l'on suppose dans une Colonne infinie isolée les Spheres infiniment peu pesantes, ou, si la pesanteur est

proportionnée à la masse, infiniment petites, l'impression sur le plan d'appui sera infiniment petite, car le quintuple d'un infiniment petit l'est aussi. De-là il est aisé de tirer des conséquences pour le fini.

M. Saulmon a raisonné de la même manière sur une Colonne qui seroit terminée de part & d'autre par deux Spheres, il a conduit le raisonnement par les mêmes degrés, & enfin il a trouvé que cette Colonne entière étant pesante, son impression sur le plan d'appui, quand elle est infinie en hauteur, n'est que 5 fois & demie plus grande que la pesanteur d'une seule Sphere. Il est clair que ce qui rend son impression plus grande que celle de la Colonne infinie terminée de part & d'autre par une Sphere, c'est cette différence même de construction ou de formation; car nous avons vu que dans une Colonne qui commence par deux Spheres, la premiere impression verticale qui part de ces deux Spheres est plus grande que si elle ne partoit que d'une, celle que les deux dernieres Spheres font sur le plan d'appui est plus grande aussi que s'il n'y en avoit qu'une.

On a donc les deux impressions totales que feront sur un plan d'appui deux différentes Colonnes composées de Spheres égales entre elles, & celles de l'une à celles de l'autre, mais l'une terminée de part & d'autre par une Sphere, & l'autre par deux. Ces impressions sont exprimées algebriquement. Si maintenant on conçoit ces deux Colonnes égales en hauteur, & posées sur un même plan horizontal assez proche l'une de l'autre, mais sans se toucher, elles seront exactement entremêlées, c'est-à-dire; qu'à un étage de l'une qui n'aura qu'une Sphere répondra toujours un étage de l'autre qui en aura deux, & si l'on veut savoir l'impression que toutes deux ensemble feront sur le plan d'appui commun, il n'y aura qu'à faire une somme des deux expressions algebriques de l'impression de chacune. Quand ces deux Colonnes seront infinies, l'impression qu'elles feront toutes deux ensemble ne sera

que  $n$  fois & donne plus grande que le poids d'une seule Sphere.

On prend la précaution de supposer que les deux Colonnes ne se touchent point, parce que cette idée convient assés aux Fluides, qu'on peut imaginer composés de petites colonnes ou filets séparés les uns des autres soit par une matiere subtile qui coule dans ces interstices, soit par des vuides, si l'on se resout à en admettre. C'est là la raison essentielle des Colonnes isolées.

Il est clair que les deux Colonnes entrelassées étant finies, leur impression sur le plan d'appui est d'autant plus grande, 1°. qu'elles sont plus hautes, 2°. que la pesanteur d'une Sphere quelconque est plus grande.

La hauteur des deux Colonnes, ou, ce qui revient au même, d'une seule, est d'autant plus grande, que le nombre des étages est plus grand, & le diametre des Spheres égales plus grand; sur quoi il est bon de remarquer que la hauteur d'une Colonne n'est pas le diametre d'une Sphere repeté autant de fois qu'il y a d'étages, elle est moindre que cette grandeur. La hauteur d'un étage formé d'une seule Sphere est égale au diametre de cette Sphere, mais la hauteur d'un étage formé de deux Spheres est moindre, & il est aisé de trouver selon quel rapport elle est moindre, ou quel est dans une hauteur donnée d'une Colonne le nombre des étages, si le diametre des Spheres est donné, ou le diametre des Spheres, si le nombre des étages est donné. Enfin on voit assés en general que deux Colonnes également hautes peuvent être formées d'un nombre d'étages different, & de Spheres d'un diametre different, j'entends les Spheres d'une Colonne étant comparées à celles de l'autre, mais dans la Colonne où le nombre des étages sera plus grand, le diametre des Spheres sera plus petit, & au contraire.

Si l'on supposoit la pesanteur des corps proportionnée à leur grandeur seule ou à leur volume, la pesanteur des Spheres seroit donc uniquement proportionnée à leur

gros seur, ou, ce qui est le même, au cube de leur diamètre. Mais la pesanteur dépend & de la grandeur des corps & de leur densité. La densité est d'autant plus grande qu'ils ont plus de matiere propre qu'on appelle leur *masse*, & moins de matiere étrangere qui remplit leurs pores, ou moins de vuides. La densité est donc d'autant plus grande que la masse est plus grande par rapport au volume, ou la masse plus grande & le volume plus petit. M. Saulmon mesure la densité, en imaginant que tous les vuides d'un corps spherique sont rassemblés desorte qu'ils font un creux concentrique à la Sphere, & que toute sa masse ou matiere propre fait une enveloppe à ce creux. Le rapport du diametre de la Sphere totale au diametre du creux étant connu, on a facilement l'expression de la densité de ce corps.

Tout cela établi, il ne faut plus que reprendre deux Colonnes également hautes entrelassées comme nous l'avons conçu, l'une terminée de part & d'autre par une Sphere, l'autre par deux. Cet entrelassement étant le seul qu'on puisse imaginer entre différentes Colonnes, il faut concevoir qu'on ajoute à la premiere paire de Colonnes plusieurs autres paires égales & semblables, de maniere que les centres de toutes les Spheres soient dans le même plan. M. Saulmon appelle ce plan une *rangée*. L'impression de toute une rangée sur le plan d'appui est l'impression d'une paire de Colonnes multipliée par le nombre de ces paires, ou par le nombre total des Colonnes. Si à cette rangée on en ajoute plusieurs autres égales & semblables en différents plans, il se forme un Solide dont l'impression sur le plan d'appui est celle d'une rangée multipliée par le nombre des rangées.

Comme nous avons considéré chacune à part toutes les grandeurs qui entrent dans la formation de ce Solide, & tout ce qui peut les faire varier, il est aisé de voir dans tout le détail qu'on voudra les rapports qu'auront les impressions sur le plan d'appui de différents Solides ainsi formés

formés, & quelles seront les choses qui devront être connues, afin qu'on en puisse conclure d'autres inconnues. Tout cela n'est plus qu'un jeu pour la Geometrie, quand la formule generale est une fois trouvée.

Si l'on veut qu'un tel Solide se change en un Fluïde, il faut concevoir que les Spheres deviennent extrêmement, & même, si l'on veut, infiniment petites, & par conséquent infiniment peu pesantes. En ce cas il est vrai, selon ce qui a été dit, qu'une Colonne, fût-elle infinie en hauteur, ne fera sur le plan d'appui qu'une impression infiniment petite, mais aussi si l'on veut donner à ce Fluïde une base finie il faudra par une suite necessaire de la même hipothese multiplier infiniment & le nombre des étages d'une Colonne, & celui des Colonnes d'une rangée, & celui des rangées, ce qui donnera une impression finie sur le plan, pourvû qu'on traite le Calcul avec certaines précautions.

Quoi-que les Spheres de deux Fluïdes differents soient supposées infiniment petites & égales, elles ne laisseront pas d'être capables de densités, & par conséquent de pesanteurs différentes, qui seront des impressions différentes sur le plan.

Après avoir considéré l'impression que fait sur un plan d'appui horizontal un Solide formé de Spheres égales également pesantes, M. Saulmon vient à considérer celle que feroit contre un plan vertical ce même Solide mû d'un mouvement horizontal uniforme. Il faut concevoir que le plan vertical qui doit être choqué n'est qu'à une distance telle que les Spheres du Solide qui doit choquer ne soient pas tombées par leur pesanteur avant que de rencontrer le plan vertical. Par l'espace qu'on sçait qu'un corps pesant parcourt en une Seconde au commencement de sa chute, & par le Système établi de l'acceleration, on détermine quelle peut être la plus grande distance de ce plan qui sera choqué.

M. Saulmon trouve par sa Theorie que la force absolue.

*Hist.* 1717.

. L

lué ou la pesanteur totale du Solide qui choque sera à la force de son choc contre le plan vertical comme 6 fois le nombre des étages d'une Colonne à un peu moins de 21, & par conséquent comme le double du nombre des étages est à 7, quand on prend 21 sans diminution, ce qui est permis quand la fraction qu'il en faut retrancher est assez petite.

De-là il suit que quand le Solide supposé est un Fluide, ce qui rend le nombre des étages d'une Colonne infini, si les Spheres en sont conçûes infiniment petites, la force du choc de ce Fluide mû horizontalement d'une vitesse quelconque finie est nulle par rapport à son poids total, & cela peut paroître paradoxe. Mais puisque les Spheres sont supposées infiniment petites, la premiere couche verticale du Solide qui s'applique contre le plan vertical & le frappe, n'est qu'un plan mathématique sans profondeur, & par conséquent sans masse & sans force, quelque vitesse qu'il ait. D'un autre côté la pesanteur absolue du Solide qui se meut est la force d'un corps qui a ses trois dimensions; on a donc fait la même chose que si on avoit comparé la force d'un plan à celle d'un Solide, ou un plan à un Solide, & dans cette comparaison le plan est nul.

Puisque dans la nature le choc d'un Fluide, comme l'Air ou l'Eau, mû horizontalement contre un plan vertical, n'est pas nul par rapport à sa pesanteur absolue, il s'ensuit que ses particules élémentaires qui composent ces Fluides ne sont pas infiniment petites, ou que, si elles l'étoient, elles formeroient des molécules ou Colonnes finies en s'entretenant en nombre infini. C'est ainsi que des idées purement géométriques, & qui ne paroissent d'abord que des fictions de l'esprit, peuvent avoir des applications réelles à la Physique. Il semble même qu'on en peut attendre beaucoup d'autres de la Théorie de M. Saulmon poussée aussi loin qu'elle peut aller.



**M** Descamus a fait exécuter en grand, & marcher devant l'Académie un Carrosse de son invention qui a plusieurs singularités avantageuses. Les Chevaux y fatiguent moins, parce que leurs Traits sont parallèles au terrain, & qu'ils ne sont que tirer un poids sans l'élever. Les cahots s'y sont moins sentir, parce que les roues de devant sont aussi grandes que celles de derrière. Il est moins sujet à verser, parce que les quatre Soupentes qui portent le corps de Carrosse sont à la hauteur de l'Impériale, & quand même on détacheroit une des quatre, il ne verseroit pas aisément, parce que son centre de pesanteur se trouveroit encore soutenu par ces Soupentes, qui sont en diagonale.

**N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
Les Cries nouveaux de M. Dalembert.

V. les M.  
p. 301.

*MACHINES OU INVENTIONS*  
*APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE*  
*EN M. DCCXVII.*

**I.**  
**U**N nouveau Compas inventé par M. du Val Prêtre, pour prendre exactement sur toutes sortes de Plans des Angles soit de degrés entiers, soit de degrés, & de minutes, & de secondes, & pour les marquer sur le papier. Il a paru bien imaginé, & aussi utile que le peut être un instrument à Pinnules.

**II.**

Une nouvelle forme de Matelas inventé par M. de la

84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
Chaumette, qui peut être principalement utile dans les  
Hôpitaux.

### III.

Un moyen proposé par M. de Figuiere de Clermont  
en Languedoc, pour garantir de naufrage les Bateaux qui  
passent sous le Pont du St. Esprit. Ce moyen consiste à  
mettre au devant des Becs des Piles de ce Pont des *Avant-  
becs* flottants, qui les embrassent sans les toucher, qui  
soient toujours sur la surface de l'eau, formés d'un plan-  
cher de bois qui porte de la Mouffe haute de 6 pieds &  
recouverte de cuir, enfilés à 4 chaînes verticales attachées  
fortement par un bout au fond de l'eau, & par l'autre à  
des avancés ou saillies fermes qui doivent être au haut  
du Pont. Les Avant-becs peuvent hausser ou baisser avec  
l'eau le long de ces chaînes, & moyennant ce jeu qu'ils  
ont, la mollesse des matieres dont ils sont matelassés, &  
la figure qu'on peut leur donner, on a crû que le choc  
des Bateaux qui iroient fraper ces Avant-becs pourroit  
être amorti, & leur cours dirigé à enfler l'Arche, & que  
le passage du Pont pourroit être moins dangereux & plus  
sûr, pourvû que l'exécution du tout fût bien parfaite.

### IV.

Une Roûe à élever de l'Eau proposée par M. Joué,  
ancien Ingenieur du Roi. Ce qu'elle a de nouveau &  
d'ingenieux, c'est que les Godets qui portent l'eau se fer-  
ment à coulisse par une Bascule en sortant de l'eau, & par  
un autre bras ils s'ouvrent lorsqu'ils sont arrivés à peu-près  
au plus haut de la Roûe. Cependant il pourroit arriver  
que les ordures & le sable, qui se trouvent ordinairement  
dans les Courants rapides, empêcheroient les portes de  
s'ouvrir ou de se fermer, & les feroient rompre ou user  
fort vite. Il faut de plus un puissant moteur pour faire  
un effet un peu considerable avec de pareilles Roûes.

M. Joué a aussi imaginé de mettre à la place des Go-  
dets des Seaux suspendus à un Boulon, autour duquel  
l'Anse de ces Seaux est tournante, afin que le Seau se

trouve toujours à plomb, jusqu'à ce qu'étant arrivé à peu près au haut de la Rouë, il frappe contre le bord d'une Auge un peu au dessous de son centre de pesanteur, ce qui l'oblige à se coucher & à se vider en glissant le long d'un plan incliné mis dans l'Auge, au sortir de laquelle le Seau se remet à plomb. Quoi-que ces Seaux ne soient pas nouveaux, l'application en a paru nouvelle & bien pensée. Cependant les chocs indispensables dans cette Machine, & faits avec vitesse, la pourront rendre d'un assez grand entretien.

## V.

Plusieurs propositions de M. le Large, Mathématicien & Explicateur des Globes du Roi, sur la maniere de paver plus solidement les Rües & les Chemins. On les a trouvées pleines de reflexions & de remarques judicieuses sur les inconveniens des dimensions, de l'arrangement & de la disposition ordinaires des Pavés, sur les changements qu'il y faudroit faire, & même sur ceux qu'il faudroit faire aux Voitures soit par rapport au Pavé, soit afin de les rendre plus roulantes, & moins fatigantes pour les Chevaux. Le tout a paru fort ingenieusement imaginé.

## VI.

Une Machine pour dessaler l'Eau de la Mer en quantité & à peu de frais, inventée par M. Gautier Docteur en Medecine établi à Nantes. La construction en a paru nouvelle, & fort ingenieusement pensée, & l'on espere beaucoup des experiences que l'Auteur est allé faire lui-même dans un voyage de long cours.

## VII.

Une Pendule qui marque le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique, & le temps vrai, au lieu que toutes les Pendules ordinaires ne marquent que le temps moyen. Elle a été inventée par M. le Roi Horloger de Paris, & exécutée avec beaucoup d'art, & toute la précision dont l'Horlogerie est capable.





## E L O G E

## D E M. O Z A N A M.

**J**ACQUES OZANAM naquit en 1640 dans la Souveraineté de Dombes d'un Pere riche, & qui avoit plusieurs Terres. La famille étoit d'origine Juive, ce que marque assés le nom, qui a tout-à-fait l'air Hebreu, mais il y avoit long-temps que cette taque, peut-être moins réelle qu'on ne pense, étoit effacée par la profession du Christianisme, & de la Religion Catholique. Cette famille étoit illustrée par plusieurs Charges qu'elle avoit possédées dans des Parlements de Provinces.

M. Ozanam étoit cadet, & par la Loi de son Pays tous des biens devoient appartenir à l'aîné. Son Pere, qui étoit un homme vertueux, voulut réparer ce desavantage par une excellente éducation. Il le destinoit à l'Eglise pour lui faire tomber quelques petits Benefices qui dépendoient de la famille. Les mœurs du jeune Homme étoient bien éloignées de s'opposer à cette destination, elles se portoient naturellement à tout ce qui seroit à desirer dans un Ecclesiastique, & une Mere très pieuse les fortifioit encore & par son exemple & par ses soins, d'autant plus puissants qu'elle étoit tendrement aimée de ce fils. Cependant il ne se tournoit pas volontiers du côté de l'Eglise, il avoit fort bien réüssi dans ses Humanités, mais il avoit pris beaucoup de dégoût pour la Philosophie Scolastique, la Theologie ressembloit trop à cette Philosophie, & enfin il avoit vû par malheur des Livres de Mathematiques, qui lui avoient appris à quoi il étoit destiné.

Il n'eut point de Maître, & on n'avoit garde de lui en donner, mais la Nature seule fait de bons Ecoliers. A 10

ou 12 ans il passoit quelquefois de belles nuits dans le Jardin de son Pere couché sur le dos pour contempler la beauté d'un Ciel bien étoilé ; spectacle en effet auquel il est étonnant que la force même de l'habitude puisse nous rendre si peu sensibles. L'admiration des mouvements célestes allumoit déjà en lui le desir de les connoître, & il en démêloit par lui-même ce qui étoit à la portée de sa raison naissante. A l'âge de 15 ans il avoit composé un Ouvrage de Mathématique qui n'a été que manuscrit, mais où il a trouvé dans la suite des choses dignes de passer dans des ouvrages imprimés. Il n'eut jamais de secours que de son Professeur en Théologie, qui étoit aussi Mathématicien, mais un secours léger, donné à regret, & toujours accompagné d'exhortations à n'en guère profiter.

Après 4 ans de Théologie faits comme ils peuvent l'être par obéissance, son Pere étant mort, il quitta la Clericature, & par piété & par amour pour les Mathématiques. Elles ne pouvoient pas lui rendre ce qu'il perdoit, mais enfin elles devenoient sa seule ressource, & il étoit juste qu'elles le fussent. Il alla à Lion où il se mit à les enseigner. L'éducation qu'il avoit eüe lui donnoit beaucoup de repugnance à recevoir le prix de ses Leçons, il eût été assés payé par le plaisir de faire des Mathématiciens, & de ne parler que de ce qu'il aimoit, & il rougissoit de l'être d'une autre maniere.

Il avoit encore une passion, c'étoit le Jeu. Il jouoit bien, & heureusement. L'esprit de Combinaisons peut y servir beaucoup. Si la fortune du Jeu pouvoit être durable, il eût été assés à propos qu'elle eût supplée au revenu léger des Mathématiques.

Il fit imprimer à Lion en 1670. des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes, & des Logarithmes plus correctes que celles de Ulacq, de Pitiscus & de Henri Briggs. Comme ces Tables sont d'un usage fort frequent, c'est un grand repos que d'en avoir de sûres.

Deux Etrangers à qui il enseignoit à Lion lui ayant

parlé du chagrin où ils étoient de n'avoir point reçu des Lettres de Change qu'ils attendoient de chés eux pour aller à Paris, il leur demanda ce qu'il faudroit, & sur ce qu'ils répondirent 50 Pistoles, il les leur presta sur le champ sans vouloir de Billet. Ces Messieurs arrivés à Paris en firent le recit à feu M. Daguessseau, Pere de M. le Chancelier. Touché d'une action si noble en toutes ses circonstances, il les engagea à faire venir ici M. Ozanam sur l'assurance qu'il leur donnoit de le faire connoître, & de l'aider de tout son pouvoir. Peu de gens aussi sensibles au merite sont à portée de le favoriser, ou peu de gens à portée de le favoriser y sont aussi sensibles.

M. Ozanam se détermina donc à quitter Lion. Sur la route un inconnu lui dit que s'il pouvoit renoncer au Jeu il feroit fortune à Paris, qu'il y acquerroit beaucoup de reputation, qu'il s'y marieroit à 35 ans, & quelques autres choses particulieres que l'évenement a justifiées. Il y auroit dans cet Inconnu de quoi faire un Devin, si l'on vouloit, ou un Rosceroix qui couroit le monde.

A peine M. Ozanam étoit-il arrivé à Paris qu'il apprit que sa Mere étoit à l'extremité, & vouloit le voir avant que de mourir. Comme il l'aimoit avec tendresse il y vola, mais il eut la douleur de la trouver morte. Elle avoit eu dessein de le faire son heritier, mais le Frere aîné l'empêcha par des artifices, dont il se punit ensuite lui-même, en conduisant très mal & en dissipant ce bien qu'il avoit tant aimé.

M. Ozanam revint à Paris, & n'eut plus aucun commerce avec une famille dont il ne tenoit que son nom. Il se défit de la passion du Jeu, & les Mathematiques furent son unique fonds. Il étoit jeune, assés bien fait, assés gai, quoi-que Mathematicien, des avantures de galanterie vinrent le chercher. Une Femme qui se disoit de condition, & qui logeoit dans la même maison que lui, tenta vivement sa vertu. Il lui demanda si elle n'avoit point besoin d'argent, elle en convint, & il en fut quitte pour

pour quelque Louïs d'or. Il conçut que dans le célibat il couroit risque non seulement de se défendre plus mal, s'il se presentoit de pareilles occasions, mais d'être l'agresseur, & il épousa une femme presque sans bien, qui l'avoit touché par son air de douceur, de modestie & de vertu. Ces belles apparences, ce qui est heureux, ne le tromperent point.

Ses études ni ses occupations ne l'empêchoient point de goûter avec elle & avec ses Enfants les plaisirs simples que la Nature avoit attachés aux noms de Mari & de Pere, mais qui sont aujourd'hui réservés pour les familles obscures, & qui deshonoreroient les autres. Il eut jusqu'à 12 Enfants, dont la plupart moururent, & il les regrettoit comme s'il eût été riche, ou plutôt comme ne l'étant point, car ce sont les plus riches qui se tiennent le plus incommodés d'une nombreuse famille.

Dans les temps de Paix, où Paris étoit plein d'Etrangers, les Mathematiques rendoient bien, & il vivoit dans l'abondance, bien entendu que c'étoit l'abondance d'un homme fort réglé. Pendant la Guerre, la recette baissoit, les François y supplétoient peu, parce qu'il les avoit détournés de lui en préférant les Etrangers, & qu'une certaine habitude, un certain train établi a beaucoup de pouvoir en toute matiere. Il employoit les temps de guerre à composer des Ouvrages, non pas tant pour se procurer par-là quelque dédommagement, car que peut-on esperer d'un Livre de Mathematique! que parce qu'il est presque impossible qu'un Mathematicien habile & qui a du loisir resiste à des vûes & à des methodes nouvelles, qui viennent s'offrir à lui, & en quelque sorte malgré lui.

Il composoit avec une extrême facilité, quoi-que sur des sujets si difficiles. Sa premiere façon étoit la dernière, jamais de ratures ni de corrections, & les Imprimeurs se loioient fort de la netteté de ses Manuscrits. Quelquefois il resolvoit des Problèmes embarrassés en allant par les rues, quelquefois même, dit-on, en dormant, & alors il se fai-

soit apporter promptement à son réveil de quoi les écrire, car la mémoire, ennemie presque irréconciliable du jugement, ne dominoit pas en lui.

Ses principaux Ouvrages sont un Dictionnaire de Mathématique très ample imprimé en 1691, où il donne par occasion les solutions d'un assez grand nombre de Problèmes de très longue haleine, un Cours de Mathématique en 5 Volumes imprimé en 1693, un grand Traité d'Algebre, des Sections Coniques, des Recreations Mathematiques & Phisiques, un Diophante manuscrit qui est entre les mains de M. le Chancelier, juge fort éclairé même en ces matieres. Tous ces ouvrages, & quelques autres moins considerables seulement par le volume, ne roulent que sur l'ancienne Geometrie, mais approfondie avec beaucoup de travail. La nouvelle n'y paroît point, c'est-à-dire, celle qui par le moyen de l'Infini s'est élevée si haut; elle étoit beaucoup plus jeune que M. Ozanam. Il est vrai aussi que l'ancienne, qui est moins sublime, moins piquante, même moins agréable, est plus indispensablement necessaire, & plus sensiblement utile, & que c'est elle seule qui fournit à la nouvelle des fondemens solides.

A l'âge de 61 an, c'est-à-dire en 1701, il perdit sa femme, & avec elle tout le repos & tout le bonheur de sa vie. La guerre, qui s'alluma aussi-tôt pour la succession d'Espagne, le réduisit dans un état fort triste. Ce fut en ce temps-là qu'il entra dans l'Academie où il voulut bien prendre la qualité d'Eleve, qu'on avoit dessein de relever par un homme de cet âge & de ce merite. Il a valu cette gloire à l'Academie, qui a eu la douleur de ne l'en récompenser par aucune utilité. Il eut plus que du courage dans sa situation, il alla jusqu'à la patience Chrestienne. Il ne perdit pas même sa gayeté naturelle, ni une sorte de plaisanterie, qui le délassoit d'autant mieux qu'elle étoit moins recherchée.

Sans tomber malade il eut un tel pressentiment de sa



mort, que des Seigneurs étrangers l'ayant voulu prendre pour Maître, il les refusa sur ce qu'il alloit mourir. Le Dimanche 3<sup>e</sup> Avril 1717 il alla le matin se promener selon sa coutume au Jardin du Luxembourg, il dîna avec appetit, & à 3 heures après midi il se trouva mal, & demanda à se coucher. Sa seule Domestique voulut aller chercher son fils aîné qui étoit sorti, mais il dit qu'il ne pourroit pas venir assés-tôt, & peu de temps après il tomba dans une Apoplexie dont il mourut en moins de deux heures.

Féü Mademoiselle, Princesse Souveraine du Pays où il étoit né, l'appelloit l'honneur de sa Dombes. Il a eu plus de reputation parmi les Etrangers, que parmi nous, qui sur certains points sommes trop peu prévenus en faveur de nôtre nation, & trop en recompense sur d'autres.

Il sçavoit trop d'Astronomie pour donner dans l'Astrologie Judiciaire, & il refusoit courageusement tout ce qu'on lui offroit pour l'engager à tirer des Horoscopes, car presque personne ne sçait combien on gagne à ignorer l'avenir. Une fois seulement il se rendit à un Comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne le croire pas. Il dressa par Astronomie le Theme de sa nâtivité, & ensuite sans employer les regles de l'Astrologie, il lui prédit tous les bonheurs qui lui vinrent à l'esprit. En même temps le Comte fit faire aussi son Horoscope par un Medecin très entêté de cet Art, qui s'y prétendoit fort habile, & qui ne manqua pas d'en suivre exactement & avec scrupule toutes les regles. Vingt ans après le Seigneur Allemand apprit à M. Ozanam que toutes ses prédictions étoient arrivées, & pas une de celles du Medecin. Cette nouvelle lui fit un plaisir tout different de celui qu'on prétendoit lui faire. On vouloit l'applaudir sur son grand sçavoir en Astrologie, & on le confirmoit seulement dans la pensée qu'il n'y a point d'Astrologie.

Un cœur naturellement droit & simple avoit été en lui une grande disposition à la pieté. La sienne n'étoit pas

92 HIST. DE L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES.  
seulement solide, elle étoit tendre, & ne dédaignoit pas  
certaines petites choses qui sont moins à l'usage des hom-  
mes que des femmes, & moins encore à l'usage des Ma-  
thématiciens, qui pourroient regarder les hommes ordi-  
naires comme des femmes. Il ne se permettoit point d'en  
sçavoir plus que le peuple en matière de religion. Il di-  
soit en propres termes qu'il *apartient aux Docteurs de*  
*Sorbonne de disputer, au Pape de prononcer, & au Ma-*  
*thématicien d'aller en Paradis en ligne perpendiculaire.*



---

*Correction pour l'Histoire de 1715.*

*Page 31 & 35 lisés, au lieu de M. d'Ortous de Meyran,*  
*M. Dortous de Mairan.*

MEMOIRES



MEMOIRES  
DE  
MATHEMATIQUE  
ET  
DE PHYSIQUE,  
TIREES DES REGISTRES  
*de l'Academie Royale des Sciences.*  
De l'Année M. DCCXVII.

---

*OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES  
faites à l'Observatoire Royal pendant l'Année 1716.*

Par M<sup>r</sup>. DE LA HIRE.

Ceux qui ont de la curiosité pour connoître les va-  
riétés qui se rencontrent dans les saisons, & ceux qui  
veulent en faire la comparaison avec ce qui a été observé  
ailleurs, pourront se satisfaire pleinement par les Observa-  
*Mem. 1717.* 9 Janv.  
1717.  
. A

## 2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

tions Meteorologiques que je fais depuis un grand nombre d'années avec un très grand soin dans le même lieu avec les mêmes instruments & de la même maniere, & dont je rends compte à l'Academie au commencement de chaque année suivante. Voici celles de l'année 1716, & premierement l'eau qui est tombée soit en Pluye soit en Nége fonduë a été en hauteur pendant les mois de

	lignes		lignes
Janvier . . . .	29 $\frac{1}{8}$	Juillet . . . .	24 $\frac{2}{8}$
Fevrier . . . .	9 $\frac{7}{8}$	Août . . . .	3 $\frac{7}{8}$
Mars . . . . .	10 $\frac{1}{8}$	Septembre . . .	27 $\frac{5}{8}$
Avril . . . . .	6 $\frac{2}{8}$	Octobre . . . .	27 $\frac{1}{8}$
Mai . . . . .	10 $\frac{3}{8}$	Novembre . . . .	10 $\frac{4}{8}$
Juin . . . . .	4 $\frac{1}{8}$	Decembre . . . .	8 $\frac{4}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 1716 est 172 livres  $\frac{1}{4}$ , ou bien 14 pouces 4 lignes  $\frac{1}{4}$ .

Cette année a été fort sèche par rapport aux années moyennes dans lesquelles nous avons établi qu'il tomboit 19 pouces de hauteur d'eau; & comme il est tombé peu d'eau dans le Printemps & dans l'Eté, les Foins & les Mars ont peu rapporté, & la plupart des Fruits n'ont pas profité & ont séché sur les Arbres sans pouvoir mûrir dans les Provinces fort abondantes pour l'ordinaire. Cependant la récolte des Bleds a été fort bonne, car la sécheresse qui a causé du dommage d'un côté, a été utile pour la netteté du Grain, qui n'a point été étouffé par les herbes qui y croissent ordinairement dans les années pluvieuses, & qui font verser les Bleds, outre que la paille a été fort courte & que les épis étoient bien soutenus. Les mois d'Eté qui fournissent ordinairement beaucoup d'eau par des orages, n'en ont donné que très peu, & c'est ce qui fait paroître cette année fort sèche par rapport aux moyennes.

Il a négé très considérablement pendant tout le mois de Janvier, & la plus grande Nége a été le 31 de ce mois,

laquelle a fourni 16 lignes de hauteur d'eau étant fonduë, le vent étoit alors S. O. aussi ce mois a fourni plus d'eau qu'aucun des autres. La Nêge du mois de Decembre n'a pas été grande.

Il n'y a point eu d'orages pendant cette année, mais seulement un coup de Tonnerre assés fort le 19 de Septembre avec une Pluye mediocre par un vent fort S. O.

La grande quantité des Broüillards fort épais qu'il a fait cette année a beaucoup servi à l'entretien des Plantes & des Arbres.

Les Vents ont été à l'ordinaire assés variables, mais le 31 Octobre il a fait un Vent de S. très violent & une Pluye de prés de 6 lignes. Le dernier jour de Novembre le Vent S. O. a été aussi assés fort, mais sans Pluye.

#### *Sur le Thermometre.*

Mon Thermometre, dont je me suis toujours servi, est descendu au plus bas à 4 parties  $\frac{2}{3}$  le 22 Janvier, ce qui marque un très grand froid, mais qui n'a duré que la nuit précédente, car les jours suivans il est remonté considérablement. On peut juger de ce froid par comparaison à celui de Janvier 1709, qui a passé pour l'un des plus grands qu'on ait vû dans ces Pays-ci, car ce même Thermometre ne descendit qu'à 5 parties le 13 & le 14 de Janvier, & le 21 à 5  $\frac{1}{4}$ , aussi le froid de l'année 1709 dura plus long-temps que celui de cette année. Le vent du 22 de Janvier de cette année 1716 étoit N. mais celui du 13 & du 14 de Janvier 1709 étoit d'abord très foible, ensuite il fut mediocre N. N. O. enfin il se tourna à l'O. & devint très fort avec de la Nêge. Dans le commencement du mois de Fevrier de cette année où le froid est assés souvent très fort, à peine a-t-il gelé.

Ce même Thermometre est monté fort haut dans la fin du mois de Juillet & dans tout le mois d'Août, & il a été au plus haut le 22 Juillet à 62 parties  $\frac{1}{2}$  avec un vent mediocre O. & à 63 parties le 23 Août avec un vent me-

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
diocre S. O. Toutes ces Observations sont toujours faites  
vers le lever du Soleil , qui est le temps le plus froid de  
la journée, & vers les 2 ou 3 heures après midi il remonte  
ordinairement de 12 parties, au moins en Été, car en Hi-  
ver il remonte fort peu.

*Sur le Barometre.*

Mon Barometre ordinaire , qui est toujours placé à la  
hauteur de la grande Salle de l'Observatoire, est descendu  
au plus bas à 26 pouces 9 lignes  $\frac{1}{2}$  le premier jour de  
Janvier avec un vent mediocre S. & il est monté au plus  
haut à 28 pouces 3 lignes le 16 Fevrier avec un vent  
N. E. donc la difference entre ces hauteurs a été à peu-  
près comme à l'ordinaire 17 lignes  $\frac{1}{2}$ .

Je remarque ici, comme j'ai déjà fait en plusieurs an-  
nées, que le Barometre est bas pour l'ordinaire quand le  
vent vient des environs du S. & qu'il est haut quand le  
vent tire vers le N. & qu'il pleut assés souvent quand il est  
bas, & qu'il fait serein quand il est haut. Mais il y a de  
grandes varietés dans les vents qui peuvent alterer consi-  
derablement cette remarque, car les vents que nous ob-  
servons ne sont que des vents qui regnent sur la surface  
de la Terre, aussi nous voyons assés souvent quand il y a  
des nuées fort élevées au dessus de celles qui sont proches  
de la Terre, qu'un vent bas vient d'un côté tout-à-fait  
opposé à celui qui regne en haut, & cela pourroit être sans  
être apperçû, s'il n'y avoit point de nuées dans la partie  
superieure de l'air, lesquelles pussent nous le faire remar-  
quer. Il se pourroit faire aussi que ces deux vents oppo-  
sés pourroient se détruire & causer un calme. Mais pour  
faire ces remarques avec un peu de justesse, on doit preni-  
dre garde si un même vent a regné quelque temps; car  
un vent subit qui se formeroit sur la surface de la Terre  
ne changeroit rien à la hauteur de l'Atmosphere qui nous  
est indiquée par le Barometre, & c'est cette hauteur de  
l'Atmosphere qui peut nous marquer plus justement la

## DES SCIENCES.

Pluie ou le beau-temps ; car nous ſçavons que dans les parties Septentrionales de la Terre l'Atmosphère y eſt bien plus élevée que dans les parties Meridionales, & qu'il s'éleve bien moins de vapeurs dans ces Pays-là que dans ceux-ci : c'eſt pourquoi les vents qui viennent des Pays Septentrionaux ſont toujours plus ſecs que ceux qui viennent des Pays Meridionaux , & que ces vents Septentrionaux augmentent la hauteur de l'Atmosphère, & qu'au contraire les autres la diminuent, ainſi l'abaiſſement du Mercure dans le Barometre doit marquer de la Pluie, & ſon élévation de la ſerenité.

On pourroit encore ajouter à ceci que lorsque l'Atmosphère eſt moins peſante & par conſequent moins condensée, ce qui équipole à un milieu plus rare, elle ne peut pas ſoutenir les particules des vapeurs qui y ſont répandues, leſquelles ſont obligées de tomber & donnent de la Pluie : au contraire quand l'Atmosphère eſt plus condensée, elle approche plus d'un milieu plus denſe , qui ſoutenant ces vapeurs, ne doit point cauſer de Pluie, auſſi les mauvaiſes odeurs qui s'exalent des lieux communs ſe ſont ſentir fortement quand le Barometre eſt bas , mais elles s'élevent facilement dans l'Atmosphère denſe qui les poulſe en haut, comme on le remarque ſur la fumée.

### *Sur la Déclinaison de l'Aiguille aimantée.*

Nous avons obſervé la déclinaison de l'Aiguille aimantée avec pluſieurs Aiguilles de différentes longueurs & de différente conſtruction. La première eſt une Aiguille toute ſimple qui n'eſt qu'un filet d'Acier de 8 pouces de long placée dans une boîte de bois , & elle nous a donné la déclinaison de  $12^{\circ} 20'$  du Nord vers l'Oüeſt.

La ſeconde Aiguille eſt auſſi un filet d'Acier de 13 pouces  $\frac{1}{2}$  de longueur placée dans la boîte de pierre de Liaiſ dont nous avons donné la deſcription dans le Mémoire de l'année précédente , & elle nous a donné la déclinaison de  $11^{\circ} 45'$ .

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La Troisième est une Aiguille semblable à la précédente de 13 pouces  $\frac{1}{2}$  & placée dans la même boîte, & elle nous a donné la déclinaison de  $12^{\circ} 20'$  comme celle de 8 pouces de long.

Mais ayant chargé cette Aiguille de deux petits morceaux d'Acier longs & pointus à ses deux extrémités, & dont les pointes répondoient à celles de l'Aiguille, pour voir si cette sorte d'Aiguille qui ne fait que comme deux petites pierres d'Aiman jointes par un filet, quand toute l'Aiguille est aimantée, ne changeroit point la direction de l'Aiguille de ce qu'elle étoit n'étant point chargée, elle nous a donné alors la déclinaison de  $13^{\circ} 25'$ .

On connoît donc par-là que cette Aiguille ainsi formée ou chargée a augmenté la déclinaison de plus d'un degré, ce qui peut faire soupçonner que ces sortes d'Aiguilles qui sont faites en fleche, lesquelles portent à leurs extrémités deux pieces plus grosses que le filet qui les joint, peuvent causer des différentes déclinaisons par la nature de l'Acier de ces pieces qui peuvent se trouver aimantées diversement, quoi que ces sortes d'Aiguilles en apparence paroissent plus mobiles que les simples par les vibrations que font ces deux pieces ajoutées.

Le 9<sup>me</sup>. jour de Mai au matin à 5<sup>h</sup> j'observai un Parhelie vers le Midi à l'égard du Soleil; il étoit entre des nuées legeres & à même hauteur que le Soleil, & le centre du Parhelie étoit éloigné du centre du Soleil de  $22^{\circ} \frac{1}{4}$ , sa couleur rouge étoit tournée vers le Soleil & la bleue à l'opposite. Nous avons observé autrefois que la distance entre le centre du Soleil & celui du Parhelie varie par rapport à la densité de l'air ou au chaud & au froid; le temps où ils paroissent ordinairement est en Mai.





---

T R A I T E'  
DU CALCUL DES DIFFERENCES  
F I N I E S.

Par M. NICOLE.

**M**ON dessein dans ce Memoire est de donner un <sup>30 Janv.</sup> Traité complet du Calcul des differences finies. Ce <sup>1717.</sup> qui m'a donné occasion de travailler sur cette matiere est la lecture que j'ai faite du Livre qui a pour titre *Methodus Incrementorum* dont M. Taylor Secetaire de la Societé Royale de Londres est Auteur.

Entre plusieurs choses excellentes que cet habile Geometre donne dans cet ouvrage, on y trouve une Methode pour sommer des Suites infinies de fractions, dont les numerateurs étant des quantités constantes, les dénominateurs sont les produits de plusieurs grandeurs qui augmentent uniformément. Cette Méthode sert aussi à trouver la somme de tant de termes qu'on voudra d'une suite de produits dans lesquels les facteurs qui composent chaque produit, augmentent toujours de la même quantité.

Mais outre que cette Methode n'est pas expliquée ni démontrée d'une maniere bien claire, elle ne satisfait qu'à un très petit nombre de cas. Il y a une infinité de suites qui n'ont pas les conditions que demande cette Methode. Il y en a quantité d'autres qui n'ayant pas ces conditions demandent des réductions & des changements considerables pour leur donner la forme que cette Methode demande.

J'ai donc crû qu'il seroit utile d'expliquer & de démontrer d'une maniere nouvelle la Methode de M. Taylor, ensuite de donner des Methodes pour réduire toutes les

## 8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

suites qui n'observent pas la loi que cette premiere Methode demande, & qui cependant peuvent être ramenées à cette loi. Ces deux objets feront la premiere partie de ce Memoire.

Dans la seconde je donnerai plusieurs Methodes pour sommer une infinité de suite, qui ne le peuvent être par la premiere, & j'appliquerai ces Methodes à la recherche des sommes de plusieurs suites curieuses.

### P R E M I E R E P A R T I E.

*Traité du Calcul des Differences, dans lequel on considere les Differences finies.*

Si l'on suppose la quantité  $x$  croître continuellement & uniformément, & que cet accroissement soit exprimé par la quantité  $n$ , on aura cette suite  $x, x+n, x+2n, x+3n$ , &c. dans laquelle la difference d'un terme à celui qui le precede immédiatement est  $n$ .

Pour avoir la difference de cette expression algebrique  $x \times x + n$ , on suppose que l'accroissement des  $x$  est toujours  $n$ . Il faut examiner ce que cette quantité  $x \times x + n$  devient par l'augmentation fait à  $x$ , l'on trouve  $x+n \times x+2n$ , dont il faut retrancher  $x \times x + n$  pour avoir la difference de l'un à l'autre, & l'on aura  $x+n \times x+2n$

$\overline{— x \times x + n = x + 2n — x \times x + n = 2n \times x + n}$   
pour la difference cherchée.

De même pour avoir la difference de  $x \times x + n \times x + 2n \times x + 3n$ , on fera  $x+n. x+2n. x+3n. x+4n. — x. x+n. x+2n. x+3n$  qui se réduit à  $x+4n — x \times x + n. x+2n. x+3n = 4n \times x + n \times x + 2n \times x + 3n$ , d'où l'on tire cette règle generale.

Pour trouver la difference finie d'une quantité algebrique composée de tant de facteurs que l'on voudra comme de celle-ci,  $x. x+2. x+4. x+6. x+8$  dont l'accroissement

croissement de  $x$  ou la difference est 2. Il faut d'abord multiplier par le nombre des facteurs qui est ici 5, ensuite retrancher le premier facteur, & il vient  $5 \times x - 4$ ,  $x - 6$ ,  $x - 8$ , & multiplier par la difference ou la quantité dont  $x$  augmente qui est ici 2, & l'on aura  $2 \times 5 \times x - 4 \times x - 6 \times x - 8$  pour la difference cherchée.

Pour prendre la difference finie d'une fraction telle que  $\frac{1}{x \cdot x + n}$  dans laquelle l'accroissement ou la difference finie de  $x$  est  $n$ , il faut examiner ce que cette quantité devient par l'augmentation  $n$  fait à  $x$ ; l'on voit qu'elle devient  $\frac{1}{x + n \cdot x + 2n}$ , laquelle étant ôtée de la premiere  $\frac{1}{x \cdot x + n}$ , on aura  $\frac{1}{x \cdot x + n} - \frac{1}{x + n \cdot x + 2n} = \frac{x + 2n - x}{x \cdot x + n \cdot x + 2n}$  qui se réduit à  $\frac{2n}{x \cdot x + n \cdot x + 2n}$ .

Pour prendre la difference de cette fraction

$\frac{1}{x \cdot x + n \cdot x + 2n \cdot x + 3n \cdot x + 4n}$  en suivant la même methode,

on aura  $\frac{1}{x \cdot x + n \cdot x + 2n \cdot x + 3n \cdot x + 4n}$

$\frac{1}{x + n \cdot x + 2n \cdot x + 3n \cdot x + 4n \cdot x + 5n}$ , & en mettant à même

dénomination, il vient  $\frac{x + 5n - x}{x \cdot x + n \cdot x + 2n \cdot x + 3n \cdot x + 4n \cdot x + 5n}$

$= \frac{5n}{x \cdot x + n \cdot x + 2n \cdot x + 3n \cdot x + 4n \cdot x + 5n}$ , d'où il suit cette

regle generale pour prendre la difference finie d'une fraction.

Il faut multiplier cette fraction par le nombre des facteurs, & par la difference, & ensuite augmenter un facteur dans le dénominateur.

Ainsi la difference finie de cette fraction

$\frac{aa}{x \cdot x + 3 \cdot x + 6 \cdot x + 9 \cdot x + 12}$  ( dans laquelle l'augmentation

de  $x$  ou la difference est 3 ) en suivant la regle sera

$\frac{5 \cdot 3 \cdot aa}{x \cdot x + 3 \cdot x + 6 \cdot x + 9 \cdot x + 12 \cdot x + 15}$

Mem. 1717.

. B

## REMARQUE I.

Si l'on fait attention à ce que l'on a fait pour prendre la différence finie d'une grandeur algebrique composée de tant de facteurs qu'on voudra, dans lesquels l'inconnuë croît continuellement d'une quantité finie, on appercevra ce qu'il faut faire pour retrouver l'expression algebrique dont la différence est donnée; cette expression algebrique s'appellera l'integrale de la différence donnée.

*Methode pour trouver l'integrale d'une difference donnée, exprimée par des grandeurs entieres, composée de tant de facteurs qu'on voudra.*

Il faut ajouter le facteur qui précède le premier, ensuite diviser par le nombre des facteurs & par la difference.

Ainsi pour trouver l'integrale de  $2n \times x - n$ , l'augmentation de  $x$  ou sa difference étant  $n$ , on multipliera d'abord par le facteur qui précède  $x - n$ , ce facteur est  $x$ , & l'on aura  $2n \times x \times x - n$ , ensuite on divisera par le nombre des facteurs qui est 2, & par la difference  $n$ , & il viendra  $x \times x - n$  pour l'integrale cherchée, ce qui doit être, car en prenant la difference de  $x \times x - n$ , on trouve  $2n \times x - n$ , ainsi l'integrale de  $4n \times x - n$  sera  $x \times x - 2n$ , de  $6n \times x - n$  sera  $x \times x - 3n$ , de  $8n \times x - n$  sera  $x \times x - 4n$ , &c.

L'integrale de  $x - 2$ ,  $x - 4$ ,  $x - 6$  (la difference ou les accroissements des  $x$  étant 2) sera  $\frac{x \times x - 2x}{2}$ .

L'integrale de  $x$ ,  $x - 4$ ,  $x - 8$ ,  $x - 12$  sera  $\frac{x \times x - 4x}{4}$ , &c.

## REMARQUE II.

Si l'on examine ce qui a été fait pour prendre la différence finie d'une fraction composée de tant de facteurs

qu'on voudra, on appercevra ce qu'il faut faire pour trouver l'intégrale d'une fraction algébrique dont la différence est donnée.

## R E G L E.

Il faut d'abord diviser le dénominateur par son plus grand facteur, ou, ce qui revient au même, multiplier le numérateur par ce facteur, ensuite il faut diviser par le nombre des facteurs restants & par la différence.

Ainsi pour intégrer  $\frac{2x}{x \cdot x + n \cdot x + 2n}$ , il faut d'abord multiplier par  $x + 2n$ , & l'on aura  $\frac{2x}{x \cdot x + n}$ , ensuite diviser par 2 & par  $n$ , & il vient  $\frac{1}{x \cdot x + n}$  qui est l'intégrale cherchée.

Pour intégrer  $\frac{1}{x \cdot x + 2 \cdot x + 4 \cdot x + 6}$ , il faut retrancher le plus grand facteur  $x + 6$ , ensuite diviser par le nombre des facteurs qui est 3, & diviser encore par la différence qui est 2, & l'on trouve  $\frac{1}{6x \cdot x + 2 \cdot x + 4}$  pour l'intégrale.

*Application des Regles que l'on vient d'établir pour les grandeurs entières.*

Soit cette suite infinie  
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + \&c.$   
 dont on demande la somme de tant de termes qu'on voudra.

Il faut d'abord examiner la loi selon laquelle les facteurs de cette suite augmente; on voit que cette loi est uniforme, chaque facteur augmente de l'unité. Ainsi un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette quantité algébrique  $x \cdot x + 1$ , car si l'on donne à  $x$  successivement les valeurs 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8 &c. on aura chaque terme de la suite que l'on veut sommer.

Cela posé, si l'on demande la somme de la suite proposée depuis le premier terme jusqu'à celui exprimé par  $x$ .

12 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

$x+1$ , il faut considerer le terme qui suit  $x$ .  $x+1$  qui est  $x+1$ .  $x+2$ , comme la difference de la somme qu'on cherche, car il est clair que cette somme differe de la somme depuis le premier jusqu'à celui exprimé par  $x+1$ .  $x+2$ , de la quantité  $x+1$ .  $x+2$ , dont l'integrale est  $\frac{x \cdot x+1 \cdot x+2}{3}$ . Cette quantité exprimera la somme depuis le premier terme jusqu'à celui exprimé par  $x$ .  $x+1$ . Si l'on veut avoir les douze premiers termes, on aura  $x=12$ , & substituant 12 à la place de  $x$  dans l'integrale trouvée, elle deviendra  $\frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{3} = 4 \cdot 13 \cdot 14 = 728$ , ce qui est vrai, car  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 9 \cdot 10 + 10 \cdot 11 + 11 \cdot 12 + 12 \cdot 13 = 728$ .

E X E M P L E I I.

Trouver la somme de tant de termes qu'on voudra de cette suite

1. 4. 7. 10.  $+ 4 \cdot 7$ . 10. 13.  $+ 7 \cdot 10$ . 13. 16.  $+ 10 \cdot 13$ . 16. 19.  $+ \&c.$

On voit que dans cet exemple la loi selon laquelle les facteurs augmente est 3, d'où il suit qu'un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette quantité algebrique  $x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9$ , car si l'on met dans cette quantité pour  $x$  successivement 1. 4. 7. 10. 13. 16, &c. on trouvera tous les termes de la suite.

Si donc on demande la somme de tous les termes de la suite depuis le premier jusques à celui exprimé par  $x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9$ , on prendra le terme qui suit ce dernier, ce terme est  $x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12$ , lequel fera la difference de tous les termes que l'on demande.

L'integrale de cette difference est en suivant la regle  $\frac{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12}{4}$ , mais pour que cette quantité algebrique exprime la somme de tous les termes de la suite jusques à celui exprimé par  $x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9$ ,

il faut qu'elle devienne zero lorsque  $x+3=1$ , c'est-à-dire, lorsque le terme qui suit le dernier est le premier de la suite : or lorsque  $x+3=1$ , on a  $x=-2$ , laquelle valeur étant substituée dans l'integrale trouvée, il vient  $\frac{-2.1.4.7.10}{15}$ . Ce qui fait voir que cette quantité manque à l'integrale trouvée, laquelle étant ajoutée, il vient  $\frac{2.1.4.7.10}{15} + \frac{x.x+3.x+6.x+9.x+12}{15}$  pour la somme cherchée.

Si l'on veut avoir la somme des quatre premiers termes, on aura  $x=10$ , & partant, la somme sera  $\frac{2.1.4.7.10}{15} + \frac{10.13.16.19.22}{15} = 58000$ , ce qui doit être, car  $1.4.7.10 + 4.7.10.13 + 7.10.13.16 + 10.13.16.19 = 58000$ .

Si l'on veut avoir la somme des 100 premiers termes, on aura  $x=298$ , & la somme cherchée sera  $\frac{2.1.4.7.10}{15} + \frac{298.301.304.307.310}{15} = 173007588880$ .

*Application des Regles que l'on a données pour les grandeurs rompuës.*

### EXEMPLE I.

Soit cette suite infinie  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \&c.$  dont on demande la somme, en examinant la loi selon laquelle les facteurs de cette suite augmente; on trouve que cette loi est uniforme, chaque facteur augmentant de l'unité, ainsi un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette quantité algebrique  $\frac{1}{x.x+1}$  pour trouver la somme des termes de cette suite depuis le terme  $\frac{1}{x.x+1}$  jusques à l'infini. On doit considérer le terme  $\frac{1}{x.x+1}$  comme la difference de la somme qu'on cherche, car il est évident que la somme qu'on

14. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

cherche ne differe de la somme de tous les termes jusques à l'infini, en commençant par celui qui suit  $\frac{1}{x \cdot x+1}$  & qui seroit  $\frac{1}{x \cdot x+1, x \cdot x+2}$ ; qu'elle ne differe, dis-je, que de la quantité  $\frac{1}{x \cdot x+1}$  dont l'integrale est  $\frac{1}{x}$ .

Cette quantité  $\frac{1}{x}$  est donc égale à la somme de toute la suite qui a pour premier terme  $\frac{1}{x \cdot x+1}$ . Si l'on veut que ce premier terme soit aussi le premier de la suite, alors  $x$  fera 1, & partant, la somme entiere de la suite infinie fera  $\frac{1}{1} = 1$ .

Si l'on veut la somme de la suite depuis le sixième terme jusqu'à l'infini, alors  $x$  fera 6 &  $\frac{1}{x}$  fera  $\frac{1}{6}$  pour cette somme, d'où l'on voit que la somme des cinq premiers termes fera  $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ , ce qui doit être, car  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{5}{6}$ .

EXEMPLE II.

Trouver la somme de la suite infinie

$\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} + \frac{1}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} + \&c.$   
dans laquelle chaque facteur croît de 2.

Un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette formule algebrique  $\frac{1}{x \cdot x+2 \cdot x+4 \cdot x+6}$  qui sera la difference de la somme qu'on cherche dans laquelle la difference de  $x$  est 2.

Integrant donc la quantité  $\frac{1}{x \cdot x+2 \cdot x+4 \cdot x+6}$ , on trouve  $\frac{1}{6 \cdot x \cdot x+2 \cdot x+4}$  pour la somme de la suite infinie dont le premier terme seroit  $\frac{1}{x \cdot x+2 \cdot x+4 \cdot x+6}$ .

Si l'on veut que ce premier terme soit le premier de la suite proposée, on aura alors  $x=1$ , & en substituant cette valeur dans l'integrale trouvée, on aura  $\frac{1}{6 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}$  pour la somme cherchée  $= \frac{1}{90}$ . Si l'on veut avoir la som-



me de la suite depuis le 4<sup>me</sup>. terme jusqu'à l'infini alors  $x = 7$ , & substituant dans l'integrale  $\frac{1}{6 \cdot x \cdot x+2 \cdot x+4}$  pour  $x$  la valeur 7, on aura  $\frac{1}{6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} = \frac{1}{4158}$  pour la somme depuis le 4<sup>me</sup>. jusqu'à l'infini, partant la somme des trois premiers termes sera  $\frac{1}{90} - \frac{1}{4158} = \frac{113}{10395}$ .

## E X E M P L E I I I.

Trouver la somme de la suite infinie dont le numérateur est toujours l'unité, & le dénominateur un nombre figuré quelconque du triangle arithmétique de M. Paschal. Par exemple, ceux du troisième ordre dont la suite est  $6 \times \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \&c.$

Un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette formule algebrique  $\frac{6}{x \cdot x+1 \cdot x+2}$ , qui est aussi la différence de la somme de la suite dont le premier terme est  $\frac{6}{x \cdot x+1 \cdot x+2}$ , l'integrale de cette quantité est  $\frac{1}{x \cdot x+1}$ . Si l'on suppose  $x = 1$ , alors on aura  $\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$  pour la somme cherchée.

Si l'on suppose  $x = 4$ , on aura  $\frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}$ , pour la somme depuis le 4<sup>me</sup>. jusqu'à l'infini, d'où il suit que les trois premiers termes seront égaux à  $\frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$ .

## C O R O L L A I R E I.

Il suit de cet exemple que si l'on propose une suite infinie de fractions dont le numérateur sera un nombre constant, & le dénominateur la suite des nombres figurés quelconque du triangle arithmétique de M. Paschal, cette suite sera sommable, car la formule de cette suite sera

$\frac{a}{x \cdot x+1 \cdot x+2 \cdot x+3 \cdot x+4 \cdot \&c. \dots x+p}$  en nommant  $p + 1$  l'ordre des nombres qui compose le dénominateur, dont l'integrale sera  $\frac{a}{p \cdot x \cdot x+1 \cdot x+2 \cdot x+3 \cdot \dots x+p-1}$ . Si l'on suppose  $x = 1$ , on aura  $\frac{a}{p \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots p}$  pour la

COROLLAIRE II.

Il suit encore que si les numerateurs sont la suite d'un même ordre de nombres figurés du même triangle arithmétique, & les dénominateurs la suite d'un autre ordre de nombre, figurés du même triangle, il suit, dis-je, que cette suite de fractions sera sommable, pourvû que les deux ordres de nombres differe au moins de 2, c'est-à-dire, que les numerateurs étant, par exemple, les nombres du 3<sup>me</sup>. ordre, il faut que les dénominateurs soient au moins les nombres du 5<sup>me</sup>. ordre, ils pourroient être ceux du 6<sup>me</sup>. ou 7<sup>me</sup>. &c.

Cela est évident, car la formule de cette suite sera

$$\frac{x \cdot x+1 \cdot x+2 \cdot x+3 \dots x+p \times p+2 \cdot p+3 \cdot p+q+1}{x \cdot x+1 \cdot x+2 \cdot x+3 \dots x+p \cdot x+p+1 \cdot x+p+2 \dots x+p+q} = \frac{p+2 \cdot p+3 \dots p+q+1}{x+p+1 \cdot x+p+2 \dots x+p+q},$$

$q$  est la distance entre les deux ordres dont l'integrale est

$$\frac{p+2 \cdot p+3 \dots p+q+1}{q-1 \cdot x+p+1 \cdot x+p+2 \dots x+p+q-1}$$

où l'on voit que  $q$  doit être au moins 2, car quand il est 1, alors  $q-1=0$ , & l'integrale est infini.

Lorsque  $q=2$ , alors l'integrale est  $\frac{p+2 \cdot p+3}{x+p+1}$ ; & si dans ce dernier cas on suppose  $p=5$ , c'est-à-dire, que les numerateurs soient les nombres du 6<sup>me</sup>. ordre, & les dénominateurs ceux du 8<sup>me</sup>. alors l'integrale sera  $\frac{7 \cdot 8}{x+6}$  qui est la somme de cette suite depuis le terme exprimé par  $\frac{7 \cdot 8}{x+6 \cdot x+7}$  jusqu'à l'infini. Si l'on suppose  $x=1$ , on aura la somme depuis le premier jusqu'à l'infini égale à 8. Si l'on suppose  $x=4$ , on aura  $\frac{7 \cdot 8}{10}$  qui sera la somme depuis le 4<sup>me</sup>. jusqu'à l'infini, & partant, les trois premiers seront  $8 - \frac{7 \cdot 8}{10} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$ .

REMAR-

## REMARQUE.

On voit que pour intégrer une quantité algebrique par cette methode , il faut que la quantité dont l'inconnuë croît, soit aussi l'accroissement de chaque facteur, comme dans cet exemple  $\frac{a}{x \cdot x+3 \cdot x+6}$  qui est la formule de cette suite infinie (en supposant que la quantité dont  $x$  croît est 3 comme chaque facteur)  $\frac{a}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{a}{4 \cdot 7 \cdot 10} + \frac{a}{7 \cdot 10 \cdot 13} + \&c.$  & qui seroit la formule de cette autre suite  $\frac{a}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{a}{6 \cdot 9 \cdot 12} + \frac{a}{11 \cdot 14 \cdot 17} + \&c.$  si l'accroissement des  $x$  étoit 5, celui des facteurs étant 3 ; ainsi lorsque cette loi ne s'observe pas, il faut par le moyen de quelque réduction transformer l'expression algebrique donnée en une autre qui lui soit égale , & dans laquelle la loi qu'exige la methode soit observée.

## EXEMPLE I.

Soit la suite infinie  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{14}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \frac{55}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} + \frac{140}{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17} + \&c.$  dans laquelle les facteurs augmentent de l'unité, & dans laquelle les facteurs d'un terme quelconque augmentent de 4 pour devenir les facteurs du terme suivant, ainsi par la methode generale on ne peut trouver la somme de cette suite, à moins qu'on ne réduise cette suite à la forme que cette methode demande.

Pour cela il faut examiner si le numérateur de chaque terme ne peut pas diviser exactement son dénominateur dans cet exemple, la division se fait ; car si l'on examine les nombres qui forment les numerateurs, on verra que la suite est  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \frac{5 \cdot 11}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} + \frac{7 \cdot 20}{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17} + \&c. \frac{1}{24} \times \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13}$   
*Mem. 1717.* C

$+\frac{1}{13 \cdot 17} + \&c.$  dans laquelle on voit que les facteurs de chaque terme augmentent de 4, & que la différence de chaque facteur d'un terme à chaque facteur du terme qui le suit est aussi 4, qui est ce que demande la methode; cela étant fait, il faut exprimer cette suite par une formule algebrique, cette formule sera  $\frac{1}{24} \times \frac{1}{x \cdot x + 4}$  dont l'integrale est  $\frac{1}{24} \times \frac{1}{x}$  qui exprime la somme depuis le terme exprimé par  $\frac{1}{24} \times \frac{1}{x \cdot x + 4}$  jusqu'à l'infini. Si l'on suppose  $x = 1$ , l'integrale deviendra  $\frac{1}{24} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{96}$ , qui est la somme cherchée.

## E X E M P L E I I.

Trouver la somme de cette suite  $\frac{21}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} +$   
 $+\frac{77}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} + \frac{165}{9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17} + \frac{285}{13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 21}$   
 $+\frac{437}{17 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 23 \cdot 25} + \&c.$  dont les numerateurs sont les nombres du 3<sup>me</sup>. ordre d'un triangle arithmetique dont la difference constante est 32, & les generateurs 56 & 21. En examinant cette suite, on voit que les numerateurs peuvent diviser exactement les dénominateurs: la division faite, on trouve que la suite se réduit à  $\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9}$   
 $+\frac{1}{9 \cdot 13 \cdot 17} + \frac{1}{13 \cdot 17 \cdot 21} + \&c.$  dont la formule est  $\frac{1}{x \cdot x + 4 \cdot x + 8}$  qui a pour integrale  $\frac{1}{8 \cdot x \cdot x + 4}$ , lorsque  $x = 1$ , on a  $\frac{1}{40}$  pour la somme cherchée.

## E X E M P L E I I I.

Trouver la somme de cette suite  $\frac{4}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16}$   
 $+\frac{19}{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19} + \frac{225}{7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22}$   
 $+\frac{676}{10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25} + \&c.$  dans laquelle les numerateurs sont les nombres figurés du 5<sup>me</sup>. ordre d'un

triangle arithmétique dont la difference constante est 54.  
& les generateurs sont — 18. 5. 4.

On voit dans cet exemple que les dénominateurs suivent la loi que demande la methode, ainsi la formule de ces dénominateurs sera  $\frac{1}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15}$ .

Il faut aussi exprimer les numerateurs par une formule algebrique, dans laquelle il n'y ait que l'indéterminée  $x$ ; pour cela il faut remarquer la loi selon laquelle les numerateurs croissent, on voit qu'ils sont les quarrés de 2. 7. 15. 26. 40. &c. dont la formule est  $\frac{1}{6} \times x+2 \cdot x+3$ ; ainsi la suite proposée aura pour formule

$\frac{x+2 \cdot x+3}{36 \times x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15}$ , qui ne peut être intégrée par la methode generale qui demande (outre les conditions qui ont déjà été remarquées) que le numerateur soit constant.

Pour le rendre tel, il faut décomposer cette quantité

$$\begin{aligned} & \text{en cette sorte } \frac{1}{36} \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \\ & = \frac{1}{36} \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \times \frac{1}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} + \\ & + \frac{2 \cdot x+3}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} = \frac{1}{36} \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \\ & \times \frac{1}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} + \frac{2}{x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \\ & + \frac{6}{x \cdot x+3 \cdot x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} = \frac{(A)}{36 \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15}} \\ & + \frac{(B)}{18 \times \frac{x+2 \cdot x+3}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15}} + \\ & + \frac{(C)}{6 \cdot \frac{x+2 \cdot x+3}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15}} \end{aligned}$$

$$C \text{ se réduit à } \frac{1}{6} \times \frac{1}{x+6 \cdot x+9 \cdot x+12 \cdot x+15} \quad C \text{ ij}$$

$$+ \frac{1}{3} \times \frac{1}{x+3. x+6. x+9. x+12. x+15} +$$

$$+ \frac{1}{x. x+3. x+6. x+9. x+12. x+15}. B \text{ se réduit à}$$

$$\frac{1}{18} \times \frac{x+6. x+3}{x+3. x+6. x+9. x+12. x+15} - \frac{4}{18} \times$$

$$\times \frac{x+3}{x+3. x+6. x+9. x+12. x+15} = \frac{1}{18} \times \frac{1}{x+9. x+12. x+15}$$

$$- \frac{2}{9} \times \frac{1}{x+6. x+9. x+12. x+15}. A \text{ se réduit à } \frac{1}{36}$$

$$\times \frac{x+6. x+3-4. x+3}{x+6. x+9. x+12. x+15} = \frac{x+6. x+9-6. x+6}{36. x+6. x+9. x+12. x+15}$$

$$= \frac{-\frac{4}{36}. x+6+\frac{4}{36} \times 3}{x+6. x+9. x+12. x+15} = \frac{1}{36} \times \frac{1}{x+12. x+15} - \frac{1}{6}$$

$$\times \frac{1}{x+9. x+12. x+15} - \frac{1}{9} \times \frac{1}{x+9. x+12. x+15} + \frac{1}{3}$$

$$\times \frac{1}{x+6. x+9. x+12. x+15}. \text{ On a donc } A+B+C = \frac{5}{18}$$

$$\times \frac{1}{x+6. x+9. x+12. x+15} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{x+3. x+6. x+9. x+12. x+15}$$

$$+ \frac{1}{x. x+3. x+6. x+9. x+12. x+15} - \frac{2}{9} \times \frac{1}{x+9. x+12. x+15}$$

$$+ \frac{1}{36} \times \frac{1}{x+12. x+15} \text{ dont l'integrale est}$$

$$\frac{5}{18. 9. x+6. x+9. x+12} + \frac{1}{3. 12. x+3. x+6. x+9. x+12}$$

$$+ \frac{1}{15. x. x+3. x+6. x+9. x+12} - \frac{2}{9. 6. x+9. x+12}$$

$$+ \frac{1}{36. 3. x+12} \text{ qui est la somme de la suite proposée de-}$$

$$\text{puis le terme exprimé par } \frac{x+2. x+3}{36. x. x+3. x+6. x+9. x+12. x+15}$$

jusqu'à l'infini. Si l'on suppose  $x=1$ , l'integrale deviendra

$$\frac{1}{15. 1. 4. 7. 10. 13} + \frac{1}{36. 4. 7. 10. 13} + \frac{5}{18. 9. 7. 10. 13}$$

$$- \frac{2}{9. 6. 10. 13} + \frac{1}{36. 3. 13} \text{ qui étant mis à même dé-}$$

$$\text{nomination, devient } \frac{5557}{15. 36. 120. 91}.$$

## E X E M P L E IV.

Trouver la somme de cette suite infinie  $\frac{6}{1.2.3} + \frac{12}{3.4.5} + \frac{18}{5.6.7} + \frac{24}{7.8.9} + \frac{30}{9.10.11} + \&c.$  qui se réduit à  $3 \times \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \frac{1}{9.11} + \&c.$  dont l'expression algébrique est  $\frac{3}{x. x+2}$  qui a pour intégrale  $\frac{3}{2x}$ . Lorsque  $x=1$ , on a  $\frac{3}{2}$  pour la somme cherchée.

## E X E M P L E V.

Trouver la somme de la suite infinie  $\frac{1}{2.1} + \frac{1}{2.7} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{5.13} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{8.19} + \&c.$  qui est égale à  $\frac{1}{2} \times \frac{8}{1.7} + \frac{1}{3} \times \frac{20}{7.13} + \frac{1}{8} \times \frac{32}{13.19} + \frac{1}{11} \times \frac{44}{19.25} + \&c. = 4 \times \frac{1}{1.7} + \frac{1}{7.13} + \frac{1}{13.19} + \frac{1}{19.25} + \&c.$  dont l'expression algébrique est  $\frac{4}{x. x+6}$  qui a pour intégrale  $\frac{4}{6x}$ . Si l'on fait  $x=1$ , on aura  $\frac{2}{3}$  pour la somme cherchée.

## E X E M P L E VI.

Trouver la somme de cette suite infinie  $\frac{1}{1.2.3.4} + \frac{9}{3.4.5.6} + \frac{13}{5.6.7.8} + \frac{17}{7.8.9.10} + \&c. = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} - \frac{1}{4.6} + \frac{1}{5.7} - \frac{1}{6.8} + \frac{1}{7.9} - \frac{1}{8.10}$  dont la formule algébrique est  $\frac{1}{x. x+2} - \frac{1}{x+1. x+3}$  qui donne pour son intégrale  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{2. x+1}$ . Lorsque  $x=1$ , on a  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  pour la somme cherchée.



# O B S E R V A T I O N S

## D'UNE LUMIERE HORISONTALE.

Par M. MARALDI.

10 Mars  
1717.

**S**UR la fin de l'année 1716 & au commencement de 1717 il a paru dans le Ciel pendant plusieurs nuits une grande Lumiere horisontale, blanchâtre, semblable au crépuscule. Nous l'avons observée le 15 & 16 Decembre dernier, & le 6 le 9 le 10 & le 11 de Janvier, ayant été visible six fois, deux en Decembre & quatre en Janvier.

Le 15 Decembre, après avoir observé l'entrée du quatrième Satellite dans Jupiter, & l'ombre du même Satellite qui rasoit presque le bord Meridional de cette Planete à 10 heures & demie du soir, c'est-à-dire, cinq heures après la fin du crépuscule, nous vîmes le Ciel éclairé du côté du Nord & du Nord-est, comme si la Lune avoit été près de se lever à cet endroit; il y avoit cependant plus de quatre heures qu'elle s'étoit couchée dans la partie opposée de l'horison, ainsi elle ne pouvoit pas être la cause de cette apparence.

La Lumiere étoit étendue sur les Etoiles de la Constellation du Lion où étoit son terme plus Oriental; elle passoit au dessous des Etoiles de la grande Ourse, & alloit finir proche de la tête du Dragon qui étoit vers le Nord-ouï-est, occupant dans cet espace du Ciel du Nord-est au Nord-ouïest presque 90 degrés d'un grand cercle. Elle étoit terminée d'un côté par l'horison, d'où elle paroissoit sortir comme le crépuscule, & s'élevoit à la hauteur de 10 à 12 degrés, car elle touchoit par son bord superieur la belle Etoile qui est dans l'extremité de la queue de la grande Ourse, & passoit proche des Etoiles de la tête du



Dragon. Nous n'eûmes que le temps de l'observer pendant un quart d'heure, le Ciel s'étant couvert à 10 heures & trois quarts.

Le 16 Decembre à 9 heures & demie, le Ciel s'étant découvert, la Lumiere étoit visible, & passoit comme la nuit précédente au dessous des Etoiles du Dragon & par celles de la grande Ourse, étant terminée à l'Orient par des nuages qui couvroient les Etoiles du Lion; mais ces nuages s'étant dissipés dans la suite, la Lumiere parut aussi sur ces Etoiles, desorte qu'elle paroissoit dans la même situation que la nuit précédente, & avoit la même étendue. Dans la suite le Ciel s'étant couvert en partie, on ne pût pas continuer d'observer les termes de la Lumiere, mais on vit jusqu'à minuit & demi par des ouvertures de nuages la partie du Ciel située depuis le Nord-est jusqu'au Nord-ouest éclairée dans ces ouvertures de la même force qu'elle l'étoit auparavant quand le Ciel étoit tout serein. Nous remarquâmes aussi que ces nuages en changeant de place nous cachaient la Lumiere dans les lieux du Ciel par où ils passaient, & que la Lumiere re-paroissoit dans ces mêmes lieux que les nuages quittoient dans la suite. Ce qui fait voir que la matiere qui étoit la cause de cette Lumiere étoit plus éloignée de la Terre que les nuages, puisqu'ils nous cachaient la Lumiere quand ils passaient par la partie du Ciel où elle étoit visible, & la laissoient voir quand ils quittoient ces mêmes parties.

Après le 16 Decembre, le Ciel ayant été couvert quelques jours de suite, & le clair de la Lune étant ensuite survenu, nous n'avons pû voir la Lumiere que le mois de Janvier de l'année 1717.

Le 6 du même mois le Ciel fut couvert tout le jour, & ne se découvrit que vers les 10 heures & trois quarts du soir. Nous vîmes pour lors la Lumiere fort belle en forme de crépuscule, qui faisoit le tour de l'horison. Les Etoiles de la tête du Dragon qui étoient dans la partie inférieure du Meridien du côté du Septentrion paroif-

soient un peu plongées dans cette Lumiere, & continuant vers l'Orient, elle passoit proche de l'épaule Occidentale de Bootes, au dessous de la chevelure de Berenice, au dessous de la belle Etoile de la queue du Lion, par les Etoiles du Navire, par celles du grand Chien qui étoient proches du Meridien du côté du Midi. De-là elle se voyoit sur les Etoiles de l'Eridan, sur le ventre de la Baleine qui étoit à l'Occident; & passant ensuite vers le Nord-ouest par les deux belles Etoiles de la poitrine du Pegase & de l'extrémité de son aile, & par la belle de la queue du Cigne, elle alloit achever la circonference entiere avec les Etoiles du Dragon.

Cette Lumiere étoit bornée par l'horison comme dans les Observations précédentes, mais elle n'étoit pas également large partout. Il y avoit deux endroits presque opposés l'un à l'autre où elle s'élevoit jusqu'à la hauteur d'environ 20 degrés, car du côté du Nord-ouest elle touchoit par son extrémité supérieure les Etoiles plus Meridionales de Cephée & du côté du Sud-est proche des Etoiles du Navire elle s'élevoit tout autant, & étoit plus claire que la voye de Lait qui en étoit proche. Dans le reste de l'horison la Lumiere s'élevoit seulement d'environ 12 degrés, & elle étoit également claire partout, excepté vers son extrémité supérieure où elle se perdoit insensiblement. Il y avoit aussi un petit espace du côté du Sud-ouest où elle étoit moins brillante que dans le reste de son étendue. Quelques nuages qui étoient adherants à l'horison l'interrompoient un peu dans sa partie inférieure; mais elle s'élevoit partout beaucoup au dessus de ces nuages, de sorte que dans sa partie supérieure elle étoit continuë, & faisoit le tour de l'horison.

Nous continuâmes de la voir de cette maniere jusqu'à minuit & demi que les nuages nous la cachèrent entièrement avec le Ciel.

Le 9 Janvier après la sortie du second Satellite de l'ombre de Jupiter qui arriva un peu avant les huit heures du soir,

Soir, le Ciel étant en partie serain, on voyoit la Lumiere assez claire en plusieurs endroits de l'horison où il n'y avoit point de nuages.

A minuit les nuages s'étant dissipés, la Lumiere étoit éclatante. Vers le couchant on la voyoit étendue sur la tête de la Baleine, elle passoit par les Etoiles d'Andromede qui étoient au Nord-ouest & par les Etoiles plus basses de Cephée; la belle Etoile de la Lire paroïssoit au milieu de cette Lumiere; les Etoiles de la tête du Dragon y étoient un peu enfoncées. Du côté du Nord & de l'Est la Couronne, Arcturus, les deux plus Meridionales de la Ceinture de la Vierge, y étoient dedans, & elle alloit se terminer aux Etoiles du Navire; ainsi elle faisoit presque le tour de l'horison. Nous observâmes depuis minuit & demi jusqu'à une heure l'entrée du premier Satellite dans Jupiter, & l'immersion du 4<sup>me</sup>. dans l'ombre.

A une heure après minuit, le Ciel étant toujours serain, la Lumiere continuoit de paroître fort claire presque partout l'horison; Arcturus & les Etoiles de la Ceinture de la Vierge, qui à minuit étoient enfoncées dans la Lumiere, se voyoient à son extrémité superieure, quoi-qu'elle fut toujours à la même hauteur; ce qui démontre qu'elle étoit attachée à l'horison, & qu'elle ne participoit point au mouvement des Etoiles d'Orient en Occident.

La même nuit après l'émerfion du 4<sup>me</sup>. Satellite, & celle du premier de l'ombre de Jupiter, observée à 3 heures & 20', la Lumiere paroïssoit toujours fort claire. Elle avoit encore la même largeur, la même étendue & la même situation à l'égard de l'horison, mais elle se trouvoit avec des Etoiles fort différentes de celles où elle avoit été à minuit. Du côté d'Orient elle passoit par les Etoiles du Cigne, par celles de la Lire, par la tête & par l'épaule Occidentale d'Ophiucus & par les Etoiles de la Balance. Du côté d'Occident elle étoit étendue sur les épaules d'Orion, sur la tête du Taureau, & sur la Constellation de Cassiopée; ainsi dans cette dernière Observation la Lu-

miere passoit par des Etoiles plus Orientales que celles où elle s'étoit trouvée à minuit, celles-ci étant plus à l'Occident; ce qui fait encore voir qu'elle ne participoit point à leur mouvement, & qu'elle étoit fixe à l'égard de l'horison, & par conséquent qu'elle n'étoit pas fort éloignée de la Terre, car tout ce qui paroît dans le Ciel sans participer au mouvement universel d'Orient en Occident dans les trois hypothèses de Ptolémée, de Copernic & de Tycho, est censé appartenir à la Terre, & être dans son Atmosphere. Ainsi quoi-que la matiere qui étoit la cause de la Lumiere fut plus éloignée de la Terre que les nuages qui se trouvoient en même temps dans l'air, comme nous l'avons remarqué auparavant, elle étoit néanmoins comprise dans l'Atmosphere.

Le 10 Janvier à 7 heures du soir la Lumiere étoit fort claire, & faisoit presque le tour de l'horison. Il n'y avoit que du côté du Sud-ouest qu'elle ne paroissoit pas bien sensible. Des nuages s'étant ensuite élevés sur l'horison, la Lumiere en étoit en partie effacée, mais on voyoit toujours son extrémité supérieure où les nuages n'arrivoient point.

Le 11 Janvier la Lumiere n'étoit sensible que vers l'Orient; elle commençoit au dessous de l'épaule Occidentale de Bootes, passoit sous la chevelure de Berenice, traversoit les Etoiles Occidentales de la Vierge où elle étoit belle, & alloit finir proche des Etoiles du Navire.

Après le 11 Janvier, le Ciel ayant été quelques jours couvert, & le clair de Lune ayant suivi, nous n'en avons pu faire d'autres Observations.

Il paroît par ce que je viens de rapporter, que l'éclat & l'étendue de la Lumiere a été sujette en peu de temps à des grandes variations, car les deux premiers jours de son apparition, qui furent le 15 & le 16 Decembre, elle occupoit 90 degrés, & disparut ensuite. Elle parut de nouveau le 6 & le 9 Janvier quatre fois plus grande qu'auparavant, puisqu'elle faisoit le circuit de l'horison. Le

20 elle avoit un peu diminué vers le Sud-ouest, le 11 elle l'étoit beaucoup davantage, ne paroissant belle que vers l'Orient sur les Etoiles de la Vierge. Enfin elle s'est dissipée entièrement sans avoir été depuis visible.

Cette Lumière a quelques rapport avec celle que nous observâmes au mois d'Avril de l'année dernière, quoiqu'elle en diffère en quelques circonstances. Elles se rapportent, en ce que l'une & l'autre ont paru à l'horison en maniere de crépuscule blanchâtre & transparent, desorte qu'on voyoit les Etoiles qui y étoient plongées. Celle d'Avril a paru vers le Nord & Nord-est, occupant environ 80 degrés. Celle du 15 & du 16 Decembre dernier a paru du même côté de l'horison, ayant une étendue de 90 degrés environ; mais dans la plupart des Observations de Janvier cette étendue étoit beaucoup plus grande, puisqu'elle faisoit le tour de l'horison.

Au mois d'Avril, outre la Lumière constante en forme de crépuscule, comme dans celle de Decembre & de Janvier, il y avoit des jets de lumière qui s'élevoient de temps en temps de l'horison, & traversoient la Lumière horizontale, ce qui n'est point arrivé dans aucune des dernières Observations.

Celle d'Avril n'a paru dans la même nuit que l'espace d'environ deux heures, c'est-à-dire, depuis dix heures & demie jusqu'à minuit, s'étant ensuite dissipée. La dernière a été visible toute la nuit, lorsque le Ciel a été serain, & en juger par l'éclat qu'elle avoit aussi les autres nuits, il y a lieu de croire que si elle n'a pas duré aussi long-temps, c'est parce que les nuages nous l'ont cachée.

Bien que ces phénomènes soient rares, on en a vu cependant anciennement qui ont quelque rapport à ceux que nous avons observés.

Plinè au chapitre 33 du second Livre de l'Histoire naturelle, dit que sous le Consulat de Caius Cecillius & de Cneius Papirius qui fut 111 ans avant l'époque de Jesus-Christ, on vit une lumière pendant la nuit qu'on

marqua plusieurs fois comme s'il y eut eu une espece de jour pendant la nuit.

Seneque au premier Livre des Questions naturelles, en faisant le rapport de differentes clairtés qui paroissent dans l'air, dit qu'il y en a de permanentes en certains lieux, qui donnent tant de lumiere, qu'elles dissipent les tenebres & representent le jour. Il adjoûte que parmi celles-ci il y en a qui se voyent dans les nuages, & d'autres qui paroissent au dessus des nuages.

Nôtre Lumiere étoit aussi fixe, & n'avoit aucun mouvement à l'égard de l'horison; elle avoit encore cette particularité de paroître au dessus des nuages, & quoi-qu'elle n'ait pas été assés grande pour représenter le jour, elle imitoit cependant une aurore un peu avancée.

Calvisius en l'année 992 rapporte que la nuit de Noël il parut du côté du Septentrion une lumiere si grande qu'elle representoit celle du jour.

Un Chronologiste Saxon, qui a été publié par M. Leibnitz, dit avoir vû l'an 993, la nuit de S. Estienne, une Lumiere si grande du côté du Septentrion, qu'on auroit crû que le jour alloit commencer. Elle parut au commencement de la nuit, & dura pendant une heure.

M. Gassendi assure d'avoir vû cinq fois differentes une Lumiere Septentrionale dont il ne donne la description que de celle qui fut visible en Septembre de 1621, & qui paroît avoir plus de conformité à celle que nous observâmes au mois d'Avril qu'à ces dernieres.

L'Observation rapportée par Calvisius & celle du Chronologiste Saxon ont cela de conforme avec la nôtre, qu'elles ont paru à peu-prés dans la même saison de l'année & vers le Solstice d'Hiver, au lieu que celles de Gassendi ont été visibles en des saisons differentes, c'est-à-dire, trois en Septembre, une en Avril, & la cinquième en Fevrier.

Après les Observations de Gassendi nous n'en avons point d'autres que celles de 1707 faites à Copenhague par M. Roëmer, & à Berlin par M. Kirchius, quoi-que dans

cet intervalle il y ait eu plusieurs excellents Astronomes très attentifs aux Observations celestes.

Dans le Registre des Observations du 4 Avril 1695, après plusieurs Observations des Satellites de Jupiter qui font voir que le Ciel étoit serein cette nuit-là, j'ai remarqué que vers le couchant d'Hiver il y avoit des nuages fort éclairés depuis l'horison jusqu'à la hauteur de 4 ou 5 degrés & de la longueur de 10 à 12 qui étoient terminés du côté du Zenit par un nuage noir. Ce phénomène que j'observai depuis 10 heures du soir jusqu'à 11, & qui paroissoit comme si un grand incendie eut éclairé ces nuages, a plutôt quelque conformité à celui qui parut en Angleterre au mois de Mars qu'à nôtre dernier, qui ne se voyoit jamais mieux que lorsqu'il n'y avoit point des nuages aux environs où il paroissoit.

Toutes les apparitions de cette Lumière observée par Gassendi ont été suivies, ainsi qu'il le temoigne par de jours doux & sereins. M. Roëmer après avoir donné les Observations qu'il fit en 1707 de deux Lumières Septentrionales; ajoute que ces phénomènes sont plutôt une marque de l'état présent de l'air que de ce qui doit les suivre, & qu'il n'arrive pas toujours, comme quelques-uns croient, qu'en Été ce phénomène soit suivi par un beau temps, & en Hiver par le froid. M. Kirchius dans l'Observation qu'il fit à Berlin le 6 Mars 1707, dit que cette apparition fut accompagnée de beau temps, & qu'il dégeloit pendant le jour.

Les relations d'Angleterre qui rapportent l'Observation du phénomène du 17 Mars 1716, remarquent en même temps que ce jour-là l'air fut doux & même chaud; c'est aussi ce qui arriva le 11 le 12 & 13 d'Avril, auxquels jours nous observâmes en 1716 la Lumière Septentrionale. De même l'air a été fort doux durant les dernières apparitions de nôtre Lumière du 15 & 16 Decembre, & en Janvier dans les jours qu'elle étoit visible, contre l'ordinaire de la saison.

Il paroît donc par les Observations que nous venons de rapporter, que l'apparition de ces Lumières a été accompagnée d'un air doux & temperé, même en Hiver & en de climats froids, ce qui donne lieu de croire que ces Lumières ont été causées par des exhalaisons subtiles & sulphureuses, qui s'étant élevées de la Terre & allumées dans l'air, ont contribué à le rendre doux ; car il n'y a pas lieu de douter que l'état de l'air dans la même saison ne soit diversifié par les différentes exhalaisons, & que celles qui s'allument dans l'air peuvent le temperer, lors même qu'il est moins échauffé par les rayons du Soleil.

On peut encore remarquer que les années dans lesquelles on a observé ces derniers phenomenes les pluies n'ont pas été bien abondantes dans ce climat, car en 1706, qui fut l'année qui précéda l'apparition de la lumière observée à Copenague & à Berlin au commencement de Mars 1707, suivant les remarques de M. de la Hire, il ne tomba que 15 pouces & demi de pluie, & les deux premiers mois de 1707 il n'en tomba qu'un pouce, ce qui est une marque de sécheresse, & durant 1716, que la Lumière a été observée trois fois en Angleterre & deux à Paris, il n'est tombé que 14 pouces de pluie, ce qui est encore une marque de grande sécheresse.

On ne sçait point s'il est arrivé la même chose au temps des Observations de Gassendi, parce qu'on n'a pas en même temps mesuré la pluie qu'il a tombé.

Il se pourroit bien faire que ces Lumières ne soient visibles que dans le temps de sécheresse, & qu'elles en soient plutôt la suite que les indices. Car dans une année sèche les exhalaisons doivent être en plus grande abondance & moins mêlées d'humidité, & par-là être plus faciles à s'enflammer, & à produire ces apparences de Lumière que nous venons de rapporter.

Ces circonstances des temps qui ont accompagné ces meteores peuvent être de quelque utilité dans la recherche de leur origine, elles serviront aussi à nous rendre at-



DES SCIENCES 31  
sentis à ces sortes d'Observations, lorsque dans la suite  
pareilles circonstances arriveront.

---

PREMIER MEMOIRE  
SUR LE NITRE

Par M. LEMERY.

CE n'est point du Nitre des Anciens dont il s'agit 12 Juin  
1717  
dans ce Memoire, le peu de connoissance qu'il me  
paroît qu'on en a ne me permet pas de décider si ce Ni-  
tre n'est autre chose que le nôtre, ou s'il en est différent.

A l'égard de celui dont nous avons à parler, pour en  
avoir une idée nette & précise, & pour éviter toute con-  
testation sur ce qu'on doit entendre par le mot de *Nitre*,  
nous remarquerons d'abord, & si l'on en doutoit, on verra  
clairement par la suite qu'il y a un grand nombre de corps  
qui contiennent un acide particulier, tel que celui du Sul-  
pêtre, & par consequent différent par la nature & par ses  
effets de tous les autres acides que nous connoissons; de  
ceux, par exemple, de l'Alun, du Vitriol, du Soufre & du  
Sel commun. 2<sup>o</sup>. Que cet acide est le veritable principe  
nitreux, ou le veritable Nitre principe; mais comme ce  
n'est que par le secours de l'art, c'est-à-dire, par la distilla-  
tion que cet acide se trouve libre & développé jusqu'à un  
certain point, & que dans son état naturel il habite dans  
plusieurs sortes de matieres terreuses, salines, sulphureuses  
qui lui servent de base ou de matrice, il forme par-là diffé-  
rentes especes de corps nitreux qui se ressemblent tous  
par leur acide, & qui ne différent les uns des autres que  
par la nature des matieres qui enveloppent l'acide.

Parmi ces corps nitreux il y en a qui quoi-que assez  
considérablement chargés d'acide, n'ont cependant pas

une forme saline, ce qui peut venir de différentes causes, & entre autres de la nature particulière des matieres qui servent de base ou d'enveloppe à l'acide ; les corps huileux, par exemple, ne font guere avec un acide qu'une espece de matiere gommeuse ; ou de ce que les matieres les plus propres à prendre en pareil cas une forme saline, se trouvent mêlées avec d'autres matieres qui les empêchent de paroître sous cette forme. Quoi qu'il en soit, ces composés seront simplement appelés *matieres nitreuses*, pour les distinguer de ceux qui ont véritablement une forme de Sel concret, & auxquels par rapport à cette circonstance nous donnerons le nom de *Nitre*, tel est le Salpêtre, qui étant de tous les sels nitreux celui qu'on connoît davantage, s'est en quelque sorte approprié le nom de Nitre, de maniere que par ce mot on n'entend ordinairement autre chose que le Salpêtre : cependant ce sel n'est à proprement parler qu'une espece particulière de Nitre, & par la même raison que le mot generique de Nitre convient au Salpêtre qui en est une espece, il convient aussi à d'autres sels qui en sont d'autres especes, ce qu'il est aisé de faire sentir par l'examen de la composition de quelques-uns de ces sels.

On sçait, par exemple, que le Salpêtre contient une très grande quantité d'acides, engagés suivant quelques-uns dans un sel fixe alkali, & suivant quelques-autres dans une simple terre. Ce qui donne lieu au premier sentiment, c'est qu'en versant de l'esprit de Nitre sur du sel de Tartre, il en résulte de veritable Salpêtre, & ce qui donne lieu au second, c'est que dans la distillation ordinaire de l'esprit de Nitre faite avec la terre grasse, quand tous les acides nitreux sont montés, on n'apperçoit & il ne reste dans la cornuë qu'une matiere terreuse, qui ne m'a jamais donné d'indice de sel fixe alkali.

Nous ne nous amuserons point presentement à accorder ensemble ces deux opinions, qui, quoi-que différentes en apparence, ne le sont pas si fort en effet ; il nous suffit de  
de

de savoir pour ce que nous avons à prouver, que ce qui arrête & enveloppe les acides du Salpêtre, & ce qui les oblige par-là de paroître sous une forme solide, qui est celle des sels concrets, c'est une matiere fixe & alkaline soit saline soit purement terreuse: mais ce n'est point cette matiere qui fait que le Salpêtre est appelé Nitre, puisqu'étant considérée indépendamment de tout acide, elle n'est pas plus la matrice du Nitre que de tout autre sel concret.

Et en effet si au lieu de verser un acide nitreux sur un sel alkali, on y verse ou de l'esprit de sel, ou quelque acide vitriolique, il n'en resultera point de Nitre, mais ou un sel commun, ou un sel vitriolique; & comme c'est l'acide particulier engagé dans la même matrice, qui fait que chacun de ces sels nouvellement formés ne sont point du Nitre, mais ou du sel commun, ou un sel vitriolique, de même aussi ce qui fait que le Salpêtre est du Nitre & non pas du sel commun, ou tout autre sel qui auroit la même matrice, c'est son acide qui est la véritable partie nitreuse, & celle d'où naissent les propriétés essentielles qui distinguent le Salpêtre d'un autre sel dont la matrice seroit la même. Ces propriétés sont, comme l'on sçait, de produire un sentiment de fraîcheur sur la langue, de fuser étant mis sur les charbons ardents, & d'exciter & hâter si fort l'inflammabilité des matieres huileuses avec lesquelles il se trouve mêlé sur le feu, que dans l'instant même le mélange jette une grosse flamme, & produit une détonation considérable. On a fait voir dans un Memoire donné en 1713 que ces effets particuliers au Salpêtre étoient dûs 1°. à la facilité qu'a son acide de se débarrasser de sa matrice, & d'être emporté en l'air, sur-tout quand il est mêlé avec une matiere huileuse, 2°. à ce que cet acide a en même temps la force & la propriété de penetrer les matieres huileuses, & de les enflammer même sans le secours du feu.

Si donc le Salpêtre n'est véritablement Nitre que par  
*Mem. 1717.* E

son acide, & si la matrice de ce sel ne sert qu'à arrêter cet acide, on conçoit facilement que quand ce même acide se trouvera arrêté par toute autre matrice avec laquelle il paroîtra aussi sous la forme d'un sel concret salé, ce nouveau composé aura le même droit de porter le nom de Nitre que le Salpêtre. Par exemple, si au lieu de verser de l'esprit de Nitre sur un sel fixe alkali, ce qui produiroit du Salpêtre, on verse cet esprit sur un sel volatil alkali, il en resultera de même un sel concret, qui ne différera en rien du Salpêtre par son acide, & qui par-là fera aussi du Nitre. Mais comme la base de l'un est un Salpêtre, & la base de l'autre un sel volatile, ce seront deux especes de Nitre qui tireront leur difference de la diversité de leur matrice, & pour les designer par des noms qui fassent sentir ce qu'elles ont entre elles de commun en qualité de Nitre, & de particulier par leur matrice, nous entendrons par le mot de Salpêtre, le Nitre qui a pour base une matiere fixe & telle que nous l'avons déjà marquée, & nous donnerons le nom de sel ammoniac nitreux au Nitre dont la matrice est un sel volatile.

Nous ne parlerons point ici des differents engagements dont l'acide nitreux est susceptible avec plusieurs sortes de métaux, & de matieres terreuses & metalliques; ce qui produit encore d'autres especes de Nitre, dont les unes different beaucoup du Salpêtre, & encore davantage du sel ammoniac nitreux, & dont les autres ont à la verité quelque rapport avec le Salpêtre, mais elles ne lui ressemblient pas assez pour pouvoir être confonduës avec ce sel. Toutes ces especes dernieres de Nitre sont plutôt l'ouvrage de l'Art que de la Nature, puisqu'elles ne se trouvent guere que dans nos Laboratoires où elles ont pris naissance par le mélange qui y a été fait de l'acide nitreux avec les matieres dont il a été parlé. Il n'en est pas de même du Salpêtre & du sel ammoniac nitreux, qui se trouvent communément dans le sein de la nature où ils ont été formés, & qui par-là doivent être regardés comme de veritables

especes de Nitre naturel. On peut même dire avec toute la vrai-semblance possible, que presque tout le Nitre de l'univers est ou Salpêtre ou sel ammoniac nitreux, & que chacune de ces deux especes de Nitre quitte souvent sa forme particuliere pour prendre celle de l'autre, comme nous le prouverons manifestement en son lieu.

Quoi-qu'il y ait un grand nombre de corps dont on pourroit tirer de très excellent Salpêtre, cependant les matériaux avec lesquels on a apparemment jusques ici le mieux trouvé son compte, & dont on se sert communément dans les Manufactures de Salpêtre, ce sont les terres & les plâtras des vieilles masures, des vieux bâtimens, des cimetières, des écuries, des étables, des colombiers; on sçait que ces matériaux ne donnent de Salpêtre qu'autant qu'ils ont été mêlés avec d'autres corps, & traités d'une certaine façon: & c'est en considerant avec attention toute la suite du procédé dont on a coutume de se servir, & ce qui resulte de ce procédé, qu'il m'est venu quelques doutes physiques qui m'ont paru assez curieux pour meriter un éclaircissement particulier. Pour lever ces doutes, & pour acquérir un certain degré de connoissance sur toute la matiere du Nitre, j'ai fait beaucoup d'experiences qui feront la principale partie des Memoires que j'ai à donner sur ce sujet; mais avant que de faire nos reflexions sur la maniere dont on retire la portion nitreuse contenuë dans les terres & les plâtras, sur la forme sous laquelle l'acide de cette portion nitreuse y reside, sur la nature de la matrice qui y enveloppe l'acide nitreux, sur l'alteration ou l'engagement nouveau qui lui survient par le procédé ordinaire du Salpêtre, & enfin sur toutes les circonstances particulieres de ce travail, il est à propos & pour suivre un certain ordre & même pour une plus grande intelligence de ce que j'ai à dire dans la suite, d'examiner d'abord comment & par quelle mécanique la portion nitreuse qu'on trouve dans les terres & les plâtras s'y est allé loger, & quelle est la source veritable d'où cette matiere leur a été apportée.

Comme la plupart de ceux qui ont parlé du Salpêtre n'ont pas marqué de traiter le sujet dont il s'agit ; il n'est pas possible que ce que j'ai à en dire ne se rapporte pas quelquefois, & en certaines circonstances à ce qui en a déjà été dit : aussi ce que je me propose particulièrement dans ce Mémoire, c'est de répandre un nouveau jour sur la matière en question, non seulement en détruisant certains préjugés assez généralement reçus sur la source d'où les terres & les platras puisent leur matière nitreuse, mais encore en indiquant l'opinion la plus sensée sur ce sujet ; & en fortifiant cette opinion de plusieurs preuves & expériences nouvelles dont on trouvera peut-être qu'elle avoit un besoin indispensable pour pouvoir être adoptée préféablement à toute autre.

Les matières terreuses & pierreuses étant celles qui fournissent le Salpêtre ordinaire, on pourroit peut-être s'imaginer que ce sel seroit le sel propre de ces matières, & qu'il ne leur viendroit point d'ailleurs, ce qui s'accorderoit assez avec le mot de Salpêtre qui vient de *sal* & de *petra*, quasi *sal petrae*, sel de pierre. Mais quand on examine toutes ces matières avant qu'elles aient eu occasion de tirer leur Nitre, des sources étrangères qui le contiennent réellement, comme nous l'allons prouver incessamment, on n'y en découvre point : de plus elles peuvent éternellement & se charger de Nitre & en être ensuite dépouillées, ce qui n'arriveroit point, si ce sel étoit le sel propre de ces terres ; car elles en seroient bientôt épuisées, du moins en ce cas elles ne seroient pas capables, comme elles le sont, d'en donner à la suite du temps au de-là de leur propre poids, en le conservant neantmoins toujours : ce qu'il y a donc seulement à remarquer dans ces terres, c'est qu'elles sont fort poreuses & alkalines, & plus elles le sont, mieux elles absorbent la matière nitreuse qui leur vient de dehors, & plus elles en font provision : les terres sablonneuses, par exemple, n'étant composées que de grains vitrifiés, & dont les pores sont très serrés, elles sont

par-là incapables de donner une entrée libre à la matiere nitreuse, & de l'arrêter: l'experience nous prouve encore que les terres argilleuses ne peuvent guere s'en charger, & cela, 1<sup>o</sup>. parce que leurs pores se trouvant déjà remplis d'une substance grasse & vitriolique, ils sont peu en état d'admettre une nouvelle matiere; 2<sup>o</sup>. parce que ces terres étant exterieurement fort grasses, la liqueur nitreuse coule dessus sans pouvoir penetrer au dedans, & par consequent sans y déposer le Nitre qu'elle porte avec elle.

La Chaux au contraire qui est très poreuse, & dont le feu de la calcination qu'elle a souffert, a chassé la plus grande quantité des matieres contenues dans ses pores, la Chaux, dis-je, & par la multitude de ses pores, & parce que ces pores se trouvent vuides, est plus susceptible de la matiere nitreuse que la plupart des autres corps terreux; ce que nous prouverons par plusieurs experiences qui seront rapportées en leur lieu, & ce qu'il est toujours facile de reconnoître, parce que les murs où il est entré beaucoup de Chaux sont ceux qui amassent le plus de Nitre, & dont on retire aussi une plus grande quantité de Salpêtre, toutes choses d'ailleurs étant égales. C'est par la même raison que plusieurs pierres sont excellentes pour le même effet; telles sont, à ce qu'on dit, certaines pierres de Tuse qu'on trouve en Touraine, & d'autres qu'on tire de certaines Carrieres proche Saumur. Enfin toutes ces matieres alkalines doivent être regardées comme des especes d'éponge de matiere nitreuse, ou si l'on veut, comme autant d'amas de petites cellules, où non seulement la matiere nitreuse s'engage & est retenue, mais encore où cette matiere reçoit une préparation particulière dont nous ferons voir clairement la verité & la nécessité, après avoir établi la source de la matiere nitreuse, & la maniere dont les terres & les pierres en font acquisition. L'opinion la plus commune sur ce sujet, c'est que l'air est le grand magazin du Nitre, & que c'est de-là que les terres & les plâtres tirent celui dont on les trouve chargés: on ne dit pour-

tant point trop sous quelle forme ce Nitre se soutient dans l'air ; & Mayou, Auteur Anglois & grand deffenseur du Nitre aérien, voulant éclaircir cette difficulté, suppose l'air impregné par tout d'une espece de Nitre metaphisique qui ne merite pas trop d'être refuté, quoi-qu'il l'ait cependant été suffisamment par Barchusens & par Schelhamere. Le fondement de l'opinion du Nitre aérien, c'est, comme le rapporte Mayou lui-même, qu'après avoir enlevé à une terre tout le Nitre qu'elle contenoit, si on l'expose ensuite à l'air pendant un certain temps, elle en reprend de nouveau : il est vrai que si l'observation étoit parfaitement telle qu'elle vient d'être rapportée, on auroit une plus grande raison qu'on n'en a de supposer dans l'air une très grande quantité de Nitre, & de mettre sur le compte de ce Nitre aérien un grand nombre d'effets auxquels il n'a certainement aucune part.

Mais sans examiner ici si la Miniere de ce prétendu Nitre est l'air, si c'est là le lieu de sa naissance, & où il reçoit sa premiere forme saline, ce qui paroîtroit assés extraordinaire, d'autant que c'est dans l'interieur des corps terrestres que se forment tous les autres sels ; ou si au contraire tout le Nitre qui pourroit être dans l'air, ne s'y trouveroit point en consequence des exhalaisons salines qui s'élevent des corps terrestres : auquel cas l'air ne seroit pas la premiere source nitreuse, mais seulement le vehicule du Nitre qu'il auroit puisé dans les corps terrestres comme l'eau de la Mer est le vehicule du sel gemme qu'elle a puisé dans les Mines de ce sel. Et il resteroit toujours à sçavoir qui sont ces corps, d'où l'air emprunte son Nitre, & qui en doivent être réputés la premiere & la veritable source ; & supposé qu'il fut vrai que les terres dépouillées de Nitre en regagnassent ensuite de nouveau par le secours seul de l'air, ce fluide ne seroit alors que rendre aux corps terrestres ce qu'il en auroit reçu en premier lieu.

Sans entrer, dis-je, dans toutes ces discussions. Sous quelle forme imagine-t-on que le Nitre de l'air puisse y



être contenu dans toute la quantité requise pour produire les effets considérables qu'on lui attribue ! est-ce sous la forme de notre Salpêtre ! mais la pesanteur de ce sel ne lui permettroit pas de s'élever bien haut & de se soutenir long-temps en l'air. Ne seroit-ce point plutôt sous la forme de notre esprit de Nitre ! mais en ce cas il ne feroit pas bon respirer, & la quantité d'acides qui entreroit perpétuellement dans les poumons, y causeroit tout au moins une toux continuelle. Ce seroit donc sous la forme d'un sel ammoniac, qui étant fort volatile, se soutiendrait à la vérité plus aisément en l'air que toutes les autres espèces de Nitre, mais s'il y étoit fort abondant, la respiration en souffriroit toujours beaucoup, ce que nous n'apercevons point. Enfin sous quelque forme qu'on l'y conçoive, car on ne peut pas nier absolument qu'il ne se puisse quelque fois élever en l'air des exhalaisons nitreuses, toujours est-il certain que si ces exhalaisons portent du Nitre dans toute la masse de ce fluide, c'est infiniment au dessous de la quantité qu'on est obligé d'y en supposer pour les effets qu'il a plu de mettre sur le compte du Nitre aérien, & que si les matières alkales n'avoient d'autre ressource que l'air pour faire leur provision de matière nitreuse, cette provision seroit terriblement longue à se faire, & peut-être même n'en verroit-on jamais la fin : pour prouver cette vérité, nous rapporterons d'abord l'expérience de M. Mariotte, qui ayant choisi l'étage le plus élevé d'une maison pour y laisser à l'air pendant deux ans une portion de terre qui auparavant avoit été exactement dénitree, n'en put retirer ensuite aucun grain de Nitre ; mais il en retira beaucoup d'une autre portion de la même terre qui avoit été placée à la cave où elle avoit partagé avec la terre même du lieu certains suc nitreux dont il sera parlé dans la suite, & qui s'écoulant, & se ramassant naturellement dans les lieux bas, ne peuvent se trouver de même dans les lieux plus élevés, si ce n'est en certaines circonstances, comme, par exemple, à l'occasion d'une cuisine qui aura

été faite à un troisième, ou à un quatrième étage : car nous ferons voir que les matieres qu'on a coutume de préparer dans ces sortes de lieux, contiennent réellement beaucoup de Nitre, & ainsi les eaux qui en découlent, & qui se trouvent chargées de ces sortes de matieres, déposent dans les terres où elles se filtrent, la portion nitreuse qu'elles ont entraînée avec elles, & ce n'est que dans ce cas ou dans un autre semblable qu'on trouve du Nitre à une certaine hauteur.

Peut-être les deffenseurs du Nitre aérien nous diront-ils, pour répondre à l'observation de M. Mariotte, que le Nitre de l'air ne s'engage dans les matieres terreuses qu'à la faveur d'une humidité aqueuse, & que cette humidité ne se trouvant pas dans un lieu haut comme dans un lieu bas, il n'est pas étonnant que la terre placée au haut de la maison, n'ait point amassé de Nitre, & que celle de la cave y en ait fait provision.

Mais cette réponse est un véritable faux-fuyant, car 1°. s'il y avoit une aussi grande quantité de Nitre dans toute l'étendue de l'air qu'on voudroit nous le faire croire, il seroit aisé de prouver par des expériences sensibles qu'une matiere poreuse & alkaline exposée au courant de ce Nitre, en devroit toujours amasser beaucoup malgré toute la sécheresse imaginable. En second lieu, il est faux qu'à un troisième ou quatrième étage la sécheresse de l'air soit assez grande pour empêcher par là l'engagement du Nitre aérien dans une matiere poreuse, supposé que ce Nitre y fut : & en effet qu'à une pareille hauteur, on expose du sel de Tartre, les humidités de l'air s'y manifesteront si bien, en s'attachant au corps poreux, qu'en peu de temps ce corps sera tout-à-fait humide, & il le sera encore bien davantage & plus promptement en certaines dispositions de l'air; cependant ce sel, tout humide qu'il sera devenu, n'aura point acquis de Nitre, & ne sera point devenu Salpêtre, preuve évidente que ce n'est ni l'air ni les humidités qui s'y trouvent naturellement répandues qui portent

tent le Nitre dans les matieres alkalines où on le trouve amassé, & que la terre que M. Marioite avoit placée à la cave, n'auroit jamais acquis de Nitre, si par la communication immediate qu'elle avoit eüe avec la terre même du lieu, elle n'eut pas été penetrée des mêmes suc's nitreux qui s'y filtrent & s'y ramassent continuellement.

Cependant il se pourroit faire que dans un lieu bas & extraordinairement humide par la quantité des suc's nitreux qui y aborderoient, une partie des humidités du lieu s'élevât en forme de rosée dans l'air même de ce lieu, & rencontrant une matiere alkaline qui s'y trouveroit en quelque sorte isolée, c'est-à-dire, qui ne communiqueroit immédiatement ni avec la muraille ni avec le sel du lieu, fourniroit à cette matiere une assés grande quantité de Nitre, pour que l'acquisition nitreuse devint sensible après un certain temps; ce qui pourroit donner lieu de conclure aux deffenseurs du Nitre aérien qu'il y a réellement beaucoup de Nitre dans l'air, & que c'est de-là que les terres & les pierres ont emprunté celui qu'on en retire; mais cette conclusion seroit très mal tirée, car 1°. de ce que l'air contenu en certains lieux, peut être quelquefois chargé d'une assés grande quantité de Nitre, ce que nous n'avancions pourtant pas pour l'avoir reconnu par nôtre propre experience, mais parce que la chose ne nous paroît pas impossible, il ne s'ensuit pas que la masse de l'air en general soit dans le même cas, & il y auroit d'autant moins de raison de le prétendre que l'air en toute autre circonstance ne donne aucun indice de Nitre.

2°. Le Nitre dont il s'agit dans le cas particulier qui vient d'être rapporté, n'est pas, à proprement parler, le Nitre de l'air, mais du lieu où l'air est contenu, puisque ce n'est pas l'air qui apporte dans le lieu celui qu'on y trouve, & que c'est au contraire le lieu qui communique à l'air celui qu'il contient; & ce qui prouve que le Nitre du lieu & generalement de tous les endroits qui en amassent ne vient point de l'air qui s'y engage continuelle-

*Mem. 1717.*

. F

## 42. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ment, c'est que si cela étoit, l'air de dehors qui ne s'y engage point encore, ou qui ne doit pas même s'y engager, devrait contenir aussi beaucoup de Nitre, car on ne voit pas pourquoi celui qui parcourt actuellement les endroits nitreux, seroit plutôt chargé de Nitre que celui qui est à portée de s'y insinuer, ou qui en est plus éloigné. Par conséquent, en présentant une matiere alkaline à cet air de dehors, il devrait après un certain temps y laisser des marques sensibles du Nitre abondant dont il seroit chargé, ce qu'il ne fait pourtant pas, & ce qu'il ne manqueroit pas de faire, s'il en contenoit veritablement, & si le système du Nitre aérien avoit lieu. Car il est bon de remarquer que ce système ne permet pas de croire que l'air ne contienne du Nitre qu'en quelques endroits, & seulement encore par rapport à de certaines circonstances : à la verité, si ce système ne s'étendoit que jusques-là, il n'y auroit point de dispute sur son compte ; mais ce qui le fait contredire, c'est que ses partisans veulent qu'il y ait réellement du Nitre dans toute la masse de l'air, & que celui qui se trouve naturellement dans une infinité de matieres terreuses, a auparavant habité dans l'air, & y a été déposé par ce fluide ; & nous prétendons au contraire que ces matieres reçoivent immédiatement leur Nitre d'une source ou d'une liqueur particuliere qui s'y filtre & qui y laisse le Nitre qu'elle y a apporté, qu'enfin s'il est vrai que l'air soit quelquefois chargé de Nitre, ce n'est que dans des cas fort rares, où on a vû qu'il n'a point encore la fonction que lui donne le système du Nitre aérien, puisque bien loin de porter alors le Nitre dans le lieu nitreux suivant l'intention du système, il y reçoit au contraire celui du lieu même sans lequel il n'en auroit point.

Quoi-que ce qui a été dit pût suffire pour rejeter le système du Nitre aérien, & pour adopter celui qui a été indiqué ; cependant pour me confirmer davantage dans le sentiment où je suis, & pour un plus grand éclaircissement de la matiere, voici quelques experiences que j'ai faites avec un grand soin.

J'ai mis dans trois plats de terre trois sortes de matieres alkalines, ſçavoir de la Chaux, du ſel de Tartre, & de la terre qui avoit été exactement dépouillée de ſon Nitre ; j'ai placé ces trois plats ſur trois eſcabelles dans une eſpece de rés de chauffé où le Soleil ne donnoit point, où l'air entroit librement de pluſieurs côtés, qui étoit tel qu'il le falloit pour y faire une récolte de Nitre, puisſque les murailles & la terre du lieu étoient garnies d'une grande quantité de Salpêtre, & enfin qui quoi-que humide ne l'étoit point affés pour y redouter des évaporations nitreuses & abondantes, qui atteignant nos trois matieres & les penetrant, n'auroient ſervi qu'à laiſſer encore des doutes & des ſcrupules ſur le Nitre aérien, dont le ſiſtème eſt une eſpece de préjugé qu'on adopte volontiers & dont on ſe défait difficilement. Ces trois matieres après avoir demeuré, pendant deux ans & plus, expoſées à l'air pur & ſimple, c'eſt-à-dire, ſans avoir eu aucune communication avec la terre du lieu, & avec les ſucs nitreux dont elle étoit abreuvée ; ces matieres, diſ-je, ne m'ont donné après ce temps ni Nitre ni indice de Nitre, mais elles m'en ont donné beaucoup & en affés peu de temps, après avoir été imprégnées de matieres animales, dans toutes lesſquelles j'ai découvert qu'il y avoit réellement une grande quantité de Nitre, comme nous le remarquerons plus amplement dans la ſuite.

Cette experience ſ'accorde parfaitement avec une obſervation très commune rapportée par differents Auteurs. C'eſt qu'entre pluſieurs terres également expoſées à l'air, & également propres à ſe charger de Nitre, les unes n'en amañſſent point ou preſque point, & les autres ne le font qu'à proportion des urines & des excrements d'animaux dont elles ont été penetrées. C'eſt pour cela 1°. que dans les Manufactures de Salpêtre on choiſit par préférence les terres & les platras des écuries, des étables, des colombiers. 2°. Que de certains ouvriers très experimentés aſſurent qu'il n'y a point de lieu qui rende aſſi abondamment

du Salpêtre que la terre des cimetières, comme il est marqué dans l'Histoire de la Société de Londres. 3°. Que ceux qui étoient chargés en Angleterre par Lettres Patentes de faire le Salpêtre achetoient les terres autour de Londres sur lesquelles on avoit coutume de jeter les immondices des fosses de la Ville, suivant le rapport de Samuel Dale dans sa Pharmacologie.

Enfin c'est encore par la même raison que si après avoir parfaitement dépouillé les terres de leur Nitre, on se contentoit simplement de les exposer à l'air, on seroit longtemps à attendre après la recolte nitreuse, aussi a-t-on coutume à l'Arsenal de Paris, pour mettre ces terres en état de fournir plutôt de nouveau Salpêtre, de mettre successivement une couche de terre neuve sur une de terre vieille ; & par-là le surabondant de matiere nitreuse contenue dans la terre neuve, & qui faute d'espace ne s'y feroit qu'imparfaitement développé, & au lieu de se rendre ensuite à l'artiste sous une forme de Salpêtre, ne s'y feroit rendu que sous celle d'une écume, ce surabondant, dis-je, passant dans la terre vieille, y trouve tout l'espace requis pour la préparation qui lui convient. Mais on ne se contente pas encore de cet expedient pour enrichir de nouveau les terres qui ont été dénitrées, on jette sur les différentes couches dont il a été parlé, les écumes de la premiere cuite du Salpêtre, qui contiennent elles-mêmes beaucoup de Nitre enveloppé encore dans une grande quantité de matiere grasse, comme l'experience le prouve manifestement, & ce Nitre, en rentrant dans la terre dont on l'avoit fait sortir avant que d'avoir été suffisamment préparé, se retrouve par-là en situation de recevoir tout le développement dont il a besoin pour paroître ensuite sous une forme de Salpêtre, & non plus comme auparavant sous celle d'une écume. Enfin si l'on veut qu'une terre regagne en peu de temps le Nitre qu'on lui avoit enlevé, il n'y a, suivant l'Histoire de la Société Royale, qu'à mêler avec cette terre bien séchée, quantité de fiente

de Pigeon & de Cheval, & la détrempier avec de l'urine.

On voit par tout ce qui vient d'être rapporté, que le peu de Nitre qu'on pourroit imaginer dans l'air, & qu'on veut bien y supposer sans preuve, ne peut être d'un grand secours pour les matieres alkalines exposées à ce fluide, & que le Nitre qu'elles amassent, & qu'on en retire ensuite, vient immédiatement d'une source plus réelle & plus abondante; qu'enfin si l'air est absolument nécessaire aux terres qui ont à se charger de Nitre, ce n'est pas par celui qu'il leur communique, mais parce qu'il contribuë indispensablement à la préparation de leur matiere nitreuse.

Et en effet, il ne faut pas croire que dès qu'un suc animal, de l'urine par exemple, a déposé dans des cellules terreuses ou pierreuses, la portion nitreuse dont elle étoit chargée, & en a rempli ces cellules, il n'y ait plus qu'à l'en retirer au plus vite par les moyens connus : car l'expérience m'a fait connoître que tout le Nitre contenu dans les matieres animales, y est si fort engagé dans des matieres grasses, qu'on a toutes les peines du monde à l'en dégager; & par conséquent lorsque cette portion nitreuse est encore nouvellement arrivée dans les cellules terreuses, comme elle n'a pas eu le temps de s'y débarrasser jusqu'à un certain point des parties grasses & sulphureuses dont elle est naturellement enveloppée, & comme elle est telle alors ou à peu-près qu'elle étoit dans l'animal, si on se pressoit de la faire sortir de ses loges terreuses, ce ne seroit pas, à proprement parler, du Nitre ou du Salpêtre qu'on retireroit, mais une substance grasse & mucilagineuse, qui par la quantité de ses parties huileuses, nageroit au dessus du liquide en forme d'écume, & qui ne seroit bonne qu'à être jettée sur des terres dépouillées de leur Nitre, & auxquelles on en voudroit rendre.

C'est par cette raison que les terres & les plâtras tirés des vieilles mazures, des vieux bâtimens anciennement habités abandonnés depuis long-temps fournissent un Salpêtre bien meilleur, bien mieux conditionné & plus abon-

dant que les materiaux qu'on retire des lieux nouvellement abreuvés par les excrements des animaux , & dans lesquels la matiere nitreuse qui s'y loge continuellement n'a pas encore eu le temps d'acquiescer le point de digestion & de maturité dont il a été parlé.

C'est encore par la même raison que pour avoir un Salpêtre aussi bon qu'il puisse être , & qui détonne avec une très grande promptitude, il ne faut pas mettre en œuvre les terres nitreuses dès qu'elles ont été apportées du lieu d'où on les a retiré. Il faut au contraire les placer & les étendre dans un endroit qui soit à l'abri des rayons du Soleil , & où l'air extérieur passe & repasse avec facilité ; & quand elles sont bien séchées , & que leur matiere nitreuse a eu tout le temps requis pour son entière préparation, c'est alors que l'on employe ces terres avec succès.

Plus d'une cause concourt à la préparation & au développement de cette matiere nitreuse, 1<sup>o</sup>. la terre même qui la contient , car comme certaines opérations ne se font bien que dans certains vaisseaux, de même aussi la matiere nitreuse ne se prépare & ne se développe comme il faut qu'autant qu'elle a fait un séjour suffisant dans les cellules de quelque matiere terreuse & alkaline. Voici ce qui m'a donné lieu de découvrir cette vérité.

Un grand nombre d'observations ne laissant aucun lieu de douter que les terres dont on a coutume de se servir pour la fabrique ordinaire du Salpêtre, ne sont devenues nitreuses que parce qu'elles ont été pénétrées par des matieres animales ; c'est-là ce qui me fit imaginer en premier lieu que toutes les matieres animales pourroient bien contenir réellement beaucoup de Nitre : ce qui ne s'accorde pourtant guere avec l'opinion commune qui prive d'acides ces matieres ; or si elles n'en ont point , elles n'ont point aussi de Nitre, puisque l'acide fait la principale partie de ce sel. C'est apparemment là ce qui fait que quoique certains Auteurs reconnoissent qu'un grand nombre de terres ne deviennent nitreuses que par le mélange des



matieres animales ; ils ne laissent pas de chercher ailleurs que dans ces matieres , l'acide dont ils forment le Nitre qu'on trouve dans les terres dont on vient de parler.

Mais on sçait que les animaux se nourrissent d'aliments chargés de beaucoup d'acides, & si ces acides ne se manifestent pas à la moindre épreuve des matieres animales, il ne s'ensuit pas de-là que ces acides n'y sont point , mais qu'ils y ont contracté des engagements que des simples analises ou des analises mal entendues ne sont pas capables de rompre ; & ce qui prouve cette verité , c'est que M. Homberg a veritablement bien sçu trouver le secret de retirer du sang & d'autres parties animales une grande quantité d'acides ; par conséquent j'ai pû conjecturer sans scrupule qu'il y avoit réellement une grande quantité de Nitre dans les matieres animales , & ç'a été pour m'en convaincre que j'ai fait d'abord quelques tentatives qui ne m'ont pas réussi faute d'un intermede terreux convenable ; mais considerant ensuite que toutes les matieres animales contiennent beaucoup d'huile , & qu'il se pourroit bien faire que le Nitre de ces matieres y fut tellement enveloppé par des parties grasses & onctueuses, qu'il ne put paroître en cet état sous une forme saline , je cherchai le moyen de dégraisser suffisamment le Nitre en question ; & comme dans la préparation & le raffinage du Sucre, qui est un sel essentiel naturellement uni à une grande quantité de parties huileuses , il s'agit aussi de dégraisser ce sel jusqu'à un certain point, pour lui donner par-là une forme solide & cristalline, & qu'entre autres moyens dont on se sert pour cela , un des principaux c'est le mélange de la Chaux qui est une matiere alkaline ; j'employai dans la même vûë plusieurs sortes de matieres terreuses, avec lesquelles un grand nombre de differentes matieres animales m'ont toujours donné de très excellent Salpêtre par un procedé dans toute la suite duquel je n'entrerai point aujourd'hui, non plus que dans tout ce que j'ai observé de particulier sur differentes matieres animales, d'autant que

ce détail nous meneroit trop loin, & qu'il appartient naturellement à un autre Memoire, dans lequel nous avons à examiner & la manœuvre communément usitée pour la fabrique ordinaire du Salpêtre & les differents moyens ou procedés dont on doit se servir suivant la nature particuliere des matieres nitreuses sur lesquelles on a à travailler, & qui ne sont pas toujours animales, puisque les vegetaux nous donnent aussi d'excellent Salpêtre, sur lequel nous ferons nos reflexions dans le prochain Memoire; en attendant cet examen nous pouvons toujours assurer d'avance, & on verra clairement en son lieu, que la comparaison de tous les procedés dont il s'agit, fournit une espece de démonstration, que quand une terre nitreuse ne donne du Salpêtre qu'après avoir été mêlée avec des cendres; ce sont veritablement des matieres animales qui ont communiqué à cette terre le Nitre ou la plus grande partie du Nitre qu'elle contient, & qui tel qu'il est ne peut lui être venu d'aucune autre part, & par consequent les materiaux nitreux qu'on employe communément dans nos Manufactures de Salpêtre, ayant un besoin indispensable d'un pareil mélange, se trouvent dans le même cas, c'est-à-dire, qu'ils ont aussi tiré leur Nitre de la même source.

Pour ce qui regarde presentement la maniere dont les cellules terreuses contribuent à la préparation de la matiere nitreuse qu'elles contiennent, voici ce que je pense sur ce sujet. 1°. Cette matiere n'étant composée que de parties volatiles, & étant elle-même très disposée à s'exhaler, comme il sera prouvé incessamment, si elle n'étoit retenuë dans des especes de petites prisons, elle pourroit bien s'échapper dès qu'elle commenceroit à fermenter, & par-là outre que sa préparation ne s'acheveroit point, la matiere seroit encore perduë pour l'artiste. 2°. Cette matiere en se filtrant au travers de ces cellules, & y circulant en quelque sorte, s'y dépoüille toujours de quelques parties grasses & huileuses qui s'arrêtent & restent aux parois

rois des cellules; enfin cette matiere distribuée en chaque cellule, s'y trouve comme divisée en une infinité de petites portions, qui ayant en cet état plus de surfaces que si toutes ces portions étoient réunies, offrent aussi par-là plus de prise à l'action de l'air.

Car on sçait, & nous avons déjà remarqué que le contact de l'air est aussi essentiellement necessaire à la préparation de cette matiere que celui du Soleil y est préjudiciable: ce dernier fait promptement exhiler la substance nitreuse, qui telle qu'elle est dans les terres & dans les plâtras, c'est-à-dire, avant que d'avoir été mêlée avec les cendres, ne peut soutenir une forte chaleur, ce que j'ai reconnu en lavant des plâtras nitreux simplement avec de l'eau chaude, & faisant ensuite évaporer doucement la liqueur, il reste alors une matiere saline qui ne prend pourtant point la forme d'un sel concret & qui demeure toujours liquide ou humide; cette matiere ou du moins sa partie nitreuse n'a besoin que d'un feu assés mediocre pour se dissiper en l'air; & si on la fait distiller, elle donne facilement & en peu de temps une veritable Eau régale semblable en tout à celle qu'on a coutume de faire avec le sel ammoniac & l'esprit de Nitre. Nous parlerons plus amplement une autre fois de cette liqueur, car nous ne le faisons presentement que par anticipation & pour prouver la volatilité naturelle de la partie nitreuse des terres & des plâtras communément employés dans nos Manufactures de Salpêtre.

C'est par rapport à cette circonstance que les plâtras tirés des petites ruës où le Soleil ne peut presque point penetrer, & où par consequent il n'a pas beaucoup d'action, se trouvent bien plus riches en Nitre que ceux qui viennent des ruës plus larges, & où le Soleil donne à plomb.

A l'égard du contact de l'air, si absolument necessaire pour la préparation de la matiere nitreuse, je conçois qu'il y contribué en deux manieres. La premiere, c'est que

*Mem. 1717.*

G

comme les lieux les plus propres à faire provision de Nitre, sont ceux que les rayons du Soleil ne visitent point; ces mêmes lieux sont naturellement fort humides; d'ailleurs la matiere nitreuse ne s'insinuant dans les cellules terreuses qu'à la faveur des parties aqueuses qui lui servent de vehicule; si l'air sec & de dehors ne venoit pas continuellement balayer toutes ces humidités & en dégager la matiere nitreuse arrêtée dans les cellules, cette matiere toujours fluide & détrempée ne manqueroit pas de couler avec ces humidités, & par conséquent ne demeureroit point dans ces cellules terreuses où elle auroit été portée en premier lieu, ce qui est prouvé par l'experience suivante rapportée dans l'Histoire de la Société Royale de Londres. Si l'on verse de l'eau sur une terre propre à en tirer du Salpêtre, on ne fait qu'enfoncer le sel plus profondement en terre, c'est-à-dire, que la portion nitreuse qui residoit dans une couche supérieure de terre, se trouve entraînée par le liquide dans la couche de dessous, & par conséquent est perdue pour la couche de dessus.

L'autre effet de l'air sur la matiere nitreuse, c'est qu'à proportion des parties aqueuses qui s'en séparent & qui s'en exhalent, il s'y introduit en place des particules d'air qui ont une propriété particuliere pour faire fermenter les matieres vegetales & animales, & qui trouvant ici une matiere de même nature, ne manquent pas d'y exciter la fermentation & le développement dont elle a besoin pour paroître ensuite sous une forme saline.

Si l'on doute que l'air soit une espece de levain par rapport aux matieres vegetales & animales il n'y a qu'à considérer tous les suc des Plantes qui renfermés dans leurs cellules naturelles, ou dans une bouteille exactement bouchée, & avec un peu d'huile au dessus de la liqueur, ne fermentent point ou ne le font que lentement, mais qu'ils le font très vite dès qu'ils viennent à être frappés par l'air extérieur. On sçait encore combien l'air est préjudiciable à toutes les playes du corps, & cela, parce que ce fluide

touchant immédiatement des sucres destinés par la nature à être recouverts & à l'abri de son impression, il y introduit une fermentation qui les aigrit en peu de temps ; c'est pour cela que les Chirurgiens habiles & attentifs ne laissent leurs playes découvertes que le moins qu'ils peuvent. Voilà ce que j'avois à dire non seulement sur la source qui fournit le Nitre aux matériaux communément employés dans nos Manufactures de Salpêtre, mais encore sur la manière dont ce Nitre s'engage & se prépare ou se développe naturellement dans ces matériaux ; mais comme la source nitreuse dont il s'est agi jusqu'à présent n'est pas l'unique, & qu'il y en a réellement une autre dont un grand nombre de terres & de pierres tirent un véritable Salpêtre, nous ne manquerons pas d'en parler dans le prochain Memoire, où nous tâcherons de donner un éclaircissement entier sur les deux Especes generales de Nitre répandues en differents endroits de l'univers, c'est-à-dire, sur la nature des lieux qu'affectent naturellement chacune de ces especes, & sur la manière de distinguer la source particuliere qui a apporté telle ou telle espece de Nitre dans le lieu où on la trouve.

NON  
DUOI



# OBSERVATIONS DE L'ECLIPSE DE LUNE

*Arrivée le vingt-septième jour de Mars au matin 1717,  
à l'Observatoire Royal.*

Par M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE

10 Avril  
1717.

**L**E Ciel ayant été couvert de gros nuages qui cou-  
roient fort vite, on n'a pû faire les Observations de  
cette Eclipsé qu'avec assés de difficulté & d'incertitude;  
car à peine étoit-on en état de considérer la Lune avec  
les instruments, qu'elle disparoissoit ou tout-à-fait, ou elle  
étoit si obscurcie, qu'on ne pouvoit pas discerner exacte-  
ment les termes de l'ombre, cependant nous avons ob-  
servé ce qui suit avec le plus de justesse qu'il nous a été  
possible.

Un peu avant le commencement de l'Eclipsé nous me-  
surâmes le diametre de la Lune avec nôtre Micrometre  
universel, lequel est toujours préparé pour toutes les Eclip-  
ses tant de Soleil que de Lune, & nous le trouvâmes de  
3 2', lequel étant réduit à son diametre horizontal, devoit  
être de 3 1' 43", car la Lune étoit alors élevée sur l'hor-  
ison de 3 1° à peu-prés.

A 1<sup>h</sup> 5 1' nous apperçûmes une penombre assés forte,  
mais nous n'avons estimé le commencement de l'Eclipsé  
que 4' après. Pour la fin de l'Eclipsé l'Observation en est  
assés exacte, car alors le Ciel étoit assés clair à l'endroit où  
étoit la Lune, & plusieurs Observations de la fin sont assés  
bonnes.

# DES SCIENCES.

Commencement à . . . . .	1 <sup>h</sup>	55'	53"
1 doigt. . . . .	2	4	25
3 $\frac{1}{2}$ . . . . .		21	25
5 $\frac{1}{2}$ . . . . .		45	25
6 $\frac{1}{2}$ . . . . .		48	25
7 . . . . .	3	8	25
7 $\frac{1}{2}$ . . . . .		14	10
7 $\frac{1}{2}$ . . . . .		20	25
7 . . . . .		30	50
6 . . . . .		46	30
5 $\frac{1}{2}$ . . . . .		53	30
5 . . . . .		59	25
4 $\frac{1}{2}$ . . . . .	4	7	45
4 . . . . .		9	10
3 $\frac{1}{2}$ . . . . .		14	15
1 $\frac{1}{2}$ . . . . .		31	15
0 $\frac{1}{2}$ . . . . .		33	25
Fin de l'Eclipse à . . . . .		38	25

## Observations du passage de l'Ombre sur quelques Taches.

Archimede & Dionisius ensemble à . . . . .	4 <sup>h</sup>	2'	55"
Manilius à . . . . .		8	5
Menechäus à . . . . .		10	40

Il faut remarquer que lorsque l'ombre qui n'étoit pas bien terminée se trouvoit sur les places obscures du corps de la Lune, on ne pouvoit juger que fort imparfaitement de la quantité de l'Eclipse, ce qui est arrivé en plusieurs endroits, & ce qui étoit brouillé par des nuages legers qui s'y méloient, & qui par leur mouvement fort prompt déroboient l'attention que ces sortes d'Observations requerent.

Maintenant si l'on veut déterminer le milieu de cette Eclipe par quelques Observations correspondantes, on trouvera

# 54 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Par le commencement & par la fin qu'elle

se dû arriver à . . . . . 3<sup>h</sup> 16' 42"  $\frac{1}{2}$

Par les Observations de 3<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  . . . . . 3 . 17 . 50

Et prenant un moyen, on aura . . . . . 3 . 17 . 26

pour le temps du milieu de l'Eclipse. . . . .

Pour les autres phases elles étoient trop proches du milieu pour en tirer quelque chose de juste.

Enfin si l'on vouloit corriger ces Observations les unes par les autres, tant du commencement que de la fin, & par leurs différences, on trouvera toujours le milieu entre 3<sup>h</sup> 17' & 3<sup>h</sup> 18'.

72 << . . . . .

## OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

Faite à l'Observatoire Royal le 27 de Mars 1717  
au matin.

Par M. CASSINI.

10 Avril  
1717.

**L**E Ciel a été couvert pendant la plus grande partie de la durée de cette Eclipe, & on n'a pu l'appercevoir qu'entre des nuages & pendant quelques intervalles fort courts qui n'ont pas permis d'en faire toutes les Observations que l'on s'étoit proposé.

Nous nous étions préparé à l'observer avec deux Lunettes, l'une de 8 & l'autre de 9 pieds, à la premiere desquelles on avoit placé des Reticules, & à la seconde un Micrometre de la maniere qui a été expliquée en diverses occasions.

Voici le détail des Observations faites avec les Reticules.

A 1<sup>h</sup> 33' 10" La Lune se decouvre entre les nuages & paroît éclipsee à la vûe simple.



# DES SCIENCES.

- à 1<sup>h</sup> 57' 10". La Lune paroît éclipfée d'environ un demi-doigt par la Lunette de 8 pieds. On n'a pas pû en mefurer la quantité, la Lune s'étant cachée fur le champ.
- 2 48 10 La Lune étoit éclipfée de 6 doigts 22'.
- 3 29 40 L'ombre à peu-près à Copernic, la Lune étoit éclipfée de 7 doigts 12 minutes.
- 3 51 50 La Lune eft éclipfée de 6 doigts 10'.
- 3 55 40 La Mer du Nectar eft entierement fortie de l'ombre.
- 4 2 25 La Lune eft éclipfée de 5 doigts.
- 4 4 40 Helicon commence à fortir.
- 4 7 35 Manilius eft entierement forti.
- 4 11 10 Menelaüs eft forti.
- 4 38 10 Fin de l'Eclipfe.

Les dernieres Phafes de cette Eclipfe ont été déterminées avec plus d'exactitude que les premières, le Ciel étant alors un peu plus ferein, enforte qu'on diftinguoit affés exactement fur le difque de la Lune le terme de l'ombre.

La Lune ayant paru éclipfée d'un demi-doigt à 1<sup>h</sup> 57' 10", & le temps que l'ombre de la Terre employe à éclipfer un doigt étant de 6 à 7 minutes, on aura le commencement de l'Eclipfe à 1<sup>h</sup> 54' ou environ; la fin a été obfervée à 4 heures 38' 10". Donc la durée a été de 2<sup>h</sup> 44', & la demi-durée de 1<sup>h</sup> 22', ce qui donne le milieu de l'Eclipfe à 3<sup>h</sup> 16'.

Nous avons déterminé à 3<sup>h</sup> 29' 40" la grandeur de l'Eclipfe de 7 doigts 12 minutes, d'où il refulte que la quantité de l'Eclipfe a été plus grande de 7 doigts & un cinquième, ainfi qu'on l'a trouvée par l'Obfervation faite avec le Micrometre, fuivant laquelle on l'a déterminée à 3<sup>h</sup> 16' de 7 doigts 17 minutes.



## OBSERVATION

*De l'Equinoxe du Printemps de cette année 1717.*

Par M. DE LA HIRE.

30 Avril  
1717.

J'AI observé la hauteur Meridienne apparente du Soleil le 16 Mars de cette année de  $39^{\circ} 47' 0''$ , le 21 de  $41^{\circ} 45' 10''$ , & le 22 de  $42^{\circ} 8' 50''$ .

Ces Observations sont fort exactes, & elles conviennent très bien entre elles suivant toutes nos Observations & toutes celles qui ont été faites par nos anciens Astronomes à l'Observatoire.

Mais aussi nous avons conclu qu'au moment de l'Equinoxe la hauteur Meridienne apparente du Soleil devoit être de  $41^{\circ} 27' 20''$ .

On voit donc par-là que l'Equinoxe est arrivé le 20 Mars après midi.

Mais comme la différence des hauteurs Meridiennes du Soleil pour un jour dans ce temps-là doit être de  $23' 40''$ , ce qui s'accorde aussi avec la différence de nos Observations du 21 & du 22, & même avec celle du 16, nous aurions dû trouver la hauteur Meridienne du Soleil le 20 de  $41^{\circ} 21' 30''$ .

Enfin si l'on divise  $23' 40''$ , ou bien  $1420''$  par  $24^h$ , on aura la différence de hauteur Meridienne pour une heure de  $59'' \frac{7}{12}$ .

Mais la différence entre  $41^{\circ} 27' 20''$  pour le moment de l'Equinoxe & la hauteur du Soleil au 20 Mars de  $41^{\circ} 21' 30''$  est  $5' 50''$  ou  $350''$ ; si l'on divise ces  $350''$  par  $59'' \frac{7}{12}$  qui conviennent à une heure, on aura  $5^h 52'$  qui sera le temps auquel l'Equinoxe est arrivé le 20 Mars après midi.

CONSTRUC-

## CONSTRUCTION

## D'UN MICROMETRE UNIVERSEL

*Pour toutes les Eclipses de Soleil & de Lune, & pour l'Observation des Angles.*

Par M. DE LA HIRE.

ON ne sçauroit douter que le Micrometre ne soit un 29 Mai  
1717.  
des instruments des plus utiles dans la pratique de l'Astronomie. Sa construction parfaite en est due à M<sup>rs</sup>. Auzout & Picard, comme-on le peut voir dans un Cahier imprimé, lequel a pour titre *Extrait d'une Lettre de M. Auzout du 28 Decembre 1666 à M. Oldembourg Secrétaire de la Société Royale d'Angleterre touchant la maniere de prendre les Diametres des Planetes, & de sçavoir, &c.* Et comme cet Ecrit étoit devenu fort rare, je crûs qu'il étoit à propos, pour conserver la memoire de son invention, & pour l'honneur de ceux qui l'avoient inventé, de le faire réimprimer dans les Ouvrages postumes de M<sup>rs</sup>. de l'Academie; ce que j'ai executé en 1693.

C'est par le moyen de cet instrument que nous avons déterminé exactement les excentricités du Soleil & de la Lune, en comparant leurs diametres apparens dans tout leur cours; & la grande facilité qu'il donne pour observer de très petites distances entre les corps celestes & même les diametres des Planetes, a beaucoup servi à perfectionner toute l'Astronomie.

C'est aussi par le moyen de cet instrument qu'on observe très facilement les Eclipses du Soleil & de la Lune, & j'en ai fait toujours un très grand usage dans toutes les rencontres où j'ai trouvé que je pouvois m'en servir.

*Mem. 1717.*

H

C'est ce frequent usage qui m'a donné lieu d'y faire quelques remarques. Car ceux qui sont les plus parfaits & qui sont construits comme celui que M. Picard avoit fait faire avec un très grand soin, ont leur chassis mobile soutenu sur un ressort très fort qui le repousse toujours contre la pointe de la vis qui sert à faire avancer ou reculer ce chassis, & à même temps le filet qu'il porte ; cependant on ne laisse pas de s'appercevoir qu'on peut faire tourner un peu cette vis sans que le chassis ou son filet change de place, & par conséquent on ne peut pas s'assurer avec toute l'exactitude qu'on souhaiteroit de la distance qui est comprise entre les filets de cet instrument, ce qui vient, à ce que je crois, de ce que la vis ne remplit pas exactement les pas de son écrou : mais ce défaut sera bien plus grand dans ces sortes d'instruments où il n'y a point de ressort qui tienne en sujétion le chassis mobile contre la pointe de la vis.

On pourroit dire encore que cet instrument ne donne pas les distances avec exactitude, à cause que l'on mesure seulement la peinture de ces distances, laquelle se fait au foyer de l'objectif, & que les grandeurs des parties de cette peinture ne répondent pas aux grandeurs veritables de l'objet, d'autant qu'elles sont plus étendues vers les bords que vers le milieu ; mais cette difference n'est pas sensible lorsque l'angle compris par l'objet ne surpasse pas 2 degrés, & que l'objectif de la Lunette n'a que 8 ou 10 pieds de foyer. Il n'en est pas de même quand pour observer les Eclipses de Soleil on se sert d'une Lunette composée de deux verres, & qu'en faisant passer l'image du Soleil autravers de cette Lunette, on la reçoit sur une surface blanche dans un lieu obscur ; car quoi-que cette maniere soit fort commode pour augmenter très considérablement & fort distinctement l'image du Soleil dans une petite distance de la Lunette jusqu'à la surface qui reçoit l'image, cependant les parties de cette image sont si fort défigurées vers les extremités, qu'on ne peut rien détermi-

ner de juste en les recevant sur le Reticule tracé sur la surface & divisé également en 12 parties ou en 24 pour les doigts & demi-doits de l'Eclipse, & de plus cette methode est inutile pour les Eclipses de Lune, car l'image de la Lune est trop foible sur la surface blanche.

Les Micrometres qui n'ont point de filets qui soient placés entre eux à des distances déterminées ni de filets mobile, mais seulement un curseur qui marque par son côté la position de l'objet, me semblent fort imparfaits; à cause qu'on ne peut pas juger si le côté du curseur passe exactement par le point qu'on veut mesurer, comme le marque le filet où l'on voit les objets d'un côté & d'autre, outre qu'il est très difficile de ne se pas méprendre dans un grand nombre de tours qu'il faut faire faire à la vis, lorsque les distances sont considerables, comme de plusieurs doigts dans les Eclipses.

J'ai donc été persuadé qu'il étoit encore plus à propos pour l'observation des Eclipses de se servir du Micrometre de M<sup>rs</sup>. Auzout & Picard, en l'appliquant à une Lunette de 7 ou 8 pieds de foyer, & d'observer la quantité des minutes & secondes que donne cet instrument dans chaque phase; mais j'y ai toujours trouvé beaucoup de difficulté, en ce qu'il n'est pas quasi possible de ne se pas méprendre, en comptant les differents tours de vis qu'il faut faire d'une phase à une autre, en y comprenant les distances des filets immobiles, & encore on ne peut pas avoir les doigts & les demi-doits éclipsés par l'observation immediate, il faut les conclure des parties proportionnelles des phases qu'on a observées, lesquelles changent de grandeur pour des temps differents; car l'espace du temps qui convient à un demi-doigt du commencement ou de la fin de l'Eclipse, n'est pas égal à celui d'un autre demi-doigt vers le milieu, au moins dans la plupart des Eclipses. Pour éviter l'inconvenient dont on vient de parler dans le Micrometre de ces Messieurs, on pourroit se servir d'un Reticule qui comprendroit exactement le diametre du Soleil ou de la Lune,

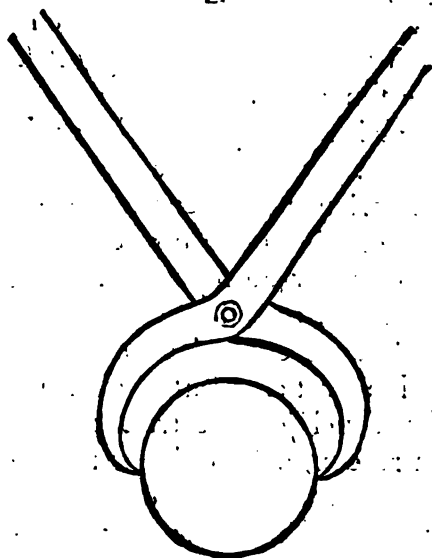
& qui seroit divisé en doits & en demi-doits, mais la difficulté consiste à construire ce Micrometre, car il faudroit diviser avec des filets l'espace d'un demi-pouce en 24 parties égales, & quand on auroit fait ce Reticule avec beaucoup de peine, il ne pourroit servir que pour une seule Eclipse.

Cependant j'avois pensé à faire cet espece de Reticule, & de le faire servir generalement pour toutes sortes d'Eclipses de Soleil & de Lune, en l'appliquant à une Lunette composée de deux Verres objectifs outre son oculaire, ces objectifs pouvant s'approcher & se reculer l'un de l'autre pour avoir ensemble un foyer different, lequel pût convenir au Reticule que j'aurois fait; mais j'ay remarqué que cette Lunette deviendrait trop longue en certain cas, & qu'elle ne seroit pas commode pour l'usage. C'est pourquoi j'ai enfin jugé que je ne pouvois pas avoir un Micrometre plus commode & plus simple que celui que j'ai proposé dans mes Tables à la page 71, & que je pouvois le rendre universel pour toutes les Eclipses sans y rien changer. Sa construction est très simple, car ce n'est qu'une espece de Compas à doubles branches ou pointes, lesquelles sont très déliées, & dont les grandes branches sont huit ou dix fois plus grandes que les courtes. Mais de la maniere que je l'avois proposé, j'y ai trouvé une difficulté, à cause que les petites branches étant placées au foyer de la Lunette, leur largeur vers le clou occupoit un trop grand espace pour laisser voir le disque entier du Soleil ou de la Lune, quand les pointes de ces branches embrassoient leur diametre; c'est pourquoi j'ai construit ces petites branches en arc comme on les voit ici, afin de laisser appercevoir un grand champ dégagé entre ces pointes, & pour pouvoir prendre le diametre entier de l'Astre ou celui de sa partie restante éclairée sans rien perdre de ce que l'on en peut voir, ce qui sert à mieux juger si l'on observe bien ce diametre.

La fabrique de cet instrument est très aisée pour le faire fort juste, car lorsque les pointes des petites branches se

*Voyez la  
Figure suivante.*

touchent exactement, il faut que les pointes des longues branches se touchent aussi de même, ce qu'on peut faire en les considérant les unes & les autres avec une grosse Loupe. Les branches de cet instrument doivent être plates & minces & assez larges pour ne point ployer sur le champ & pour être légères. On les peut faire de lames de ressort ou de Leton bien écroui.



Pour appliquer cet instrument à la Lunette on voit qu'il faut que les pointes des petites branches soient placées à son foyer, & que l'espace compris entre ces pointes soit perpendiculaire à l'axe de la Lunette; c'est pourquoi il faut faire une fente sur le tuyau de la Lunette justement à l'endroit de son foyer pour y introduire le Micrometre; mais comme il faut qu'il soit arrêté dans sa situation, en sorte qu'il ne lui reste d'autre mouvement que celui de pouvoir fermer ou ouvrir les branches, & qu'on ne soit point obligé de le tenir avec la main, il faut attacher sur la Lunette un petit morceau de bois qui ait une fente dont l'une des faces soit parallèle à l'ouverture qu'on a faite au tuyau, & qui lui réponde exactement pour y placer tout contre les branches du Micrometre, & il doit y avoir une vis qui traverse cette fente, afin qu'on puisse serrer & arrêter contre la face de la fente les grandes branches du Micrometre ou au moins une. Par ce moyen on pourra ôter & remettre très-facilement le Micrometre à sa place; sans qu'il lui arrive aucun changement, car les branches doivent être assez fermes à tourner sur leur clou. Cette

62 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

pièce de bois peut se faire en bien des manieres ; c'est pourquoi je n'en donne point la figure, il suffit qu'on sache son usage.

Maintenant pour observer des Angles avec ce Micrometre, je crois que la meilleure maniere est d'y employer l'experience pour connoître d'abord l'angle que comprend une certaine ouverture des petites branches par rapport à la longueur du foyer de l'objectif de la Lunette où il est appliqué, ce qui est comme dans le Micrometre ordinaire la distance entre deux de ses filets immobiles.

Pour cet effet j'attache sur une planche un carton blanc sur lequel je trace trois ou quatre traits noirs paralleles entre eux, dont la largeur soit d'une ligne environ, & la longueur à peu-près de trois pouces, mais que la distance entre les milieux de ces traits soit de deux pouces, & j'y trace encore une autre ligne noire qui traverse les premieres à angles droits. Ensuite ayant mesuré dans un lieu uni & exposé à l'air une distance de deux ou trois cens toises fort exactement & en ligne droite, j'y place la Lunette du Micrometre dont le Verre objectif soit posé à l'extrémité de cette ligne, & la longueur de la Lunette suivant la longueur de la ligne mesurée, & à son autre extrémité j'y mets la planche qui porte le carton dont la face doit être perpendiculaire à cette ligne, ce qui se fait par le moyen d'une petite regle de bois qu'on attache perpendiculairement sur le côté de la planche à l'endroit du carton, en sorte qu'en mirant au long de cette regle on puisse voir la Lunette.

Alors la Lunette étant arrêtée fixe à l'endroit où elle est, j'introduis dans la fente qui est à son foyer les petites branches du Micrometre, & je les ouvre par le moyen des longues branches tant que les pointes des petites branches comprennent exactement l'intervalle entre le milieu de deux ou trois traits noirs du carton, en observant que la ligne entre ces pointes soit perpendiculaire aux traits, ce qui est facile à faire par le moyen du trait qui traverse



les autres à l'équaire, lequel est marqué sur le carton; & aussi-tôt ayant retiré le Micrometre hors de la Lunette, je mesure exactement en lignes & en parties de lignes l'intervalle entre les pointes des longues branches.

Enfin je fais le calcul suivant pour un triangle rectangle & rectiligne, en posant pour premier terme la distance en pouces entre l'objectif de la Lunette & le carton de la planche, pour le second terme la distance entre les traits du carton qu'on a observés, & pour le troisième le rayon, & il viendra au quatrième terme une grandeur qui sera la Tangente de l'angle qui s'est fait à l'objectif de la Lunette, lequel est compris entre les rayons qui vont de cet objectif aux traits du carton, & cet angle est aussi égal à celui qui se fait par les mêmes rayons prolongés depuis l'objectif jusqu'aux pointes des petites branches.

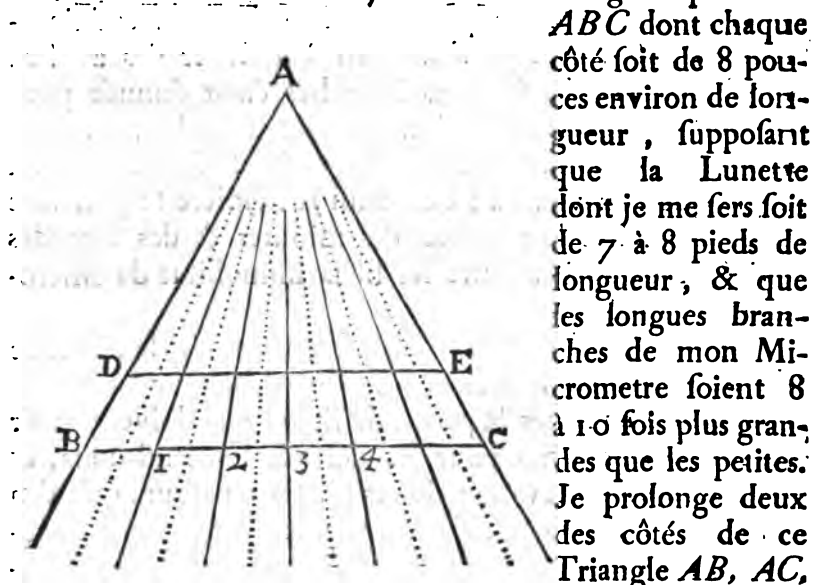
C'est-là toute la préparation nécessaire pour ce Micrometre, lorsqu'on veut s'en servir à observer des angles, car l'ouverture des longues branches étant donnée pour un certain nombre de minutes & de secondes, on aura aussi leur ouverture en lignes & parties de lignes pour tel angle que l'on voudra; c'est aussi la manière la plus sûre pour connoître le nombre des minutes & des secondes qui sont comprises entre les filets immobilisés du Micrometre ordinaire.

Maintenant si dans une Eclipsé on connoît le diametre du Soleil ou de la Lune, on pourra faire une table de l'ouverture en lignes & parties de lignes que doivent avoir les longues branches pour les doigts & les demi-doigts, & pour chaque observation de ces phases on n'aura qu'à s'en servir; ce qui sera très facile à faire & fort prompt à exécuter, car l'ouverture entre les pointes des longues branches, laquelle est fort sensible, puisqu'elle est huit ou dix fois plus grande que celle des petites branches qui sont placées au foyer, fait toujours un angle égal dans le centre du clou de l'instrument à celui qui se fait dans le même point par l'ouverture des petites branches, quand même

dans la construction du Micrometre les lignes qui seroient menées des pointes des longues branches aux pointes des petites, ne passeroient pas exactement par le centre du clou.

Mais ces sortes d'observations demandent beaucoup d'attention & de précautions; c'est pourquoi pour éviter les erreurs qui peuvent s'y glisser, & que d'ailleurs l'intervalle du temps entre les phases d'un demi-doit est fort court vers le commencement ou vers la fin de l'Eclipse, j'ai trouvé plus à propos de me servir de la methode suivante, laquelle ne demande point la connoissance de la quantité des minutes du diametre de l'Astre ni de tables, & que toute la préparation ne consiste que dans une seule ligne droite qu'il faut tracer pour chaque Eclipse.

Sur un carton blanc je fais un Triangle équilatéral



*ABC* dont chaque côté soit de 8 pouces environ de longueur, supposant que la Lunette dont je me sers soit de 7 à 8 pieds de longueur, & que les longues branches de mon Micrometre soient 8 à 10 fois plus grandes que les petites. Je prolonge deux des côtés de ce Triangle *AB*, *AC*, & l'autre *BC* que je considere comme la base, je le divise en 24 parties égales (*Nota.* Il n'est divisé dans cette Figure qu'en 4 parties, pour éviter la confusion des lignes) & je mene par le sommet *A* de ce Triangle des lignes indéterminées vers la base, qui passent par les divisions, en observant

observant que celles des divisions impaires soient seulement ponctuées comme on les voit dans cette Figure, & j'écris sur les lignes non ponctuées les nombres de suite jusqu'à 12 qui est pour la dernière, car ces lignes doivent servir pour la mesure des doigts des Eclipses, & les ponctuées entre deux pour les demi-doigts.

Ensuite vers le commencement ou la fin, ou vers le milieu de l'Eclipse, ayant observé avec le Micrometre le diametre de l'Astre, sans me mettre en peine du nombre des minutes qu'il contient, je porte sur le carton depuis le sommet *A* du Triangle sur l'un de ses côtés, comme *AB* la grandeur de l'ouverture des longues branches du Micrometre en *AD*, & par le point *D* je tire la ligne *DE* parallele à *BC*, laquelle rencontrera toutes les lignes menées du sommet *A* dans les points qui déterminent les ouvertures de ces longues branches pour les doigts & les demi-doigts de l'Eclipse qu'on veut observer, & pour chaque Eclipse il n'y aura point d'autre préparation à faire que de tirer une seule ligne comme *DE*.

Maintenant pour chaque phase de l'Eclipse il n'y aura qu'à retirer le Micrometre hors de la Lunette & ouvrir ses longues branches sur la ligne *DE* de la grandeur qui convient à cette phase, & ayant remis aussi-tôt le Micrometre à sa place, on fera l'observation. On pourra aussi, si l'on veut, sans retirer le Micrometre de l'ouverture de la Lunette, en lâchant un peu la vis qui l'y retient, fermer ou ouvrir les longues branches suivant la phase qu'on voudra observer, en présentant contre les pointes le carton divisé, & ensuite reserrer la vis.

Mais lorsqu'on viendra vers le milieu de l'Eclipse, il faudra ouvrir ou fermer peu-à-peu les longues branches jusqu'à ce que l'on puisse voir la plus petite portion lumineuse de l'Astre, car quand elle commencera à augmenter, on retirera le Micrometre de la Lunette, & l'on portera les longues branches sur la ligne *DE* pour y mesurer les doigts & les parties de doit qui seront comprises

entre les pointes , ce qu'on pourra estimer assez exactement, en divisant le dernier demi-doigt où elles se trouvent en petites parties pour les minutes de doigt.

On remarquera que toutes les parties qu'on observe sont des portions lumineuses restantes du corps de l'Astre dont il faudra prendre les complements jusqu'à 12 doigts pour avoir la grandeur de chaque phase de l'Eclipse qu'on aura observée.

Lorsqu'on voudra se servir de ce même carton pour les observations des Angles compris entre deux points de quelque corps que ce soit, ou entre deux Etoiles, il faudra avoir connu d'abord l'ouverture des longues branches du Micrometre pour quelque angle que ce soit, comme on l'a expliqué ci-devant , & par conséquent on pourra ouvrir ces branches , en sorte que la distance entre leurs pointes contienne 24 minutes , & ayant porté cette ouverture sur l'un des côtés du Triangle comme en *AD* depuis le sommet *A* , on tirera la ligne *DE* parallele à *BC* , qui servira pour tous les angles ; car les lignes menées du point *A* qui ont servi pour les doigts & demi-doigts serviront alors pour les minutes, puisqu'il y aura 24 divisions sur cette ligne *DE*, laquelle est égale à *AD* par la construction & les intervalles entre les lignes qui donnent des demi-doigts, & qui représenteront chacune une minute, étant divisés par estime en 12 parties, chacune donnera 5 secondes, comme nous les estimons sur nos Quarts de Cercle.

- Les démonstrations de tout ce que j'avance ici sont si simples & si faciles à voir, qu'elles ne meritent pas d'être rapportées.

Lorsqu'on se sert de Micrometres pour observer les Eclipses de Soleil ou de Lune, on a toujours beaucoup de peine à en discerner les filets qui doivent embrasser ou renfermer la partie qu'on veut mesurer quand le Ciel est bien serein, car la grande lumière du Soleil pendant le jour & celle de la Lune pendant la nuit empêchent

qu'on ne puisse pas voir distinctement ces filets ou l'extrémité du corps qui fait le même effet quand ils sont hors du disque de ces Astres, & qu'ils sont placés sur le Ciel qui paroît fort obscur aussi-bien que les filets quand on observe la Lune, & quand c'est le Soleil, le verre noirçi dont on se sert pour le regarder, lui ôte toute sa clarté; mais ce n'est pas la même chose si le Ciel est couvert de quelques nuages légers, car alors on peut les apercevoir très facilement sur les nuages qui sont éclairés par l'Astre. C'est pourquoi on pourra dans les Eclipses où le Ciel est bien serein, se servir de la methode que j'ai rapportée dans mes Tables, qui est de placer au devant de l'objectif de la Lunette un petit morceau de toile de soye blanche & fine, & assez claire, laquelle recevant la lumiere de l'Astre, fera le même effet qu'un nuage léger. On pourra, pour une plus grande commodité, tendre & arrêter cette toile de soye sur un bout de tuyau qui puisse entrer dans l'extrémité de celui de la Lunette pour pouvoir l'ôter & le remettre suivant la nécessité, ce qui sera d'une très grande utilité dans ces rencontres, comme je l'ai éprouvé.

---

## DESCRIPTION D'UNE MACHINE

POUR ÉLEVER

DES EAUX.

Par M. DE LA FAYE

**M.** Perrault dans sa Traduction de Vitruve, Liv. 10 chap. 9, propose plusieurs Machines pour élever l'eau, & en premier lieu le Timpan. Cette Machine n'élève pas l'eau fort haut, mais elle en enleve une grande quantité. On fait un Aissieu arrondi au tour ou au com-

pas & ferré par les deux bouts, qui traverse un Timpan fait avec des ais joints ensemble, & le tout est posé sur deux pieux qui ont des lames de fer aux deux bouts pour soutenir les extremités de l'Aissieu. Dans la cavité du Timpan on met huit planches en travers depuis la circonference jusqu'à l'Aissieu, lesquelles divisent le Timpan en espaces égaux; on forme le devant avec d'autres ais auxquels on fait des ouvertures de demi-pied pour laisser entrer l'eau dedans; de plus, le long de l'Aissieu on creuse des Canaux au droit de chaque espace qui vont le long d'un des côtés de l'Aissieu: Tout cela ayant été poissé de même que le sont les Navires, on fait tourner la Machine par des hommes, & alors elle puise l'eau par les ouvertures qui sont à l'extrémité du Timpan, & la rend par les conduits des Canaux qui sont à l'extrémité de l'Aissieu (ce sont les termes de Vitruve). Toutes les autres Machines de cette espece que l'on appelle *Timpan*, que j'ai vûës dans le *Theatrum Machinarum* de Boëterus & dans Ramelli, ainsi que dans quelques Livres Italiens & Allemands qui traittent des Machines, ont toutes le vice commun d'élever l'eau par le Rayon du Cercle, & ne different en rien du Timpan de Vitruve, étant tirées du même principe, ainsi il seroit inutile d'en faire des descriptions. D'où l'on peut conclure que cette Machine a des défauts considerables dont le premier le plus grand est qu'elle élève l'eau dans la situation la plus desavantageuse qu'il soit possible, puisque le poids se rencontre toujours au bout du Rayon, qui est le Levier le plus long du Cercle, & par là fatigue la puissance qui agit très desavantageusement & sans uniformité, ce qui apparemment est la raison pour laquelle on ne s'en sert plus; joint à cela que la Machine est lourde & massive, comme on peut le voir par sa construction & le dessein très exact que M. Perrault en a donné. Je dois dire ici qu'après avoir executé cette Machine, le Traité de Mecanique de M. de la Hire m'étant tombé entre les mains, j'ai trouvé dans la Proposition 116

de cet ingenieux ouvrage une construction de Roües dont les arbres ont des bras ou ailes pour élever des pistons , comme sont celles des Moulins à Poudre, à Papier, à Foulon & à Forge. Quoi-que M. de la Hire pour égaliser le mouvement des Pistons, se servè d'une ligne Courbe qu'il nomme *épicycloïde*, dont le Cercle de l'arbre est la base, & qui est formée par une ligne droite qui roule & s'applique successivement à tous les points du Cercle ; comme il ne m'a paru dans aucun endroit de son Traité qu'il ait eu la pensée de s'en servir à former des Canaux pour élever des eaux, en les y introduisant, je me servirai d'une Courbe mecanique dont je vas donner une Construction telle que je l'ai imaginée & executée il y a long-temps, & dont j'expliquerai ensuite les propriétés.

La Machine que je propose n'a de conformité avec le Timpan que de se vuider par le centre ; d'ailleurs les conditions en sont très différentes. Elle me paroît simple & aussi legere qu'il est possible pour sa grandeur. La construction en est plus aisée & à meilleur marché que sa figure ne paroît l'annoncer, si l'on doit s'en rapporter aux Ouvriers, & sur-tout à deux des plus habiles maîtres constructeurs de Vaisseaux qui soient en France.

Elle est composée d'un arbre de fer qui passe au travers d'un Moyeu ou Treüil qui est divisée en quatre séparations vis-à-vis des ouvertures de quatre Canaux qui sont courbés suivant les conditions les plus avantageuses qu'il soit possible. La Machine se manifeste aux yeux de façon que j'ai peur d'abuser du temps, en disant que la Roüe en tournant fait entrer l'eau dans ses Canaux, laquelle demeure toujours dans un endroit fixe & perpendiculaire à la Courbe sur laquelle elle agit avec une grande uniformité & un très petit effort. Voici la generation de cette Courbe.

J'ai pris le Treüil de la Machine, & après l'avoir entouré d'un ressort de Montre doux & flexible, j'en ai fixé un bout, & développant l'autre armé d'une pointe, il a

formé une Courbe mecanique qui a pour développée le cercle du Treüil. Si l'on donne aux Canaux la Courbure que l'on vient de décrire, il est visible que le poids sera toujours dans la situation la plus avantageuse, puisqu'il monte verticalement par une ligne tangente au Treüil, & qui n'en est par conséquent éloignée que du demi-diametre du Treüil. Dans cette Machine la puissance est à l'effet comme la circonference du Treüil ou de l'arbre est à son Rayon ; par exemple, dans ce modelle l'arbre a 6 pouces de diametre, & par conséquent environ 19 pouces de circonference dont je ne compte que 18 de longueur pour le Levier où est appliquée la puissance, à cause de l'enfoncement des Palettes dans l'eau, pendant que le poids ne fait effet que par un Levier de trois pouces, qui est le Rayon du Treüil : d'où il suit que la puissance est à l'effet comme 3 est à 18, ou 1 à 6, & quelque peu d'avantage.

Par cette construction le fardeau à élever fait toujours uniformément le même effet, qui est le moindre qu'il soit possible, pendant que la puissance appliquée le plus avantageusement qu'il se peut, agit avec énergie par des Palettes placées à l'extrémité du Rayon de la Roüe. Ces deux conditions remplies font la plus grande perfection qu'on puisse desirer dans une Machine, sans compter des considerations non meprisables en mecanique, qui sont, qu'il n'y a que le seul frottement de l'Axe qui est nécessaire, & par conséquent inévitable, & qu'on n'y employe aucunes matieres perissables & sujettes à réparations par les frottements, comme du Cuir dont on fait les soupapes & dont on entoure les pistons des Pompes, ni des matieres cheres & pesantes comme des metaux, le tout étant de bois. La perfection & la simplicité de la Machine l'affranchit de tous ces accessoires dispendieux, joint à cela que l'élévation verticale est la plus courte. Il me paroît qu'elle est préférable à la Vis d'Archimede qui est inclinée, & qui ne se vuide que d'une très petite partie de



son eau, & demeure chargée du surplus qui est très considerable, sur-tout quand elle est d'un grand volume, ce que l'on fait toujours pour en tirer de l'utilité, n'étant presque d'aucun effet sensible en petit, au lieu que cette Machine dépense toute son eau à chaque tour de Rouë. Je ne sçache pas que personne l'ait proposée jusques ici pour l'élevation des eaux dans des Canaux courbés suivant les conditions énoncées ci-dessus. Cette Machine seroit très utile dans les lieux où il seroit nécessaire de faire monter une grande quantité d'eau, elle en peut aisément fournir un assés grand volume pour faire tourner un Moulin, arroser des Prairies & des Jardinages. Cet avantage la rend recommandable par dessus toute autre Machine connue, pour les grands & vastes projets, pour les communications des Rivières, desquelles elle pourroit fournir de l'eau au Canal qui les joindroit, pour dessécher des terres inondées, & pour une infinité d'autres cas.

Il reste un inconvenient à cette Machine, qui est de n'élever l'eau qu'à son demi-diametre. Si l'on avoit besoin d'une plus grande hauteur, je crois qu'on pourroit se servir de deux ou trois Rouës l'une sur l'autre; moyen qui, quoi-que incommodé, ne laisseroit pas d'être très praticable par la perfection de la Machine où il n'y a ni eau ni force perduë, & parce que la puissance est toujours appliquée le plus avantageusement qu'il est possible par rapport au poids, comme on a prouvé ci-dessus.

A l'égard de la construction mecanique, comme toute la difficulté se réduit à plier de longues planches de Sapins ou de Chêne, ou autres bois convenables suivant cette Courbure, laquelle est fort aisée à suivre, comme on vient de voir, par le développement d'une chaine ou corde d'Arpenteur qui auroit enveloppé le Treüil. Les simples Charpentiers m'ont dit, & j'ai vû qu'ils donnoient aux ais la Courbure qu'ils vouloient, en les gênant par plusieurs chevilles de fer ou de bois, ou en les chargeant de plusieurs poids, après quoi ils se servent du feu, qu'ils

72 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

allument dessous ou à côté de ces planches , ce qui leur fait conserver la Courbure pour toujours. Quand ils emploient le bois vert , ils le plient & le laissent sécher sans se servir du feu , ce qui produit le même effet. Pour les côtés on les fait de toutes sortes de planches , après quoi on calfate & on gondronne la Machine. Quand il s'y fait quelque voye d'eau , le moindre Calfas ou Battelier y remédie avec l'aisance. & le peu de frais que tout le monde sçait , ce qui rend l'ouvrage durable. Cette Machine n'est ni de grand prix ni de difficile construction , en ce que les parties ont toujours nécessairement un rapport constant entre elles, tellement que la grosseur du Treüil donnée détermine le diametre de la Roüe, & le diametre donné rend à son tour la grosseur du Treüil. Cette harmonie qui sort naturellement du sujet, épargne un tâtonnement qui accompagne presque toujours les Entrepreneurs , & les décourage, ou tout du moins retarde l'ouvrage.

On peut se servir de ce principe pour faire des Clepsidres plus justes que celles que nous avons, qui manquent toutes d'uniformité.

Pour ce qui est de l'assemblage, si celui-ci ne suffit pas pour donner la solidité requise à cette Roüe quand elle portera des Aubes ou Palettes , on aura recours à l'habileté de nos Charpentiers, qui sont très versés dans ce fait, & l'on verra avec eux ce qu'il sera convenable de faire.



*HISTOIRE*

7. 1<sup>re</sup>.

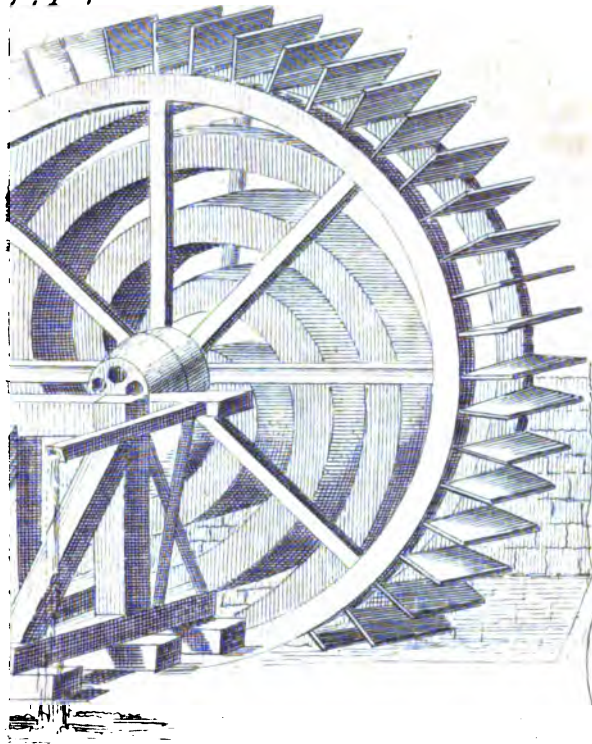
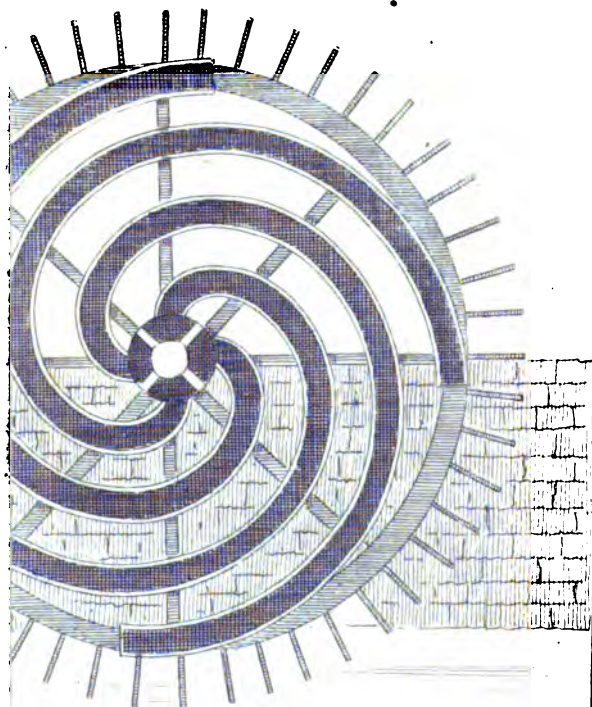


Fig. 2<sup>e</sup>



en perspective fig 2. et 3. deux Coupes  
meme Machine fig. 4<sup>e</sup> un des Canaux.

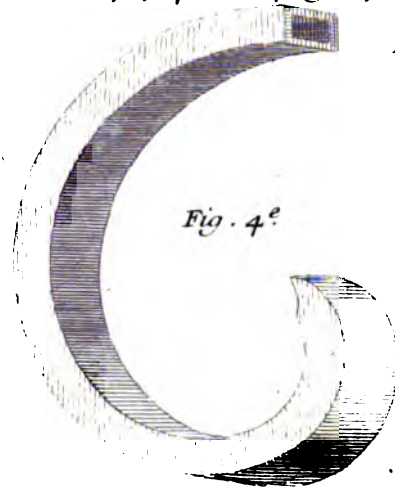


Fig. 4<sup>e</sup>

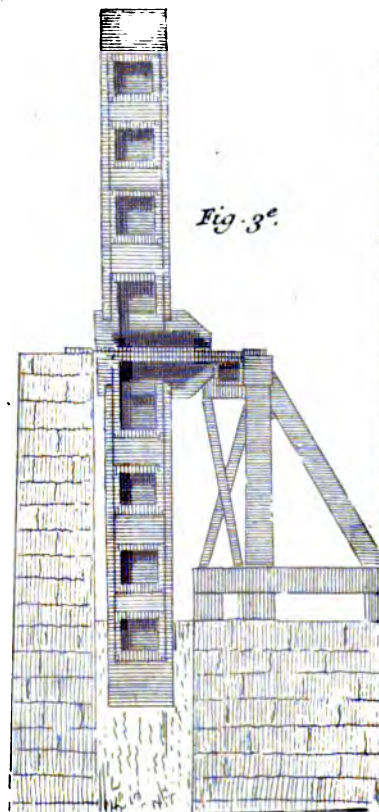
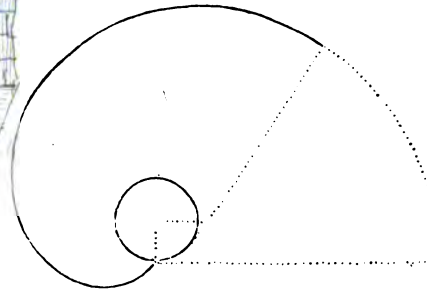


Fig. 3<sup>e</sup>



# HISTOIRE DU KALI D'ALICANTE.

Par M. DE JUSSIEU.

SI l'on ne jugeoit du progrès de la Botanique que par le nombre prodigieux de Plantes découvertes de nos jours, que par cette justesse de dénominations, & par cette exactitude de descriptions dont on se sert aujourd'hui dans nos Memoires pour y caracteriser chaque Plante en particulier, cette science approcheroit déjà beaucoup de sa perfection. Mais le Public peu intéressé dans cette diversité de noms, de synonymes & de phrases, & dans cette critique d'Auteurs & de methodes qui occupe presque entierement les Botanistes modernes, semble exiger de nous des choses plus essentielles pour sa satisfaction. Non content d'une connoissance qui, quelque parfaite qu'elle soit, lui paroît toujours sèche lorsqu'elle est seule, il veut voir des vertus & nous demande des usages.

14 Aoust  
1717.

C'est pour remplir ce devoir que parmi les Plantes singulieres que j'ai observées dans mon Voyage d'Espagne, j'ai choisi d'abord le *Kali d'Alicante* comme une de celles dont l'histoire interesse d'autant plus, que cette Plante nous est moins connue, & que personne ne l'a décrite, quoi-que le sel qu'on en tire serve à perfectionner des Arts importants.

Le genre des Kali est connu en François sous le nom de *Soude*; mais comme le sel fixe dans lequel ils se réduisent presque entierement lorsqu'on les brûle, porte aussi le nom de *Soude*, & que nous avons cinq genres de Plantes desquels on tire également du sel de ce même nom. Il sembleroit que pour éviter l'équivoque, & discerner le

*Mem. 1717.*

. K

74 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

produit de la Plante d'avec la Plante même, on pourroit conserver à celle-ci dans le François le nom Arabe de *Kali*, & celui de *Soude* aux sels fixes seulement que donnent les unes & les autres de ces Plantes.

J'appelle celle dont il s'agit ici

*Kali Hispanicum supinum, annuum, Sedi foliis brevibus.*

*Kali* d'Espagne annuel, couché sur terre, à feuilles courtes & de *Sedum*.

Sa racine est annuelle, longue de quelques pouces, un peu oblique, blanchâtre, arrondie, ligneuse & garnie de peu de fibres.

De son collet sortent quatre à cinq branches couchées sur terre, & qui se soudissent dans leurs longueurs en plusieurs petits rameaux alternes, étendus çà & là, & dont les uns sont droits, les autres inclinés. Les plus longues de ces branches n'ont pas demi-pied; s'il s'en trouve de plus grandes, c'est parce que la Plante est mieux nourrie; elles sont ordinairement moins longues, & leur diamètre n'excede pas une ligne. Ces branches & ces rameaux sont arrondis, sont d'un vert pâle, & quelquefois teint légèrement d'un peu de pourpre, sur-tout dans leur maturité.

Les feuilles dont ils sont chargés, y sont disposées par paquets alternes, plus ou moins écartés, suivant l'âge de la Plante, & qui à l'extrémité des jeunes rameaux deviennent plus serrés qu'à leur naissance; elles sont cylindriques & fuculentées comme celles de la Tripemadame ou *Sedum minus, teretifolium*, longues d'environ un quart de pouce sur une demi-ligne d'épaisseur, d'un vert pâle, presque transparentes, lisses, sans poil, émoussées à leur extrémité & d'un goût salé. Chaque paquet est formé de deux, trois, quatre & même quelquefois de cinq de ces feuilles de l'aisselle desquelles naît la fleur.

Elle est composée de cinq étamines blanchâtres à sommets jaunâtres & d'un pareil nombre de petits pétales

étroits & blanchâtres. Le jeune fruit qui en occupe le centre est terminé par un petit filet blanc & fourchu.

Cette fleur n'a point d'odeur, & ses petales qui enveloppent plus étroitement le fruit à mesure qu'il grossit, d'étroits & cachés qu'ils étoient dans le paquet de feuilles qui leur sert de calice, deviennent plus amples, plus épanouïs, sont plus apparents plus secs, membraneux, arrondis dans leur contour, un peu plissés & presque gaudronnés. Souvent deux de ces petales s'unissent de maniere qu'ils ne paroissent en faire qu'un, & pour lors la fleur semble être de quatre pieces seulement. Elle dure longtemps sans se faner, & plus elle vieillit, plus le jaune clair dont elle est teinte, devient roussâtre. Son plus grand diametre est de deux lignes environ.

Le fruit meur est de la grosseur d'un grain de Miliet, arrondi, membraneux, & ne renferme qu'une petite semence brune, roulée en spirale. Il est si enveloppé des petales de la fleur qu'il tombe en même temps qu'elle.

Amatus Lusitanus qui dit un mot de la bonté des Soudes & du lieu d'où elles viennent, nous a laissé ignorer l'espece de *Kali* que l'on brûloit de son temps pour tirer celle d'*Alicante*, & nous ne pouvons conjecturer qu'il l'a connue, que par le nom de *Barilla*, Barille, dont il l'appelle, nom qui dans le Pays & même en France parmi les Marchands se donne encore indifferemment & à la Soude d'*Alicante*, & à la Plante qui la produit.

On ne peut pas dire que la Plante que Gaspar Bauhin a nommée dans son *Pinax*, *Kali minus, alterum*, soit celle-ci, puisque non obstant la conformité que l'une & l'autre de ces Plantes peuvent avoir par leurs feuilles, & par d'autres circonstances, elles doivent essentiellement differer par leur fruit.

Il y a bien lieu de s'étonner que M. de Tournefort qui avoit fait le même Voyage avant l'édition de ses Elements de Botanique, l'y ait oubliée, quoi-que par ses Memoires manuscrits il m'ait paru qu'il l'ait remarquée comme moi

76 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
dans plusieurs endroits des Royaumes de Murcie, de Grenade & près d'Almerie, sans neantmoins y en avoir donné de description, ni d'usage.

L'observation que j'ai faite dans ma description, que la fleur du Kali est composée de cinq petales qui ne se fletrissent point, & qu'elle tombe toute entiere avec le fruit, pourroit la faire soupçonner monopetale, comme l'a prétendu Plukenet, de celle d'une espece de Kali étranger qu'il a décrite dans son *Amalthæum Botanicum*, pag. 126, fleur qu'il dit être sans étamines. Mais si l'on remarque que les petales de celle-ci ne sont unis entre eux que légèrement à leur naissance, & que les étamines tombent long-temps avant eux, on verra qu'il y a plus de lieu de la regarder comme polypetale, & qu'on ne doit point croire qu'elle soit dénuée d'étamines.

A l'égard de ce que j'ai dit, que cette fleur sert d'enveloppe au fruit, qu'elle s'étend à mesure qu'il grossit, & qu'il tombe avec elle; on m'objectera peut-être que la classe des fleurs à étamines lui conviendrait mieux, mais si les principes établis par M. de Tournefort, & si favorablement reçus jusqu'ici par la plus grande partie des Botanistes peuvent servir de regle, cette objection se trouvera anéantie, puisque suivant son système il est essentiel aux petales des fleurs de ne point servir d'enveloppe immediate aux semences qui succedent aux mêmes fleurs, ce qui ne s'observe pas dans celle-ci, où la semence a une enveloppe séparée des petales, qui lui est propre.

Quoi-que cette espece de Kali croisse dans les Côtes maritimes des Royaumes de Valence, de Murcie, d'Almerie & de Grenade, elle doit neantmoins porter le nom de Kali d'Alicante, parce qu'il n'y a point de lieu sur la Côte orientale d'Espagne où il en naisse une si grande quantité qu'aux environs de cette Ville-là.

La Soude qu'on en tire fait une partie considerable de son commerce; les Marchands étrangers la préfèrent à toutes celles que l'on tire d'autres Plantes, & les habitants du



Pays sont si persuadés que cette espece ne peut si bien venir ailleurs, qu'ils se la regardent comme propre.

Cette Plante croît d'elle-même, neantmoins pour la multiplier on la sème dans les Campagnes le long du bord de la Mer; j'en ai vû même dans des terres à Bled, auquel elle ne peut nuire, parce que dans le temps de la moisson elle ne commence presque qu'à y pousser, & qu'elle n'est dans sa parfaite maturité qu'en Automne.

La recolte du Kali d'Alicante ne se fait pas tout à la fois & sans précaution, comme celle des autres Plantes dont on tire de la Soude. On arrache successivement de celui-ci les Plantes les plus mures avant celles qui le sont moins. On les étend sur une aire pour les faire sécher au Soleil, & en ramasser le fruit qui tombe de lui-même.

Lorsqu'elles sont séches on les met à couvert de la pluie, & d'abord que l'on en a amassé une suffisante quantité, on les brûle de la même maniere que les autres Plantes qui donnent de la Soude.

De ses Cendres il se forme une masse d'un gris noirâtre tirant sur le bleu, fort pesante, sonante, parsemée intérieurement de petits trous, que les gens de l'Art comparent à des yeux de Perdrix, sèche au toucher, sans odeur desagréable & d'un goût fort salé; marques qui servent de difference particulière à cette Soude pour la distinguer de toutes les autres.

Comme l'abondance, & la pureté du sel qu'il fournit fait son merite reconnu par les Marchands, ils sont fort circonspects à prendre garde que celle d'Alicante qu'ils choisissent pour l'employer à des ouvrages exquis, n'ait été altérée en brûlant le Kali d'où elle provient, par le mélange d'autres Plantes qui donnent aussi de la Soude, mais beaucoup inferieure en qualité à celle-ci.

Les Arts dans lesquels cette Soude est recherchée, sont la Verrerie, la Savonnerie & la Blanchisserie. Les Vénitiens, les François, & ceux qui se piquent de faire les Glaces les plus fines, la préfèrent à toute autre. Le Savon dans le-

78 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
quel elle entre, passe pour le plus pur & pour le plus beau.  
La Lessive qu'on en fait pour dégraisser & blanchir les  
Draps & les Etoffes est moins caustique que celle de toutes  
les autres Soudes qu'on a coutume d'employer à cet  
usage.

L'histoire des autres Plantes qui fournissent de ces espèces de sel, l'examen particulier & physique de chacune de ces Soudes, les Arts dans lesquels elles servent, & les différentes manieres de les y employer, sont d'une étendue si considerable, qu'elles me paroissent une matiere suffisante pour un autre Memoire

---

## R E C H E R C H E

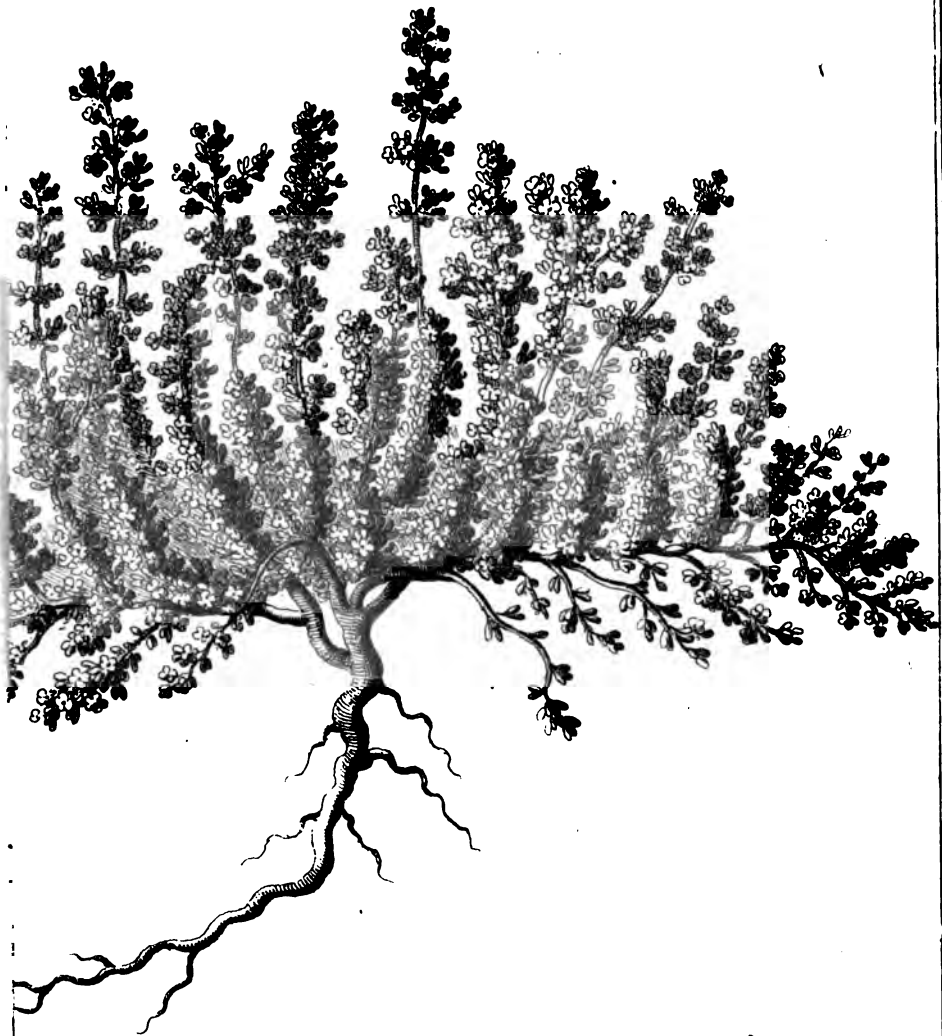
*Des Dates de l'Invention du Micrometre, des Horloges à Pendule, & des Lunettes d'approche.*

Par M. DE LA HIRE.

23 Juin  
1717.

COMME je me suis apperçû que dans les Assemblées de l'Academie on agite assés souvent quels ont été les premiers inventeurs du Micrometre & de l'Horloge à Pendule, & que chacun s'efforce de donner la préférence à ceux pour qui ils s'interessent le plus, j'ai crû que je ferois plaisir à l'Academie & aux Sçavants de donner dans ce Memoire ce que j'en ai pû découvrir de plus certain tant par les dates des impressions de ce qui en a été publié, que par les connoissances particulieres que j'en ai eues dans les liaisons que j'ai toujours entretenues avec ceux qui y avoient le plus de part, & avec nos plus anciens Mathematiciens depuis un très grand nombre d'années que je me suis appliqué à ces recherches par rapport à la Geometrie & à la Physique.

Je commence donc par le Micrometre, & je trouve que



*anicum, Supinum, annuum, sedi foliis brevibus .*

7

1

Dans les Ephemerides du Marquis Malvasia imprimées en 1662 à la page 193, en parlant de Saturne & de son Satellite, qui est celui du milieu des cinq qui accompagnent cette Planete, il nomme quelques personnes qui l'avoient déjà vû, & il ne parle point de M. Hugens, qui avoit imprimé dès l'année 1659 son Systême & ses Observations sur l'Anneau & sur le Satellite de cette Planete, ce que ce Marquis ne pouvoit pas ignorer, & qu'il ne devoit pas passer sous silence, puisqu'il y avoit déjà trois ans que M. Hugens l'avoit publié, & qu'il avoit dédié son Livre au Prince Leopold de Toscane.

C'est à cette occasion que le Marquis Malvasia rapporte à la page 196 la maniere d'observer de petites distances entre des Etoiles & des Planetes, & même le moyen de dresser une figure exacte des Taches de la Lune. Il fait un Chassis ou un Reticule avec des filets d'Argent très déliés, & il divise encore un des quarraux de l'extrémité de ce Reticulé en de plus petites parties avec ces mêmes filets, & ayant appliqué ce Reticule au foyer commun des deux Verres convexes d'une Lunette d'approche, il fait marcher une des Etoiles qui sont vers l'Equateur, sur l'un des filets, en tournant le Reticule ou la Lunette autant qu'il est nécessaire pour l'y faire convenir, & il compte à son Horloge à Pendule & à secondes combien il s'est écoulé de temps entre le passage de l'Etoile d'un filet à un autre de ceux qui sont perpendiculaires à celui sur lequel l'Etoile se meut, ce qui lui donne par ce moyen la connoissance de la quantité de minutes & de secondes de degré que contiennent les intervalles des filets du Reticule par rapport à la longueur du foyer de la Lunette.

On voit donc par-là que le Marquis Malvasia avoit une espece de Micrometre qui n'étoit pas fort different de celui que M<sup>rs</sup>. Auzout & Picard publierent en 1666, si ce n'est dans la maniere de diviser celui-ci & de le rendre très exact & très commode, en y appliquant des filets de

Vers à soye qui sont très déliés par rapport aux filets d'Argent, & de se servir d'un curseur qui se meut par une vis pour mesurer exactement des distances. Il paroît aussi que ce Marquis avoit alors une Horloge à Pendule qui marquoit les secondes, laquelle, à ce qu'il dit, avoit été trouvée à Florence quelques années auparavant.

Mais pour ce qui est du Micrometre on trouve vers la fin du Livre du Systême de Saturne de M. Hugen imprimé en 1659, c'est-à-dire, trois ans avant l'impression des Ephemerides du Marquis Malvasia, la maniere d'observer les diametres des Planetes en se servant de la Lunette d'approche, & en mettant, comme il le dit, au foyer du Verre oculaire convexe qui est aussi le foyer de l'objectif, un objet qu'il appelle *virgula*, d'une grosseur propre à comprendre l'objet qu'il vouloit mesurer, car il avertit qu'en cet endroit de la Lunette, à deux Verres convexes, on voit très distinctement les plus petits objets, & ce fut par ce moyen qu'il mesura les diametres des Planetes, comme il les rapporte après avoir connu par l'experience du passage d'une Etoile derriere ce corps combien de secondes de degré il comprenoit. Il y a si peu de difference entre la construction du Micrometre dont M. Hugen s'étoit servi, & celle du Marquis Malvasia qui ne parut que trois ans après, que celle-ci ne peut pas passer pour une découverte. Ainsi il faut demeurer d'accord qu'on est redevable à M. Hugen de l'invention du Micrometre, qu'on a perfectionné dans la suite au point où il est à present.

Pour ce qui regarde l'Horloge à Pendule, si le Marquis Malvasia a dit en 1662 qu'il avoit une Horloge à Pendule, & qu'il s'en servoit comme il le marque, c'est une date qu'on peut rapporter à ce temps-là; mais non pas ce qu'il ajoute, qu'elle avoit été trouvée à Florence quelques années auparavant, non plus que ce qui est imprimé en 1666 dans les *Saggi* de Florence où il est dit que Galilée avoit eu la pensée d'appliquer le Pendule à une Horloge,

l'âge ; mais que cela ne fut executé qu'en 1649 par son fils, sans marquer comment cette application avoit été faite. Mais si cette Horloge à Pendule étoit en usage dès l'année 1649, il n'y a pas d'apparence de croire que M. Hugens qui étoit en relation avec tous les sçavants de l'Europe, & qui étoit fort connu à Florence, eût eu la hardiesse de faire imprimer la construction de cette même Horloge à Pendule chés Adrien Ulacq à la Haye en 1658, comme une chose nouvelle, 9 ans après que cela avoit été executé à Florence, sans craindre de passer pour plagiaire, & de produire comme une nouveauté ce qui étoit déjà fort connu ; car on ne peut faire cette application du Pendule à l'Horloge que d'une seule maniere, qui est de le substituer au balancier des Horloges ordinaires, pour rectifier le mouvement de ce balancier qui est toujours fort inégal.

Il ne s'agissoit pas encore dans cette application du Pendule à l'Horloge de rectifier le mouvement propre du Pendule qu'on avoit reconnu même à Florence être fort inégal, suivant les différentes étenduës de ses vibrations, ce que M. Hugens trouva dans la suite, & qu'il fit imprimer à Paris en 1673 dans son Traité qui a pour titre *Horologium Oscillatorium*, qui est un des plus beaux ouvrages qui ait été fait sur la Geometrie dans ces derniers temps.

Cette invention des Horloges à Pendule m'engage à dire quelque chose des Horloges & des Monstres portatives, dont on rectifie le mouvement du balancier qui est fort inégal en lui-même par le moyen d'un petit ressort en spirale qui maitrise l'inégalité du balancier, ce qui est si fort en usage qu'on ne fait point de Monstres à présent que de cette maniere ; & j'en puis parler avec certitude, d'autant que c'est une affaire qui s'est passée entierement sous mes yeux. Cette invention fut proposée à Paris seulement de vive voix il y a environ 40 ans par M. l'Abbé de Hautefeuille d'Orleans fort fecond en inventions mecaniques. Aussi-tôt M. Hugens qui étoit alors à Paris, &

qui sembloit avoir quelque droit sur les Horloges rectifiées, fit, à ce qu'il disoit, des experiences avec ses pincettes à ressort dont on se sert pour le feu, & ayant remarqué que les vibrations ou mouvements des branches en étoient assés égales, il fit construire une Montre avec un ressort en spirale sur le principe du mouvement égal des vibrations d'un ressort, & il la presenta à M. Colbert. On trouva l'invention fort belle, & elle parut fort utile, car on voyoit que le mouvement du balancier étoit fort égal; mais comme M. Hugens étoit fort estimé & très bien en Cour, il lui prit fantaisie de demander le privilege de ces sortes de Montres, ce qu'il obtint très facilement. Mais ce n'étoit pas assés, il falloit encore pour faire valoir ce privilege, & en tirer du profit, dont il n'avoit pas besoin, ayant une pension du Roi fort considerable, le faire enteriner au Parlement. L'Abbé qui sçavoit ce qui se passoit, & qui se tourmentoit pour soutenir le droit de son invention, fit tant par ses raisons & par ses preuves, qu'il empêcha l'enterinement du Privilege; quelques Ouvriers des plus celebres, & qui prévoyoit bien le tort que cela pourroit leur faire, se mirent de la partie; l'affaire en resta là, & M. Hugens n'en parla plus, & l'on a toujours continué à faire toutes les Montres avec des ressorts en spirale.

J'aurois terminé mon Memoire après cette histoire, si ce n'étoit que nous avons encore dans la pratique de l'Astronomie un instrument qui n'est pas moins utile que les précédents dont je viens de parler, qui est le Quart de Cercle & ses portions dont nous nous servons pour observer les hauteurs des Astres & leurs distances entre eux, & qui portent des Lunettes d'approche au lieu des pinnules ordinaires, & je ne trouve point d'Epoque bien certaine du temps où l'on a commencé à s'en servir. Ces sortes de pinnules à Lunettes ont de très grands avantages par dessus les communes ou anciennes tant pour l'Astronomie que pour la Geographie, en ce que toutes sortes de vûes peuvent s'en servir également, & que comme les Lunettes



augmentent considérablement les objets, on les voit non seulement plus grands, mais bien plus distincts, & qu'on en peut faire les observations avec une très grande justesse. Je suis seulement surpris de ce que l'usage de ces pinnules à Lunete n'ait pas suivi de très près celui du Micrometre, car il me semble que ce n'étoit que cet instrument appliqué aux Quarts de Cercle.

On publioit ici que c'étoit de l'invention de M. Picard, & ce n'étoit pas sans fondement, c'est pourquoi je lui demandai un jour ce qui en étoit, il me répondit assés froidement que M. Auzout y avoit beaucoup de part, & je n'ai pas pû trouver au juste le temps où elles avoient été appliquées aux instruments. Je ne vois seulement que dans le Livre de la Mesure de la Terre qui fut faite par M. Picard, & qui a été imprimé en 1671, mais auquel on travailloit en 1669, où il est dit à la page 3, *qu'on s'étoit avisé depuis quelques années de mettre des Lunettes d'approche au lieu des pinnules anciennes*, & c'étoit de ces sortes de pinnules dont on se servoit alors. Je croyois trouver quelque chose touchant ces pinnules dans les Transactions Philosophiques d'Angleterre, mais je n'y ai rien remarqué qui en fit mention. Il est seulement parlé au mois de Decembre de l'année 1665, que M. Auzout demande à M. Hook de communiquer sa methode par laquelle il fait qu'une Lentille travaillée selon une sphere dont le diametre soit de 20 ou de 40 pieds, puisse servir à une Lunette de 100 pieds, & qu'en recompense il en découvrirait une autre par le moyen de laquelle on peut mesurer sur terre avec la Lunette, & ce que j'ai proposé, dit-il, à quelques personnes comme un Paradoxe, qui est de mesurer les distances des lieux d'une seule station sans se servir d'aucun instrument de Mathematique, mais il me semble que cela pouvoit s'entendre, en y employant le seul Micrometre dont M. Auzout se servoit, ou d'un Quart de Cercle avec des Lunettes au lieu des pinnules ordinaires.

Je sçai bien qu'il y a eu de celebres Astronomes &

grands Observateurs qui n'ont jamais voulu se servir de ces sortes de pinnules, quoi-qu'elles fussent en usage de leur temps, à cause que dans les commencements ils n'avoient observé qu'avec des pinnules ordinaires, parce qu'ils disoient qu'on auroit pu leur reprocher que leurs premieres observations n'avoient pas toute l'exactitude possible, puisqu'ils avoient changé de methode, ce qu'ils n'auroient pas fait s'ils avoient été bien seurs de la premiere : cette raison ne me semble pas recevable quand on ne tend qu'à la perfection de son ouvrage. D'autres ont eu plus de raison de faire quelque difficulté de se servir de ces nouvelles pinnules, en ce qu'ils disoient qu'à la verité une de ces pinnules étoit très visible & très fine, puisque ce n'étoit qu'un filet de Vers à soye, qui à grand peine seroit visible, si l'oculaire de la Lunette ne le faisoit appercevoir; mais que pour l'autre pinnule qui étoit le centre du Verre objectif, elle étoit invisible; mais nous avons répondu à cette objection, en leur démontrant qu'on n'étoit pas moins assuré de la position de cette pinnule invisible que de l'autre.

Enfin on peut dire en general que tout ce que nous avons de plus curieux & de plus utile dans les Sciences & dans les Arts soit liberaux soit mecaniques, n'a pas été trouvé d'abord dans la perfection où nous le voyons à present, & qu'une legere idée qui aura été publiée, & même assés souvent par des ignorants & comme par hazard, ceux qui avoient une profonde connoissance de la Geometrie & sur-tout de la mecanique, en ont profité & l'ont poussée dans la suite, & comme par degrés, au point de perfection, où il semble qu'elle pouvoit être portée. Mais à qui attribüerons-nous la découverte de ces inventions! Je pourrois en rapporter plusieurs exemples, & même assés considerables, mais je me contenterai d'un seul qui vient aussi à mon sujet, c'est l'invention des Lunettes d'approche.

Le fils d'un ouvrier Hollandois qui faisoit des Lunettes

à porter sur le nez, tenoit d'une main un verre convexe comme sont ceux dont se servent les Presbytes ou vieillards, & de l'autre main un verre concave qui sert pour ceux qui ont la vûë courte, & ayant mis par hazard le verre concave proche de son œil, & ayant éloigné un peu le convexe qu'il tenoit au devant, il s'apperçût qu'il voyoit au travers de ces deux verres quelques objets éloignés beaucoup plus grands & plus distinctement qu'il ne les voyoit auparavant à la vûë simple, il montra cet effet à son pere, qui en assembla aussi-tôt de semblables dans de petits tuyaux de 5 ou 6 pouces de long, & voilà la premiere découverte des Lunettes d'approche. Cette invention se divulga à même temps par tout, & ce pouvoit être en 1609, car Galilée publia ses Observations avec les Lunettes d'approche en 1610, & il dit qu'il y avoit 9 mois qu'il avoit été averti de cette découverte, comme on le peut voir dans son *Nuncius sidereus*. Mais Galilée qui étoit un bon Philosophe & curieux de découvrir les effets de la Nature en resta là, & il y a lieu de s'étonner comment avec une Lunette qu'il avoit faite de la même construction des premieres de Hollande, il avoit pû reconnoître le mouvement des Satellites de Jupiter, car cette Lunette avoit 5 pieds environ de longueur, & plus elles sont longues, plus l'espace qu'elles font appercevoir est petit.

Cependant Kepler bon Mathématicien voulut penetrer plus avant & rechercher la cause des effets de cette invention, ce qu'il fit en fort peu de temps, car il composa son Traité de Dioptrique, & il le fit imprimer en 1611, un an après le *Nuncius sidereus* de Galilée. Cet ouvrage de Kepler est très beau & très curieux, & je suis surpris que Kepler l'ait pû composer en si peu de temps, étant alors occupé à construire ses Tables Rudolphines, & il y a grande apparence qu'il n'y avoit pas pensé avant 1610.

M. Descartes vint ensuite, & imprima sa Dioptrique en 1637, qui est un très bel ouvrage, où il pousse fort loin ses recherches & ses démonstrations sur la vision &

sur la figure que doivent avoir les Lentilles pour en composer des Lunettes, & il s'arrête enfin à construire une très grande Lunette avec un verre convexe pour objectif & un concave pour oculaire dont il n'auroit pû faire aucun usage, à cause qu'il n'auroit pû voir qu'un espace presque insensible de l'objet. M. Descartes ne pensa pas à l'avantage qu'il pouvoit retirer de la combinaison d'un verre convexe pour objectif & d'un autre convexe pour oculaire, ce que ses figures lui montroient clairement, & sans cela ni les grandes Lunettes ni les petites n'auroient été d'aucun usage pour faire des découvertes dans le Ciel & pour l'observation des Angles; & comment se peut-il faire que M. Descartes ignorât ce que Kepler avoit remarqué dans la proposition 86 de sa Dioptrique, où il dit, en parlant de la combinaison des Lentilles ou des Verres lenticulaires; *Duobus convexis majora & distincta prestare visibilia, sed everso situ*. Mais ce n'étoit pas son défaut que de passer son temps à lire les ouvrages des autres, & il étoit assés occupé de ses propres idées & à ses experiences. C'est donc en 1611, qui est la date de la Dioptrique de Kepler, qu'on doit fixer l'époque de la Lunette à deux verres convexes, & non pas à celle du Livre qui a pour titre *Oculus Eliæ & Enoch* par le P. de Reita Capucin Allemand qui ne vint que long-temps après: il est pourtant vrai de dire que ce Pere, après avoir parlé des Lunettes à deux Verres convexes, met au devant de cette Lunette une autre petite Lunette composée aussi de deux Verres convexes, laquelle renverse le renversement de la premiere, & fait paroître les objets dans leur position naturelle, ce qui est fort commode, mais peu utile pour les Astres, en comparaison de la clarté & de la distinction qui paroît bien plus grande avec deux seuls Verres qu'avec quatre, à cause de l'épaisseur des quatre Verres & des huit superficies qui ont toujours trop d'inégalités & de défauts.

Cependant on a été fort long-temps, à ce qu'il me semble, sans mettre en usage les Lunettes à deux Verres con-

vexes, & je ne croi pas que ce soit avant l'invention du Micrometre, où l'on a vû qu'elles sont utiles à cause du foyer commun de ces deux Verres où les plus petits objets paroissent très distinctement.

Je ne m'arrête point à ce que dit J. B. Porta dans sa Magie naturelle, où quelques-uns ont cru appercevoir qu'il avoit trouvé l'invention des Lunettes d'approche, ce que Kepler remarque dans sa Dioptrique, mais il ne semble pas en demeurer d'accord, & d'ailleurs il y a grande apparence que cela auroit été fort public, car Porta dit qu'il avoit communiqué son invention à plusieurs de ses amis qui avoient la vûë trop foible ou trop courte, & qui s'en étoient bien trouvés, car ses propres paroles semblent prouver le contraire ; *Si utrumque*, dit-il, en parlant des Verres convexes & concaves, *rectè componere noveris & longinqua & proxima clara videbis*. Or il est certain que les Lunettes d'approche ne font point voir distinctement les objets proches comme seroit l'écriture d'un Livre, mais je croirois plutôt qu'il ne vouloit dire autre chose que d'appliquer le Verre convexe contre le concave pour ôter à l'un ce qu'il auroit de trop de convexité ou de concavité par rapport à la nature des yeux qui en ont besoin. Et de plus ce Livre avoit été imprimé par Plantin dès l'année 1561, & réimprimé à Naples en 1580, & il y a peu d'apparence qu'une invention aussi utile & aussi connue comme pouvoit être celle des Lunettes d'approche, eut été négligée & ensevelie dans l'oubli pendant près de 50 ans, jusqu'à la découverte qui s'en fit en Hollande.

**LIGNES SUIVANT LESQUELLES**  
*des Arbres doivent être plantés pour être vûs deux à deux aux extremités de chaque ordonnée à ces lignes, sous des angles de sinus donnés, par un œil donné de position arbitraire au dessus du plan sur lequel on veut planter ces Arbres.*

Par M. VARIGNON.

20 Fevrier  
1717:

**J**E rencontraï, il y a quelques jours, par hazard dans mes papiers un Ecrit qui me fit resouvenir qu'autrefois feu M. Carré de cette Academie, me demanda suivant quelles lignes il faudroit planter des Arbres pour que d'un certain point donné ils parussent en lignes droites paralleles entre elles, au lieu que plantés sur de telles paralleles, ils paroissent tellement l'être sur des lignes concourantes du côté où ils s'éloignent de l'œil, que les deux rangées en paroissent concourir & se joindre dans un grand éloignement.

Ma réponse fut que la solution de cette question dépendoit d'une physique encore contestée touchant la maniere dont nous jugeons à l'œil de la grandeur des objets, & que cette question seroit facile à resoudre si ce jugement n'étoit fondé que sur les angles sous lesquels les objets sont vûs. M. Carré m'apprit que le P. Fabry dans son Optique avoit dit que ces deux rangées d'Arbres devoient être sur des hyperboles opposées pour les faire paroître en lignes droites paralleles entr'elles. Il est vrai que cet Auteur le dit dans le corol. 2. de la prop. 7. de son Optique, mais sans le démontrer, & en supposant que *les angles sous lesquels les objets sont vûs, sont proportionnels aux grandeurs apparentes de ces objets*: maxime selon lui des plus communes en Optique, & qu'il tâche de prouver

ver dans cette prop. 7. Le P. Taquet suppose aussi cette maxime qu'il tâche pareillement de prouver à sa manière dans la prop. 3. liv. 1. de son Optique ; & suivant cela il démontre dans la prop. 48. de ce liv. 1. que les deux lignes ici requises doivent être effectivement deux hyperboles opposées ; mais par une synthèse si longue, dépendante de la doctrine des Sections Coniques considérées dans le Cone, qu'il me prit envie de chercher cette solution par l'Analyse qui me la donna tout d'un coup sans y employer qu'une simple analogie qui saute aux yeux, ainsi qu'on le va voir dans l'art. 1. du scholie du premier des problèmes suivants ; lequel scholie, aussi-bien que l'exemple 1. de ce problème 1. fera voir que supposé la maxime précédente, si l'on plante des Arbres non seulement le long de deux hyperboles opposées, mais aussi le long de tant d'hyperboles qu'on voudra supposer en même plan, opposées ou non, toutes de sommets placés en différents points d'un même axe, toutes de même centre qui soit le point où leur plan seroit rencontré par la perpendiculaire menée de l'œil sur lui, & toutes de même axe conjugué double de la distance de l'œil à ce plan ; cet œil ainsi donné de position quelconque au dessus de ce plan, verroit tous ces Arbres comme sur autant de lignes droites parallèles entre elles, qu'il y en auroit de telles rangées hyperboliques, s'il pouvoit voir tous ces Arbres par le pied, ainsi qu'on le suppose par tout dans la suite.

Ce n'est-là qu'un cas du premier des problèmes suivants, que je résolus en général par l'analyse pour les sinus de toutes sortes d'angles visuels dans le temps que cette question me fut proposée ; & le brouillon s'en étant présenté à moi depuis quelques jours, en cherchant autre chose dans mes papiers, il m'est venu en pensée de généraliser encore davantage cette question de la manière qu'on le verra dans les autres problèmes suivants, non seulement pour déterminer deux lignes, le long desquelles on pourroit planter des Arbres dont les deux opposés ( que j'ai

*Mem. 1717.*

. M

pelleraï simplement *opposés deux à deux*) d'une rangée à l'autre sur chacune des perpendiculaires à l'axe commun de ces deux rangées (dont une sera, si l'on veut, cet axe lui-même) y paroîtront sous des angles de sinus quelconques à un œil donné de position arbitraire au dessus du plan sur lequel on voudroit planter ces Arbres; mais encore pour y faire servir des Arbres déjà plantés le long d'une ligne quelconque de nature connue. Et là j'ai trouvé que les rangées hyperboliques d'Arbres ne sont pas les seules qui en puissent faire paroître tous les opposés deux à deux sous des angles égaux, & qu'une infinité d'autres courbes deux à deux sont capables du même effet: sçavoir qu'une d'elles étant donnée à volonté, on en pourra toujours trouver une autre qui avec elle produira cet effet de faire paroître sous des angles égaux les Arbres opposés rangés sur elles.

Enfin pour m'accommoder en quelque façon, & autant que le calcul le peut permettre, à l'opinion de ceux qui veulent qu'outre les angles visuels, les distances de l'œil aux objets entrent aussi dans la mesure des grandeurs apparentes de ces objets; ce qui paroît d'autant plus vraisemblable, qu'à distances égales les objets paroissent d'autant plus grands qu'ils sont vus sous de plus grands angles; & qu'à angles visuels égaux les objets paroissent aussi d'autant plus grands qu'ils sont plus éloignés de l'œil: pour m'accommoder (dis je) à cette autre hypothese autant que le calcul le peut permettre, je vas aussi faire entrer les distances des objets avec les sinus de leurs angles visuels dans la mesure de leurs apparences; lesquels sinus, en fait d'angles égaux, reviennent au même que ces angles; & en fait d'inégaux, ne s'éloignent peut être pas plus des apparences que si l'on y employoit ces angles eux-mêmes qui sont ici tous aigus. Quoi qu'il en soit ce n'est que pour essayer cette hypothese & la précédente des grandeurs apparentes en raison simple de leurs angles visuels, que je les vas employer ici, sans prendre aucun parti pour elles:



ainsi ce seront ici du moins des vérités géométriques qui donneront tout, & même plus que ne promet le titre de ce Memoire-ci, où l'on ne s'engage qu'à des sinus, au lieu d'angles sans y parler des distances des objets que ces vérités comprendront aussi.

## PROBLEME I.

*Trouver deux lignes sur un terrain ou plan donné, le long desquelles des Arbres étant plantés, les opposés deux à deux d'une rangée à l'autre, paroîtroient sous des angles de sinus quelconques à un œil donné de position arbitraire au dessus de ce plan.*

## SOLUTION.

I. Soit  $BC$  la droite sur laquelle on veut planter les deux premiers Arbres opposés de l'une à l'autre de deux rangées à tracer du côté de  $OO$  sur le plan proposé;  $A$ , l'œil donné de position arbitraire au dessus de ce plan, sur lequel tombe en  $F$  la perpendiculaire  $AF$ ; duquel point  $F$  soit sur le même plan la droite  $FO$  perpendiculaire à  $BC$  en  $G$  du côté de  $OO$  où l'on veut planter les Arbres, dont une rangée soit  $GO$ , & l'autre sur la ligne  $BYO$  qu'il faut trouver telle qu'ayant mené les droites  $AG$ ,  $AB$ ,  $AX$ ,  $AY$ , aux extrémités des ordonnées parallèles  $GB$ ,  $XY$ , ces intervalles d'Arbres plantés à leurs extrémités, ou les opposés deux à deux de ces Arbres plantés aux extrémités de chacune de ces ordonnées, paroissent tous à l'œil  $A$  sous des angles  $GAB$ ,  $XAY$ , dont les sinus soient les ordonnées correspondantes  $GH$ ,  $XS$ , d'une courbe quelconque  $HSO$ , desquels le sinus total soit plus grand que la plus grande de ces ordonnées; ce qui fait voir que cette courbe  $HSO$  ( que j'appelleray *courbe des sinus* ) devroit avoir une asymptote qui fust  $GO$ , ou  $QO$  parallèle à  $GO$ , si les rangées d'Arbres étoient infinies, pour que le sinus total  $r$  soit fini. Les lignes  $GO$ ,  $BYO$ , le long desquelles ces Arbres doivent être plantés, s'appelleront *lignes de rangées*.

FIG. I.

II. Pour trouver la seconde  $BYO$  de ces lignes, sur laquelle & sur son axe  $GO$  il faut planter les Arbres, on doit considérer que  $AF$  perpendiculaire (*art. 1.*) au plan proposé  $OGBO$ , rendant le plan  $FAX$  perpendiculaire à celui-là, sur lequel les ordonnées  $GB, XY$ , sont (*art. 1.*) perpendiculaires à la section commune  $FO$  de ces deux plans; les angles  $AGB, AXY$ , sont droits. Ainsi ayant ici (*art. 1.*)  $GH, XS$ , pour les sinus des angles  $GAB, XAY$ , par rapport au sinus total  $r$ ; l'on y aura  $GB \cdot AB :: GH \cdot r = \frac{GH \times AB}{GB}$ . Et  $XY \cdot AY :: XS \cdot r = \frac{XS \times AY}{XY}$ .

Ce qui donne  $\frac{GH \times AB}{GB} = \frac{XS \times AY}{XY}$ .

III. Soient présentement les droites constantes données  $AG = a, AF = f, FG = g, GH = h, GB = b$ ; & les variables  $GX = x, XY = y, XS = s$ : ces noms étant supposés, les triangles  $AFG, AFX, AGB, AXY$ , rectangles (*art. 1.*) en  $F, G, X$ , auront  $AG (a) = \sqrt{ff + gg}$ , ou  $aa = ff + gg$ ,  $AX = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$ ,  $AB = \sqrt{aa + bb}$ , &  $AY = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy} = \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$ . Donc en substituant ces valeurs de  $GH, AB, GB, XS, AY, XY$ , en leurs places dans la dernière équation  $\frac{GH \times AB}{GB} = \frac{XS \times AY}{XY}$  de l'art. 2.

l'on aura ici  $\frac{h \sqrt{aa + bb}}{b} = \frac{s \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}}{y} = \frac{s \sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy}}{y} (A)$  pour une équation generale commune aux deux courbes  $HSO$  des sinus, &  $BYO$  de rangée. De sorte qu'une de ces deux courbes étant donnée, la valeur de son ordonnée indéterminée, ainsi donnée en  $x$  & en constantes, étant substituée dans cette équation generale  $A$ , la rendra particuliere à l'autre courbe: par exemple, si la courbe  $HSO$  des sinus est donnée; la valeur de son ordonnée  $s$  ainsi donnée en  $x$  & en constantes, étant substituée en sa place dans cette équation

générale  $A$ , n'y laissant plus de variables que  $x, y$ , la rendra particulière à la courbe de rangée  $BYO$ ; & réciproquement. Ce qu'il falloit trouver.

## COROLLAIRE I.

Si l'on veut presentement que  $F$ , au lieu d'être au delà de  $G$  par rapport à  $O$ , soit du côté de  $O$  par rapport à  $G$ ; ce cas rendant  $GF(g)$  negative, changera la précédente équation  $A$  en  $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s\sqrt{ff+gg-2gx+xx+yy}}{y}$  (B).

## COROLLAIRE II.

Si  $F$  étoit en  $G$ , ce cas rendant  $GF(g)=0$ , changeroit l'une & l'autre équation  $A, B$ , en  $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s\sqrt{ff+xx+yy}}{y}$  (C).

## EXEMPLE I.

I. Si l'on veut que la ligne  $H SO$  des sinus soit une ligne droite parallèle à  $GO$ ; cette hypothese rendant les sinus  $XS(s)$ ,  $GH(h)$ , des angles  $XAY, GAB$ , égaux entre eux, c'est-à-dire, par tout  $s=h$ , & tous les angles  $XAY$  égaux à  $GAB$ , changera l'équation générale  $A$  en  $\frac{\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{\sqrt{ff+gg+2gx+xx+yy}}{y}$  pour ce cas-ci; ce qui y donne  $aayy+bb yy=bbff+bbgg+2bbgx+bbxx+bb yy$ , d'où resulte  $bbgg+2bbgx+bbxx=aayy-bbff$  (soit  $ak=bf$ )  $=aayy-akkk$ ; ce qui donne  $b \times g+x=a\sqrt{yy-kk}$  (D) pour l'équation de la courbe de rangée  $BYO$  de ce cas-ci. Ce qui fait voir qu'elle y doit être une hyperbole qui ait  $F$  pour centre; son sommet à l'extrémité  $K$  de  $FK=k=\frac{bf}{a}=\frac{GB \times AF}{AG}$  parallèle à  $GB$ ; & son axe conjugué  $=2f=2AF$ .

FIG. III. II. Il est visible que si  $F$  étoit du côté de  $O$  par rapport à  $G$ , comme dans le corol. 1. ce cas rendant  $FG$  ( $g$ ) negative de positive qu'elle étoit dans le précédent art. 1. l'équation  $D$  de cet art. 1. se changeroit ici en  $b \times x - g = a \sqrt{yy - kk}$  ( $E$ ); ce qui fait voir que la courbe de rangée  $BYO$  y devroit être la même hyperbole que dans l'art. 1. mais de sommet  $K$  placé comme ici du côté de  $O$  par rapport à  $B$ , au lieu que ce sommet  $K$  étoit de l'autre côté de  $B$  dans l'art. 1.

FIG. IV. III. Si enfin  $F$  étoit en  $G$ , comme dans le corol. 2. ce cas rendant  $FG$  ( $g$ )  $= 0$ , changeroit pour ici l'une & l'autre des équations  $D$ ,  $E$ , des précédents art. 1. 2. en  $bx = a \sqrt{yy - kk}$ . Ce qui fait voir que la courbe de rangée  $BYO$  seroit encore ici la même hyperbole que dans ces art. 1. 2. mais de sommet  $K$  presentement placé en  $B$ , au lieu que là il étoit de part ou d'autre de ce point  $B$ . Ce troisième cas est celui que le P. Taquet a démontré à sa maniere.

E X E M P L E I I.

FIG. V. Si l'on veut que  $s = \frac{h \sqrt{aa + bb}}{\sqrt{aa + bb + 2gx + xx}}$  soit l'équation de la courbe  $HSO$  des sinus  $XS$  ( $s$ ) des angles visuels  $XAY$  correspondants; la substitution de cet valeur de  $s$  dans l'équation  $A$  de la solution, la changera en  $\frac{1}{b} = \frac{\sqrt{aa + 2gx + xx + yy}}{y \sqrt{aa + bb + 2gx + xx}}$ , qui donne  $aa yy + bb yy + 2gxyy + xxyy = aabb + 2bbgx + bbxx + bbyy$ , ou  $aayy + 2gxyy + xxyy = aabb + 2bbgx + bbxx$ , dont le tout divisé par  $aa + 2gx + xx$ , rend  $yy = bb$ , ou  $y = b$ , c'est-à-dire par tout  $XY(y) = GB(b)$ : ce qui fait voir que la ligne de rangée  $BYO$  devroit être ici droite parallele à  $GO$  autre ligne (*hyp.*) de rangée. D'où il suit que des Arbres plantés le long de deux lignes droites pas

# DES SCIENCES.

93

rales entre elles, sur une desquelles tomberoit  $AF$  (en quelque endroit que ce fût) menée de l'œil  $A$  perpendiculairement à leur plan ; les opposés deux à deux en  $X$ ,  $Y$ , ou leurs intervalles  $XY$ , paroîtroient par tout à cet œil  $A$  sous des angles  $XAY$  dont les sinus ( $s$ ) seroient entre eux comme les fractions correspondantes

$$\frac{h\sqrt{aa+bb}}{\sqrt{aa+bb+2gx+xx}}, \text{ c'est-à-dire (à cause de } h\sqrt{aa+bb}$$

constante) en raison réciproque des grandeurs correspondantes  $\sqrt{aa+bb+2gx+xx}$  : Desorte qu'à une distance infinie  $AX$  qui rend alors  $GX(x)$  infinie, & en consequence  $h\sqrt{aa+bb}$  nulle par rapport à

$\sqrt{aa+bb+2gx+xx}$  qui alors seroit  $=x$ , rendant aussi là l'angle visuel  $XAY$  nul ; ces deux rangées parallèles d'Arbres paroîtroient y concourir, & les opposés deux à deux, s'approcher de plus en plus l'un de l'autre jusques-là, c'est-à-dire, à mesure qu'ils seroient plus éloignés de l'œil.

Ce qu'on voit de la rangée droite  $BO$  par rapport à sa parallèle  $GO$ , se dira de même de toute autre rangée  $CO$  parallèle aussi à  $GO$  distante d'elle de la valeur de  $GC = GB$ , & rencontrée en  $Z$  par les droites  $YXZ$  vues sous des angles  $YAZ$  dont la corde de chacun sera double du sinus  $s$  de sa moitié  $XAY$  ; & conséquemment dont les cordes seront entre elles comme ces sinus correspondants. Ainsi les Arbres opposés deux à deux sur ces deux rangées parallèles  $BO$ ,  $CO$ , paroîtroient aussi à l'œil  $A$  comme s'approcher l'un de l'autre à mesure qu'ils s'éloigneroient de cet œil, & ces deux rangées comme devant concourir à une distance infinie de lui, de même qu'on le vient de voir des Arbres opposés deux à deux sur les deux rangées parallèles  $BO$ ,  $GO$ , & de ces deux rangées aussi.

Il est encore manifeste que les mêmes apparences arriveroient quelque fût la distance  $GC$  de  $CO$  à sa parallèle

$GO$ ; puisque si l'on prend  $GC = c$  quelconque, la substitution de  $c$  au lieu de  $b$  dans tout ce qui précède, démontrera de  $CO$  tout ce qu'on vient de voir de  $BO$ , quand même  $CO$  seroit du côté de  $BO$  par rapport à  $GO$ . Ainsi en quelque endroit que l'œil  $A$  soit placé au dessus du plan de tant de rangées paralleles qu'on voudra, d'Arbres qu'on puisse voir tous par le pied, comme on le suppose par tout ici; cet œil  $A$  verra toujours diminuer les intervalles des Arbres opposés deux à deux, ou de ces rangées paralleles, à mesure qu'il en sera plus éloigné, & elles comme devant concourir ensemble à une distance infinie de lui.

*Ceci est une experience de tout le monde par rapport à deux rangées d'Arbres plantés à l'ordinaire le long de deux lignes droites paralleles entre elles, en quelque endroit que l'œil soit placé d'où il puisse voir entre elles: tout le monde a (dis-je) expérimenté en regardant ainsi entre deux allées d'Arbres paralleles entre elles, que les intervalles en paroissent diminuer à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'œil; & ces deux rangées paralleles s'approcher ainsi l'une de l'autre jusqu'à paroître devoir enfin concourir à une distance infinie de l'œil. Mais je ne sçais point qu'on eût encore déterminé les sinus ou les cordes des angles sous lesquels les intervalles de ces deux rangées paralleles, ou ceux des Arbres opposés deux à deux sur elles aux extremités de chacun de ces intervalles, paroissent ainsi diminuer à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'œil.*

*Ces deux Exemples suffisent pour faire voir comment l'on en peut résoudre une infinité d'autres par le moyen de l'équation A de la solut. du précédent prob. 1.*

## S C H O L I E.

FIG. VL. I. Voici presentement comment le cas des hyperboles des PP. Fabri & Taquet, conclu de la solution précédente dans l'exemple 1. peut encore se résoudre sans elle par le moyen d'une simple Analogie. Ce cas étant de sçavoir qu'elle

qu'elle doit être la ligne de rangée  $BYO$  pour que les intervalles  $GB$ ,  $XY$ , des Arbres opposés deux à deux sur elle & sur son axe  $GO$ , paroissent tous à l'œil  $A$  sous des angles égaux  $GAB$ ,  $XAY$ ; les triangles rectangles  $AXY$ , alors semblables tous au rectangle  $AGB$ , donneront tous

$XY (y)$ .  $AX (\sqrt{ff+gg+2gx+xx}) :: GB (b)$ .  $AG (a)$ . Ce qui seul donne  $aayy = bb$

$\times ff+gg+2gx+xx$ , ou  $bb \times gg+2gx+xx = aayy - bbf$  (soit  $ak = bf$ )  $= aayy - aakk$ ,

d'où résulte  $b \times g + x = a \sqrt{yy - kk}$ , qui est l'équation hyperbolique  $D$  trouvée pour la courbe  $BYO$  de ce cas-ci dans l'art. 1. de l'exemp. 1. D'où l'on voit encore, comme dans cet exemp. 1. que des Arbres plantés le long d'une telle courbe, & de la droite  $GO$ , aux extrémités de chacune des ordonnées  $GB$ ,  $XY$ , &c. de cette hyperbole; les opposés deux à deux y paroistroient tous sous des angles égaux à l'œil fixe en  $A$ , soit que la perpendiculaire  $AF$  qui en seroit menée sur le plan de ces deux rangées d'Arbres, tombât de part ou d'autre de  $G$  sur la droite  $GO$ , ou en ce point  $G$ .

II. Puisque (art. 1. & exemp. 1.) des Arbres plantés le long de cette hyperbole  $BYO$ , & de la droite  $GO$ , les opposés deux à deux, y paroistroient par tout à l'œil  $A$  sous des angles égaux  $GAB$ ,  $XAY$ ; il est manifeste que si l'on plante aussi des Arbres le long de l'hyperbole  $CZO$  opposée à celle-là, non seulement chacun d'eux, & son opposé sur la droite  $GO$ , paroistroient de même par tout à l'œil  $A$  sous des angles égaux  $GAC$ ,  $XAZ$ ; mais encore les opposés deux à deux sur ces deux hyperboles opposées  $BYO$ ,  $CZO$ , y paroistroient aussi à ce même œil  $A$  sous des angles  $BAC$ ,  $YAZ$ , tous égaux entre eux, puisque chacun de ceux-ci seroit double de chacun de ceux-là. D'où l'on voit que si l'on prend les angles visuels pour la mesure des distances apparentes, suivant la maxime ordinaire des

Opticiens, adoptée par les PP. Fabri & Taquet, non seulement l'œil  $A$  verra comme-en lignes droites paralleles entre elles, les deux rangées hyperboliques  $BYO$ ,  $CZO$ , de ces Arbres, ainsi que ces deux Auteurs le disent; mais encore cet œil  $A$  verroit tout à la fois ces deux rangées hyperboliques d'Arbres, & la rangée droite  $GO$  comme sur trois lignes droites paralleles entre elles, supposé qu'il pût voir tous ces Arbres par le pied comme autant de pieux enfoncés à fleur de terre sur ces trois lignes, ainsi qu'on le suppose par tout ici.

III. Je dis plus: si l'on prend la grandeur constante quelconque  $GC = c$ , & les variables  $XZ = z$  avec la constante  $m = \frac{cf}{a}$ , comme l'on a pris ci-dessus (*art. 1. & exemp. 1. art. 1.*)  $k = \frac{bf}{a}$ ; & qu'on substituë ces grandeurs  $c$ ,  $z$ ,  $m$ , au lieu de  $b$ ,  $y$ ,  $k$ , dans l'équation  $b \times g + x = a \sqrt{yy - kk}$  ( $D$ ) trouvée-là, elle se changera en  $c \times g + x = a \sqrt{zz - mm}$  qu'on y auroit trouvée de même pour l'hyperbole  $CZO$ , quelque soit le rapport de  $b$  à  $c$ , c'est-à-dire (*exemp. 1.*) quelques soient sur une même droite par  $F$ , parallele à  $BC$ , les axes transverses de ces deux hyperboles de même axe conjugué  $= 2 AF$  (*2 f*), & de même centre  $F$ , soit que ce point  $F$  de la droite  $FO$  se trouve en  $G$  ou non. D'où l'on voit que les Arbres opposés deux à deux sur l'hyperbole  $CZO$  (soit qu'elle soit, ou non, l'opposée de l'autre  $BYO$ ) & sur la droite  $GO$ , y paroïtroient encore par tout à l'œil  $A$  sous des angles  $GAC$ ,  $XAZ$ , tous égaux entre eux, de même qu'on vient de voir (*art. 1. & exemp. 1.*) que les opposés deux à deux sur l'autre hyperbole  $BYO$  & sur la même droite  $GO$ , y paroïtroient par tout à ce même œil  $A$  sous des angles  $GAB$ ,  $XAY$ , tous égaux entre eux, soit qu'ils le soient, ou non, aux égaux  $GAC$ ,  $XAZ$ . Donc ceux-ci joints à ceux-là, chacun à son correspondant, faisant des sommes égales, sçavoir par tout  $YAX + XAZ = BAG$



$\pm GAC$ ; les angles totaux  $YAZ$  seroient par tout chacun égal au total  $BAC$ . Par conséquent, soit que l'hyperbole  $CZO$  soit l'opposée ou nom de l'autre hyperbole  $BYO$ , non seulement les opposés deux à deux des Arbres plantés le long de ces deux hyperboles, paroîtroient par tout à l'œil  $A$  sous des angles  $YAZ$  égaux chacun à  $BAC$ ; mais encore ces deux rangées hyperboliques d'Arbres, & la rangée droite  $GO$ , paroîtroient à ce même œil  $A$  sur trois lignes droites parallèles entre elles, si les apparences des objets étoient en raison de leurs angles visuels, ainsi que les PP. Fabri & Taquet le supposent avec le commun des Opticiens.

IV. Je dis plus encore : de ce que les grandeurs constantes  $GB$  ( $b$ ),  $GC$  ( $c$ ), sont arbitraires, il suit du précédent art. 3. que non seulement les hyperboles  $BYO$ ,  $CZO$ , mais encore une infinité d'autres en même plan (opposées, ou non, deux à deux) qui auroient le même centre  $F$ , leurs axes transverses quelconques sur la même droite parallèle à leurs ordonnées extérieures qui seroient les intervalles des Arbres opposés sur elles, & toutes de même axe conjugué  $= 2AF$  double de la distance de l'œil  $A$  à leur plan commun; seroient propres à y planter des Arbres dont les opposés deux à deux d'une quelconque à une autre aussi quelconque de toutes ces rangées hyperboliques, y paroîtroient à l'œil  $A$  sous des angles tous égaux entre eux : de sorte que suivant la maxime des Opticiens rapportée sur la fin du précédent art. 3. cet œil fixe en  $A$ , verroit ainsi à la fois tous les Arbres plantés le long de tant de telles hyperboles qu'on voudroit en même plan, comme sur autant de lignes parallèles à  $FO$ , qu'il y en auroit de telles rangées hyperboliques de convexités tournées vers cette droite  $FO$  : & cela soit qu'on y ajoute, ou non, la rangée droite  $GO$ .

*Voilà ce que contenoit l'Ecrit fait dès le temps que le problème particulier résolu dans l'exemp. 1. & dans l'art. 1. du scholie précédent, me fut proposé. Quelque general que*

soit le précédent probl. 1. qui dans son exempl. 1. a donné la solution de celui-là, en voiti encore un plus general dont il n'est lui-même qu'un corollaire particulier.

# PROBLEME II.

FIG. VII. Des trois courbes  $BYO$ ,  $CZO$ ,  $HSO$ , à tracer sur un plan, sur les deux premières desquelles il faille planter des Arbres comme ci-dessus, & dont la troisième  $HSO$  exprime par ses ordonnées  $GH$ ,  $XS$ , les sinus des angles  $BAC$ ,  $YAZ$ , sous lesquels on veut que l'œil  $A$  donné de position quelconque au dessus de ce plan, voye d'une rangée à l'autre les opposés de ces Arbres deux à deux: de ces trois lignes (dis-je)  $BYO$ ,  $CZG$ ,  $HSO$ , deux étant données à volonté, trouver la troisième.

## SOLUTION.

I. Du point de l'œil  $A$  soit  $AF$  perpendiculaire en  $F$  au plan proposé; de ce point  $F$  sur ce plan soit mené  $FO$  du côté où l'on veut planter les Arbres, & perpendiculaire en  $G$  à  $BC$  distance arbitraire des deux à planter en  $B$ ,  $C$ ; à laquelle distance  $BC$  soient tant de parallèles  $YZ$  qu'on voudra, rencontrées en  $X$  par la droite  $FGO$ ; & en  $Y$ ,  $Z$ , par les lignes (quelles qu'elles soient)  $BYO$ ,  $CZO$ , appellées encore ici lignes de rangées, le long desquelles les Arbres doivent être plantés; & en  $S$  par la courbe  $HSO$ , qui par ses ordonnées  $GH$ ,  $XS$ , doit exprimer les sinus des angles  $BAC$ ,  $YAZ$ , sous lesquels les Arbres plantés aux extrémités de chacune des  $BC$ ,  $YZ$ , correspondantes (appellés encore ici Arbres opposés deux à deux) doivent être vus par l'œil  $A$ , laquelle courbe  $HSO$  sera encore ici appellée courbe des sinus, dont la plus grande des ordonnées répondantes à celles des lignes de rangées, sera encore ici moindre que le sinus total  $= r$ , à moins que le plus grand angle visuel ne fût droit, au lieu qu'ils seront tous ici aigus; ce qui fait voir que cette courbe  $HSO$  doit encore avoir ici une asymptote  $GO$ , ou  $QO$ .

parallèle à  $GO$  en cas de rangées d'Arbres infinies, pour que ce sinus total  $r$  soit fini, ainsi que dans la solut. du prob. 1. Soit tout le reste comme dans cette solution, à quoi soient ici ajoutées  $AC, AZ$ , avec  $GD, CM$ , perpendiculaires en  $D, M$ , sur  $AB$ ; &  $XK, ZN$ , perpendiculaires en  $K, N$ , sur  $AY$ .

II. Cela posé, l'on aura les triangles  $AGB, AXY$ , rectangles en  $G, X$ , comme dans l'art. 2. de la solut. du prob. 1. Desorte que  $GD, XK$ , étant (*hyp.*) perpendiculaires en  $D, K$ , sur  $AB, AY$ ; l'angle  $GAB$  commun aux deux triangles rectangles  $AGB, ADG$ , les rendra semblables entre eux; & l'angle  $XAY$  commun aussi aux deux triangles rectangles  $AXY, AKX$ , les rendra de même semblables entre eux. Donc on aura ici  $AB : GB :: AG : GD = \frac{AG \times GB}{AB}$ . Et  $AY : XY :: AX : XK = \frac{AX \times XY}{AY}$ . Mais les triangles  $BDG, BMC$ , que leurs angles (*hyp.*) droits en  $D, M$ , & leur angle commun  $B$ , rendent semblables entre eux, donnent  $BG : BC :: GD (\frac{AG \times GB}{AB})$ .  $CM = \frac{AG \times BC}{AB}$ . Et les triangles  $YKX, YNZ$ , que leurs angles (*hyp.*) droits en  $K, N$ , & leur angle commun  $Y$ , rendent aussi semblables entre eux, donnent de même  $YX : YZ :: XK (\frac{AX \times XY}{AY})$ .  $ZN = \frac{AX \times YZ}{AY}$ . Donc en prenant ici (*art. 1.*) les ordonnées  $GH, XS$ , de la courbe  $HSO$ , pour les sinus des angles visuels correspondants  $BAC, YAZ$ , par rapport au sinus total ( $r$ ) égal ou plus grand que la plus grande de ces ordonnées; l'on aura ici  $CM (\frac{AG \times BC}{AB}) : AC :: GH : r = \frac{AB \times AC \times GH}{AG \times BC}$ . Et  $ZN (\frac{AX \times YZ}{AY}) : AZ :: XS : r = \frac{AY \times AZ \times XS}{AX \times YZ}$ . Par conséquent  $\frac{AB \times AC \times GH}{AG \times BC} = \frac{AY \times AZ \times XS}{AX \times YZ}$  (A).

III. Soient presentement les mêmes noms que dans les art. 3. de la solut. & du schol. du prob. 1. sçavoir  $AG = a, GB = b, GC = c, AF = f, FG = g, GH = h$ ,

$GX=x$ ,  $XY=y$ ,  $XZ=z$ ,  $XS=s$ : ces noms donneront  $BC=b+c$ ,  $YZ=y+z$ ,  $aa=ff+gg$ ,  $AB=\sqrt{aa+bb}$ ,  $AC=\sqrt{aa+cc}$ ,  $AX=\sqrt{ff+gg+2gx+xx}=\sqrt{aa+2gx+xx}$ ,  $AY=\sqrt{aa+2gx+xx+yy}$ ,  $AZ=\sqrt{aa+2gx+xx+zz}$ . Donc en substituant ces valeurs de  $AB$ ,  $AC$ ,  $GH$ ,  $AG$ ,  $BC$ ,  $AY$ ,  $AZ$ ,  $XS$ ,  $AX$ ,  $YZ$ , dans la dernière équation  $A$  du précédent article 2. L'on aura ici  $\frac{h \sqrt{aa+bb} \times \sqrt{aa+cc}}{a \times b+c} =$

$$= \frac{s \sqrt{aa+2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+2gx+xx}} (B)$$

pour une équation générale commune aux trois courbes  $BYO$ ,  $CZO$ ,  $HSO$ , laquelle deviendra l'équation particulière de celle qu'on voudra de ces trois Courbes, en substituant en  $x$  & en constantes dans cette équation générale  $B$ , les valeurs des ordonnées des deux autres courbes données. *Ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRE I.

Si présentement l'on suppose que  $G$  soit en  $C$ , ou  $C$  en  $G$ ; cette hypothèse rendant  $GC(c)=0$ , changera l'équation générale  $B$  en  $\frac{h \sqrt{aa+bb}}{b}$

$$= \frac{s \sqrt{aa+2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+2gx+xx}} (D).$$

## COROLLAIRE II.

Si l'on veut que  $G$  soit par delà  $C$ , ou  $C$  du côté de  $B$  par rapport à  $G$ ; cette hypothèse rendant  $GC(c)$  négatif, changera la même équation  $B$  en  $\frac{h \times \sqrt{aa+bb} \times \sqrt{aa+cc}}{a \times b-c}$

$$= \frac{s \sqrt{aa+2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+2gx+xx}} (E), \text{ dont}$$

le supérieur —, du double signe, + fera pour ce qu'il y aura d'ordonnées  $XZ$  du costé de  $B$ , c'est-à-dire (*hyp.*) du costé de  $BYO$  par rapport à  $GO$ ; & l'inférieur —, pour ce qu'il y aura de ces ordonnées  $XZ$  du costé opposé où étoit  $C$  dans la figure présente : ce qui dépend de la nature ou du contour de la courbe  $CZO$  donnée, ou trouvée si les deux autres sont données.

## COROLLAIRE III.

Si l'on suppose  $F$  en  $G$ , tout le reste demeurant comme dans le présent problème 2. cette hypothese rendant  $FG(g) = 0$ , changera l'équation générale  $B$  en 
$$\frac{h \sqrt{aa+bb} \times \sqrt{aa+cc}}{a \times b + c} = \frac{s \sqrt{aa+ss+yy} \times \sqrt{aa+ss+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+ss}} (F);$$
 ou (à cause que cette hypothese de  $FG(g) = 0$ , rend aussi  $AG(a) = AF(f)$ ) en 
$$\frac{h \sqrt{ff+bb} \times \sqrt{ff+cc}}{f \times b + c} = \frac{s \sqrt{ff+ss+yy} \times \sqrt{ff+ss+zz}}{y+z \times \sqrt{ff+ss}} (H).$$

## COROLLAIRE IV.

Si à cette hypothese du corol. 3. l'on ajoute celle du corol. 1. Les équations  $B, D, F, H$ , se changeront également en 
$$\frac{h \sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s \sqrt{aa+ss+yy} \times \sqrt{aa+ss+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+ss}} (K),$$
 ou en 
$$\frac{h \sqrt{ff+bb}}{b} = \frac{s \sqrt{ff+ss+yy} \times \sqrt{ff+ss+zz}}{y+z \times \sqrt{ff+ss}} (L).$$

## COROLLAIRE V.

Si à l'hypothese du corol. 3. l'on ajoute celle du corol. 2. les équations  $B, E, F, H$ , se changeront également aussi en 
$$\frac{h \times \sqrt{aa+bb} \times \sqrt{aa+cc}}{a \times b - c} = \frac{s \sqrt{aa+ss+yy} \times \sqrt{aa+ss+zz}}{y+z \times \sqrt{aa+ss}}$$

$$(M); \text{ ou en } \frac{h \sqrt{ff+bb} \times \sqrt{jj+cc}}{f \times b - c} = \frac{s \sqrt{ff+xx+yy} \times \sqrt{ff+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{ff+xx}}$$

(N); dans lesquelles équations  $M, N$ , le double signe  $\mp$  signifiera la même chose que dans le corol. 2.

### COROLLAIRE VI.

Si l'on suppose  $F$  du costé de  $O$  par rapport à  $G$ ; tout le reste demeurant le même que dans le présent problème 2. cette hypothese rendant  $FG$  ( $g$ ) negatif, changera l'équation generale  $B$  en  $h \frac{Vaa+bb \times Vaa+cc}{a \times b + c}$

$$= \frac{s \sqrt{aa-2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa-2gx+xx}} (P).$$

### COROLLAIRE VII.

Si à cette hypothese du corol. 6. l'on ajoute celle du corol. 1. qui suppose  $G$  en  $C$ , ou  $C$  en  $G$ ; Les équations  $B, D, P$ , se changeront également en  $h \frac{Vaa+bb}{b}$

$$= \frac{s \sqrt{aa-2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa-2gx+xx}} (Q).$$

### COROLLAIRE VIII.

Si à l'hypothese du corol. 6. l'on ajoute celle du corol. 2. Les équations  $B, E, P$ , se changeront également aussi en

$$h \frac{Vaa+bb \times Vaa+cc}{a \times b - c} = \frac{s \sqrt{aa-2gx+xx+yy} \times \sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{y+z \times \sqrt{aa-2gx+xx}}$$

(R), dont le double signe  $\mp$  signifiera la même chose que dans les coroll. 2. 5.

### COROLLAIRE IX.

Si l'on suppose que  $CZO$  soit une ligne droite confondue avec la droite  $GO$ ; ce qui est le cas du prob. 1. Cette hypothese rendant tout à la fois  $GC$  ( $c$ )  $= 0$ , &  $XZ$

$XZ(z)=0$ ; changera pour ici l'équation generale  $B$  en  

$$\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s\sqrt{aa+2gx+xx+yy}}{y}$$
qui est l'équation  $A$

de ce prob. 1. de laquelle suivent encore ici les équations  $B$ ,  $C$ , de ses coroll. 1. 2. pour les hypotheses de ces mêmes corollaires.

*Les figures qui répondent aux cas des neuf corollaires precedens, étant aisées à imaginer sur celle du present problème 2. je les omets pour n'en pas multiplier inutilement le nombre.*

## COROLLAIRE X.

Si l'on veut, comme dans l'exemp. 1. & dans le schol. FIG. VIII.  
 du prob. 1. que les angles visuels  $BAC$ ,  $YAZ$ , & conséquemment leurs sinus  $GH(h)$ ,  $XS(s)$ ; soient tous égaux entr'eux, en sorte que  $HSO$  soit une ligne droite parallele à  $GO$ ; cette hypothese rendant ainsi par tout  $s=h$ , délivrera de ces grandeurs  $h$ ,  $s$ , toutes les précédentes équations, & les fera convenir toutes selon leurs différentes hypothese au cas ou l'œil  $A$  verroit sous des angles égaux, tous les arbres opposez deux à deux de l'une à l'autre de leurs deux rangées  $BYO$ ,  $CZO$ , desquelles une seroit encore arbitraire, & l'autre variroit selon les varietés de celle-là. Ce qui fait voir qu'une infinité d'autres lignes que des hyperboliques trouvées dans l'ex. 1. & dans le Sch. du prob. 1. seroient propres à faire que des arbres plantés sur elles, les opposez deux à deux d'une de ces deux rangées à l'autre, parussent tous à l'œil  $A$  sous des angles égaux,  $BAC$ ,  $YAZ$ , &c.

Voici quelques exemples de tout cela, dans lesquels une des deux courbes de rangées  $BYO$ ,  $CZO$ , par exemple celle-ci  $CZO$ , étant donnée avec  $HSO$ , qu'on suppose ici être une ligne droite parallele à  $GO$ ; on trouvera l'autre courbe de rangée  $BYO$  telle que conformément à cette double hypothese, les sinus  $GH(h)$ ,  $XS(s)$  des angles

*Mem. 1717.* O

106 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
visuels  $BAC$ ,  $YAZ$ , seront tous égaux entr'eux, & con-  
séquentement aussi ces angles.

# E X E M P L E I.

Si outre  $s=h$ , on veut que  $z=\frac{c}{a}\sqrt{aa+2gx+xx}$   
soit l'équation de la courbe de rangée  $CZO$ , laquelle équation  
se changera en  $z=\frac{c}{a}$  en prenant  $tt=aa+2gx+xx$ ; & si pour abréger davantage le calcul, on prend  
de plus  $p=\sqrt{aa+bb}$ ,  $q=\sqrt{aa+cc}$ ,  $e=b+c$ :  
la substitution de toutes ces valeurs dans l'équation générale  
 $B$  de la solution précédente, changera cette équation  
en  $\frac{pq}{ae}=\frac{s\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+zz}}{ty+tz}$ , qui dans le cas présent

de  $s=h$ , deviendra  $\frac{pq}{ae}=\frac{\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+zz}}{ty+tz}$ ; laquelle  
équation ( en y substituant la dernière valeur de  
 $z=\frac{c}{a}$  ) deviendra pour ici  $\frac{pq}{ae}=\frac{\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+\frac{cc}{a}}}{ty+\frac{c}{a}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{s\sqrt{tt+yy}\sqrt{aa+cc}}{aty+ctt} \text{ ( à cause de } q=\sqrt{aa+cc} \text{ ) } = \\ &= \frac{q\sqrt{tt+yy}}{ay+ctt}, \text{ d'où résulte } apy+pcct=ae\sqrt{tt+yy}, \\ &\text{dont le quarré est } aappyy+2appcty+ppcctt= \\ &aacett+aaee yy; \text{ ce qui donne } aappyy-aaee yy+2appcty=aaeett-ppcctt, \text{ ou } yy+ \\ &\frac{2appcty}{aapp-aaee}=\frac{aaee-ppcc}{aapp-aaee}\times tt, \text{ ou bien aussi } yy+ \\ &\frac{2appcty}{aapp-aaee}+\frac{aaecp^2t}{aapp-aaee}=\frac{aaee-ppcc}{aapp-aaee}\times tt+\frac{aaecp^2t}{aapp-aaee} \\ &= \frac{a^2p^2cc-aap^2cc-a^2e^2+aaeepp+aacp^2}{aapp-aaee}\times tt; \\ &= \frac{a^2p^2cc-a^2e^2+aaeepp}{aapp-aaee}\times tt, \text{ dont la racine quarrée est } \\ &y+\frac{appct}{aapp-aaee}=\frac{ae\sqrt{aapp-aaee+ccpp}}{aapp-aaee}; \text{ ce qui donne } \\ &y=\frac{ae\sqrt{aapp-aaee+ccpp-cpp}}{aapp-aaee}\times t(S). \end{aligned}$$



Or venant de supposer  $pp = aa + bb$ , &  $e = b + c$ ,  
 l'on aura  $aapp = a^4 + aabb$ ,  $aaee = aabb + 2aabc$   
 $+ aacc$ ,  $ccpp = aacc + bbcc$ ,  $cpcp = aac + bbc$ ;  
 $app = a^3 + abb$ ,  $ae = abb + 2abc + acc$ ; ce qui  
 donne  $aapp - aaee + ccpp = a^4 + aabb - aabb$   
 $- 2aabc - aacc + aacc + bbcc = a^4 - 2aabc$   
 $+ bbcc$ , &  $app - ae = a^3 + abb - abb - 2abc$   
 $- acc = a^3 - 2abc - acc$ . Donc en substituant ces  
 valeurs dans la dernière équation  $S$ , l'on y aura  $y =$   

$$\frac{b + cx \sqrt{a^4 - 2aabc + bbcc - aac - bbc}}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{b + cx \sqrt{a^4 - 2aabc - acc - bbc}}{a^3 - 2abc - acc} \times t$$
  

$$\times t = \frac{aab + aac - bbc - bcc - aac - bbc}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{aab - 2bbc - bcc}{a^3 - 2abc - acc} \times t$$
  

$$= \frac{b}{a} \times t$$
. Par conséquent ayant pris  $t = \sqrt{aa + 2gx + xx}$ ,  
 l'on aura ici  $y = \frac{b}{a} \sqrt{aa + 2gx + xx}$  pour l'équation  
 de la courbe de rangée  $BYO$  pendant que  $z = \frac{f}{a}$   
 $\sqrt{aa + 2gx + xx}$  sera l'équation de l'autre courbe de ran-  
 gée  $CZO$ , & que la ligne  $HSO$  des sinus sera droite pa-  
 rallele à  $GO$ ; & si au lieu de  $aa$  on substitue sa valeur  
 (solut. art. 3.)  $ff + gg$  dans ces deux expressions de  $y, z$ ,  
 elles deviendront  $y = \frac{b}{a} \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$ , &  
 $z = \frac{c}{a} \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$ . D'où l'on voit, comme  
 dans l'art. 1. de l'ex. 1. du prob. 1. que ces deux cour-  
 bes  $BYO, CZO$ , seroient ici deux hyperboles, telles qu'on  
 les a marquées dans le sch. de ce prob. 1. & que dans le  
 cas présent de sinus égaux  $GH(h), XS(s)$ , & consé-  
 quemment (art. 1.) d'angles visuels  $BAC, YAZ$ , tous  
 égaux entr'eux, lors qu'une des rangées d'arbres  $CZO,$   
 $BYO$ , est hyperbolique, l'autre l'est aussi toujours, soit  
 qu'elle soit l'opposée ou non de celle-là; ayant toutes deux le  
 même centre dans la perpendiculaire menée de l'œil à leur  
 plan commun, leurs axes transverses quelconques ou leurs  
 sommets aussi quelconques sur la même droite, & le même  
 axe conjugué double de la distance de l'œil à leur plan : le

108 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 tout comme dans l'ex. 1. & dans le sch. du prob. 1.

E X E M P L E I I.

FIG. IX. Si outre la supposition de  $XS(s) = GH(h)$ , on veut que la courbe de rangée  $CZO$  soit une parabole dont l'équation soit  $ez = xx$ , ou  $z = \frac{xx}{e}$ , qui exigeant  $C$  en  $G$ , rend  $CG(c) = 0$ ,  $b + c = b$ ,  $\sqrt{aa + cc} = a$ ; & qu'on prenne encore ici comme dans l'ex. 1.  $p = \sqrt{aa + bb}$ , &  $tt = aa + 2gx + xx$ : la substitution de ces valeurs dans les équations  $B, D$ , de la solut. & du corol. 1. les changera également pour ici en  $y = \frac{abcexaa + 2gx + xx + abx + -aa - bbxxx\sqrt{aa + 2gx + xx}}{aaexaa + 2gx + xx - bbx +}$   
 $\times \sqrt{aa + 2gx + xx}$ , qui sera l'équation de la courbe de rangée  $BYO$  dans l'hypothese des sinus  $GH(h)$ ,  $XS(s)$ , des angles visuels  $BAC, YAZ$ , tous égaux entr'eux, l'autre courbe de rangée  $CZO$  étant un parabole ordinaire touchée en son sommet  $C$  par la droite  $GO$ . Le calcul de cet exemp. 2. se fera de même que celui de l'exemp. 1. la longueur m'empêche de l'ajouter ici où il suffit de voir que deux lignes de rangées hyperboliques ne sont pas les seules sur lesquelles des arbres étant plantés, les opposés deux à deux puissent paroître à l'œil  $A$  sous des angles égaux. Le present prob. 2. en pouvoit encore fournir plusieurs exemples, dont une des courbes de rangées seroit encore à volonté.

*Voici presentement pour ce qui concerne l'opinion de ceux qui outre les angles visuels dont le commun des Opticiens se contente, font aussi entrer les distances de l'œil aux objets dans la mesure de leurs grandeurs apparentes, prétendant que ces angles visuels ne sont proportionnels à ces grandeurs, que lorsque les objets sont également éloignés de l'œil; & que quand ces angles sont égaux, les grandeurs apparentes sont comme les distances de l'œil à ces mêmes objets: pensée suivant laquelle les grandeurs apparentes des objets seroient en raison composée des angles sous lesquels l'œil verroit ces objets, & de leurs distances à cet œil.*

A la figure que voici du probl. & laquelle va signifier ici les mêmes choses que là, soit ajoutée la courbe quelcon- FIG. X.  
que *PVO* que j'appellerai *Courbe des apparences*, les or-  
données *GP*, *XV*, devant exprimer dans la suite les ap-  
parences des intervalles *GB*, *XY*, d'arbres opposés deux  
à deux sur les lignes de rangées *GO*, *BYO*, & vus par l'œil  
fixe *A* sous les angles correspondans *GAB*, *XAY*, de si-  
nus exprimés par les ordonnées correspondantes *GH*, *XS*,  
de la courbe *HSO*, par rapport au sinus total *r* égal ou  
plus grand que la plus grande de ces ordonnées.

Cela posé, puisque l'on suppose ici les apparences *GP*,  
*XV*, en raison composée des angles visuels correspondans  
*GAB*, *XAY*, & des distances correspondantes *AG*, *AX*,  
des intervalles *GB*, *XY*, vus sous ces angles par l'œil *A*  
donné de position quelconque au-dessus de leur plan ; si  
pour accommoder cette hypothèse au calcul on substitue  
les sinus *GH*, *HS*, de ces angles *GAB*, *XAY*, en leurs  
places ; ce qui en fait d'angles aigus tels que seront les visuels  
du problème suivant, approche peut-être autant du vrai que  
ces angles eux-mêmes ; & ce qui en fait d'angles égaux, revient  
au même : cette hypothèse donnera  $GP \cdot XV :: GH \times AG$ ,  
 $XS \times AX$ . Et conséquemment  $GP \times XS \times AX = XV \times GH$   
 $\times AG$  (*A*), d'où résulte  $GH \cdot XS :: GP \times AX \cdot XV \times AG$ .

## PROBLÈME III.

Dans cette hypothèse, une des trois courbes *BYO*, *HSO*,  
*PVO*, étant donnée à volonté, trouver les deux autres.

## SOLUTION.

I. La perpendiculaire *AF* (*hyp.*) au plan *OGPO* de  
ces trois courbes, rendant les triangles *AGB*, *AXY*, rec-  
tangles en *G*, *X* ; si l'on prend encore ici *r* pour le sinus  
total, l'on y aura  $AB \cdot GB :: r \cdot GH = \frac{r \times GB}{AB}$ . Et  $AY$ ,  
 $XY :: r \cdot XS = \frac{r \times XY}{AY}$ . Or la présente hypothèse donne  
 $GH \cdot XS :: GP \times AX \cdot XV \times AG$ . Donc  $GP \times AX$

$XV \times AG :: \frac{1 \times GB}{AB} \cdot \frac{1 \times XY}{AY} :: GB \times AY. AB \times XY$ . Par conséquent  $GP \times AX \times AB \times XY = XV \times AG \times GB \times AY (B)$ .

II. Soient présentement  $GP = p$ ,  $XV = u$ , avec les noms assignés dans l'art 3. de la solut. du prob. 1. sçavoir  $AG = a$ ,  $AF = f$ ,  $FG = g$ ,  $GH = h$ ,  $GB = b$ ,  $GX = x$ ,  $XY = y$ ,  $XS = s$ ; d'où résultent  $AG (a) = \sqrt{ff + gg}$ ,  $AB = \sqrt{aa + bb}$ ,  $AX = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$   
 $= \sqrt{aa + 2gx + xx}$ , &  $AY = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy}$   
 $= \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$ .

1°. Ces noms étant substitués dans l'équation  $B$  du précédent art. 1. la changeront en l'analytique  $py \times \sqrt{aa + bb} \times \sqrt{aa + 2gx + xx} = abu \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$  ( $C$ ) commune aux deux courbes  $BYO$ ,  $PVO$ ; laquelle par conséquent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera toujours l'autre.

2°. En substituant aussi dans l'équation  $A$  de l'hypothèse, ceux de ces noms qui lui conviennent, elle deviendra de même l'analytique  $ps \sqrt{aa + 2gx + xx} = ah u$  ( $D$ ) pareillement commune aux deux courbes  $HSO$ ,  $PVO$ ; laquelle par conséquent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera aussi toujours l'autre.

III. Donc (art. 2. nomb. 1. 2.) de ces trois courbes  $BYO$ ,  $PVO$ ,  $HSO$ , une seule étant donnée à volonté, les précédentes équations  $C$ ,  $D$ , donneront toujours les deux autres. *Ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRE I.

Si l'on veut que  $F$ , au lieu d'être par-delà  $G$  par rapport à  $O$ , soit du côté de  $O$  par rapport à  $G$ ; ce cas rendant  $FG (g)$  négative,

1°. Changera l'équation  $C$  du nomb. 1. de l'art. 2. de la solut. en  $py \sqrt{aa + bb} \times \sqrt{aa - 2gx + xx} = abu \sqrt{aa - 2gx + xx + yy}$  ( $E$ ) qui sera commune

encore aux deux courbes  $BYO$ ,  $PVO$ .

2°. Cette  $FG$  ( $g$ ) négative changera de même l'équation  $D$  du nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. en  $ahu = ps\sqrt{aa - 2gx - xx}$  ( $F$ ) commune aussi aux deux courbes  $HSO$ ,  $PVO$ .

## COROLLAIRE II.

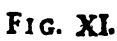
Et si l'on veut que  $F$  soit en  $G$ , ce cas rendant  $FG$  ( $g$ )  $= 0$ .

1°. Changera également les équations  $C$ ,  $E$ , des nomb. 1. de l'art. 2. de la solut. & du corol. 1. en  $py \times \sqrt{aa - bb \times aa - xx} = abu \sqrt{aa - xx - yy}$  ( $G$ ) commune encore aux deux courbes  $BYO$ ,  $PVO$ .

2°. Ce cas de  $g = 0$ , changera de même les équations  $D$ ,  $F$ , des nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. & du corol.

1. en  $ahu = ps\sqrt{aa - xx}$  ( $H$ ) commune aussi aux deux courbes  $HSO$ ,  $PVO$ .

## E X E M P L E.

I. Si l'on veut que les intervalles  $GB$ ,  $XY$ , des arbres  Fig. XI. opposés deux à deux, sur les deux lignes de rangées  $GO$ ,  $BYO$ , soient vû par l'œil fixe  $A$  sous des apparences par tout égales  $GP$ ,  $XV$ , &c. Ce cas changeant la courbe  $PVO$  des apparences en ligne droite  $PO$  parallèle à  $GO$ , & rendant ainsi par tout  $XV(u) = GP(p)$ ;

1°. Changera l'équation  $C$  du nomb. 1. de l'art. 2. de la solut. en  $y\sqrt{aa - bb \times aa - 2gx - xx} = ab\sqrt{aa - 2gx - xx - yy}$  pour la courbe de rangée  $BYO$  ici requise, & donnera ainsi  $yy \times \sqrt{aa - bb \times aa - 2gx - xx} = aabb \times \sqrt{aa - 2gx - xx - aabbyy}$ , ou  $yy \times \sqrt{aa - bb \times aa - 2gx - xx} = aabbyy$ .  
 $= aa \times \sqrt{bb \times aa - 2gx - xx}$ , d'où résulte  $y =$   
 $= \frac{ab\sqrt{aa - 2gx - xx}}{\sqrt{aa - bb \times aa - 2gx - xx - aabb}}$  ( $K$ ).

112 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

2°. Ce même cas de  $u=p$ , changera de même pour ici l'équation  $D$  du nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. en  $s \sqrt{aa+2gx+xx}=ah$  pour la courbe  $HSO$  des sinus qu'exige cette équation  $K$ , d'où résulte  $= \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}} (L)$ .

*Construction de la Courbe BYO.*

II. Soient  $\beta\beta=aa+bb$ , &  $\beta\delta=ab$ , d'où résulte  $\delta=\frac{ab}{\beta}=\frac{ab}{\sqrt{aa+bb}}$ . Suivant ces nouveaux noms, l'équation  $K$  trouvée pour cette courbe  $BYO$  dans le nomb. 1. du précédent art. 1. se changera pour cette même courbe

$$\text{en } y = \frac{\beta\delta\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{\beta\beta aa+2gx+xx}-\beta\delta\delta} = \frac{\delta\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx}-\delta\delta} = \frac{ab}{\sqrt{aa+bb}} \times \frac{\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx}-\frac{ab}{\sqrt{aa+bb}}}$$

(suivant les noms assignés dans l'art. 2. de la solut.)  $= \frac{AG \times GB}{AB} \times \frac{AX}{\sqrt{AX^2 - \frac{AG \times GB}{AB}}}$

( $M$ ). Or si l'on mène  $GD$  perpendiculaire en  $D$  sur l'hypothénuse  $AB$  du triangle  $AGB$  (solut. art. 1.) rectangle en  $G$ , l'on aura  $AB \cdot GB :: AG \cdot GD = \frac{AG \times GB}{AB}$ .

Donc  $y (XY) = \frac{GD \times AX}{\sqrt{AX^2 - GD}}$ , ce qui donne  $\sqrt{AX^2 - GD}$ .

$GD :: AX \cdot XY$ . D'où l'on voit qu'en prenant par tout  $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{AX^2 - GD}}$  c'est à dire  $XY$  quatrième propor-

tionnelle à  $\sqrt{AX^2 - GD}$ ,  $GD$ ,  $AX$ ; la courbe qui passera par tous les points  $Y$  ainsi trouvés, sera la requise ici de rangée  $BYO$ .

*Autre construction de la même Courbe BYO.*

III. L'usage qu'on vient de faire du point  $A$  en l'air, n'étant pas aisé, voici comment cette courbe de rangée  $BYO$

*BYO* peut être construite sans se servir de ce point. Pour cela, si dans l'équation  $y = \frac{\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx}-\delta\delta}$  trouvée pour cette courbe dans le précédent art. 2. l'on prend les variables  $m = \sqrt{aa+2gx+xx}$ ,  $n = \sqrt{aa+2gx+xx}-\delta\delta$ , l'on aura aussi  $y = \delta \times \frac{m}{n}$  (art. 2.)  $= \frac{ab}{\sqrt{aa+bb}} \times \frac{m}{n}$  (suivant les noms de l'art. 2. de la solut.)  $= \frac{AG \times GB}{AB} \times \frac{m}{n}$  (art. 2.)  $= GD \times \frac{m}{n}$ , pour cette même courbe *BYO*. Quant à ces valeurs de  $m$ ,  $n$ , l'art. 2. de la solut. donnant  $aa = ff + gg$ , l'on aura ici

1°.  $m = \sqrt{aa+2gx+xx} = \sqrt{ff+gg+2gx+xx}$ , d'où résulte  $mm - ff = gg + 2gx + xx$ , ou  $g + x = \sqrt{mm - ff} (M)$  qui est une équation à une hyperbole équilatère.

2°.  $n = \sqrt{aa+2gx+xx} - \delta\delta = \sqrt{ff+gg+2gx+xx} - \delta\delta$  (soit  $ee = ff - \delta\delta$ )  $= \sqrt{ee+gg+2gx+xx}$ , d'où résulte  $nn - ee = gg + 2gx + xx$ , ou  $g + x = \sqrt{nn - ee} (N)$ , équation qui est à une autre hyperbole équilatère.

IV. Pour trouver ces deux hyperboles avec leurs positions propres à construire la courbe *BYO* par leur secours, il faut considérer dans leurs équations  $M$ ,  $N$ , des précédens nomb. 1. 2. de l'art. 2. FIG. XII.

1°. Que  $x + g$  commune à ces deux équations  $M$ ,  $N$ , fait voir que les sommets des hyperboles qu'elles expriment, doivent être tous deux en  $F$  sur l'axe  $L$  parallèle à  $GB$ .

2°. Que la première  $g + x = \sqrt{mm - ff} (M)$  de ces deux équations, ayant (art. 2. de la solut.)  $f = AF$ , fait voir que l'hyperbole qu'elle exprime, doit avoir son centre sur le même axe  $LF$  en  $L$  extrémité de  $FL = AF$ ;

& que cette hyperbole doit aussi  $g - x = \sqrt{mm - LF}$  pour la même équation  $M$ .

3°. Quant au centre de l'autre hyperbole exprimée par l'autre équation  $g - x = \sqrt{nn - ee}$  ( $N$ ) du nomb. 2. de l'art. 3. il faut considérer que suivant ce nomb. 2. de l'art. 3.  $ee = ff - \frac{aa \cdot bb}{aa + bb}$  (solut. art. 2.)  $= \overline{AF}^2 - \frac{\overline{AG} \times \overline{GB}}{\overline{AB}}$  (art. 2.)  $= \overline{AF}^2 - \overline{GD}^2$  (nomb. 2.)  $= \overline{LF}^2 - \overline{GD}^2$  (soit sur le diamètre  $FL = AF$ , le demi-cercle  $FEL$  avec la corde  $LE = GD$ , &  $FR = FE$  autre corde de ce demi-cercle);  $= \overline{LF}^2 - \overline{LE}^2 = \overline{FE}^2 = \overline{FR}^2$ , c'est-à-dire,  $ee = \overline{FR}^2 < \overline{LF}^2$ : laquelle valeur de  $ee$  introduite en sa place dans l'équation  $g - x = \sqrt{nn - ee}$  ( $N$ ) du nomb. 2. de l'art. 3. la change ici en  $g - x = \sqrt{nn - \overline{FR}^2}$ ; ce qui fait voir que le centre de l'hyperbole qu'elle exprime, doit être en  $R$  sur l'axe  $LI$ , au point  $F$  duquel on vient de voir (nomb. 1.) qu'elle doit avoir son sommet.

V. Cela posé, soient de ce sommet commun  $F$  sur l'axe  $LI$  deux hyperboles équilateres  $FQO$  dont  $L$  soit le centre, &  $FTO$  qui ait  $R$  pour centre; des points  $Q, T$ , ou  $XY$  prolongée les rencontre, soient leurs ordonnées  $QM, TN$ , parallèles & égales à  $FX$  ( $g - x$ ).

1°. La première  $FQO$  dont  $L$  est le centre, donnera  $\overline{LM} - \overline{LF} = \overline{QM} = \overline{FX} = g - x$  (art. 4. nomb. 2.)  $= mm - \overline{LF}^2$ ; & conséquemment  $LM = m$ . Ainsi l'hyperbole  $FQO$ , dont  $L$  est le centre, est celle qu'exprime l'équation  $g - x = \sqrt{mm - ff} = \sqrt{mm - \overline{LF}^2}$  du nomb. 1. de l'art. 3. & du nomb. 2. de l'art. 4.

2°. La seconde hyperbole  $FTO$  dont  $R$  est le centre,



donnera de même  $\overline{RN} - \overline{RF} = \overline{TN} = \overline{FX} = \overline{g+x}$   
 ( art. 4. nomb. 3. )  $= nn - \overline{FR}$  ; & conséquemment  
 aussi  $RN = n$ . Ainsi cette autre hyperbole  $FTO$ , dont  
 $R$  est le centre, est aussi celle qu'exprime l'équation  $g+x$   
 $= \sqrt{nn - ee} = \sqrt{nn - \overline{FR}}$  du nomb. 2. de l'art. 3.  
 & du nomb. 3. de l'art. 4.

3°. Ayant ainsi ( nomb. 1. 2. )  $\overline{LM} - \overline{LF} = \overline{g+x}$   
 $= \overline{RN} - \overline{RF}$ , & de plus ( art. 4. nomb. 3. )  $LF > RF$ ;  
 l'on aura aussi  $LM(m) > RN(n)$ .

VI. Pour voir présentement laquelle de ces deux hy-  
 perboles  $FQO$  de centre  $L$ , &  $FTO$  de centre  $R$ , est celle  
 qui renferme l'autre, devant être rencontrées toutes deux par  
 $XY$  prolongée; il faut considérer que  $\overline{LM} + \overline{LF} \times \overline{FM}$   
 $= \overline{LM} - \overline{LF}$  ( art. 5. nomb. 3. )  $= \overline{RN} - \overline{RF} =$   
 $= \overline{RN} + \overline{RF} \times \overline{FN}$ ; & qu'ainsi  $\overline{LM} + \overline{LF} . \overline{RN} + \overline{RF}$   
 $:: \overline{FN} . \overline{FM}$ . Donc ayant déjà ( art. 5. nomb. 3. )  $\overline{LM}$   
 $+ \overline{LF} > \overline{RN} + \overline{RF}$ , l'on aura aussi  $\overline{FN} > \overline{FM}$ . Ce qui  
 fait voir que c'est l'hyperbole  $FQO$  de centre  $L$ , qui ren-  
 ferme l'autre  $FTO$  de centre  $R$ .

VII. Ayant ainsi ( art. 6. ) les positions des hyperbo-  
 les  $FQO$  de centre  $L$ , &  $FTO$  de centre  $R$ , exprimées  
 ( art. 5. ) par les équations  $g+x = \sqrt{mm - ff}(M)$  &  
 $g+x = \sqrt{nn - ee}(N)$  des nomb. 1. 2. de l'art. 3. &  
 rencontrées en  $Q, T$ , par chaque  $XY$  prolongée, de maniere  
 qu'elles ont partout ( art. 5. ) leurs abscisses correspondantes  
 $LM = m$ ,  $RN = n$ ; la construction requise de la courbe  
 de rangée  $BYO$  est présentement facile sans se servir ( com-  
 me dans l'art. 2. ) du point  $A$  de l'œil en l'air. Car l'art.  
 3. donnant  $y(XY) = GD \times \frac{m}{n}$ , l'on aura pareillement ici  
 $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$ , qui rend  $RN . LM :: GD . YX$ . D'où

# 116 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'on voit qu'en prenant ici par tout  $XY$  quatrieme proportionnelle à  $RN$ ,  $LM$ ,  $GD$ , la ligne  $BYO$  qui passera par tous les points  $Y$  ainsi trouvés, fera la courbe de rangée ici requise par l'hypothese qui precede le present prob. 3. pour que des arbres opposés deux à deux sur cette courbe  $BYO$  & sur son axe  $GO$ , parussent entr'eux de distances par tout égales entr'elles.

## Construction de la Courbe HSO des sinus.

VIII. Le nomb. 2. de l'art. 1. fait voir que dans le cas present d'apparences  $GP(p)$ ,  $XV(u)$ , égales entr'elles, l'équation de la courbe HSO des sinus, seroit  $s(XS) = \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}}$  (suivant les noms assignés dans l'art. 2. de la solut.)  $= \frac{AG \times GH}{AX}$ ; ce qui donnant  $AX. AG :: GH. XS$ . fait voir qu'en prenant ici par tout  $XS$  quatrieme proportionnelle à  $AX$ ,  $AG$ ,  $GH$ , la courbe qui passera par tous les points  $S$  ainsi trouvés, fera la requise HSO des sinus des angles  $XAY$  sous lesquels les intervalles  $XY$  seront ici vus par l'œil fixe  $A$ .

## Autre construction de la Courbe HSO des sinus.

IX. Puisque  $s = \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}}$  est ici (art. 1. nomb. 2.) l'équation de cette courbe HSO des sinus, si l'on y prend encore  $m = \sqrt{aa+2gx+xx}$  comme dans l'art. 3. & qu'on y rende ainsi  $s = \frac{ah}{m}$ ; il en résultera l'équation hyperbolique  $g+ix = \sqrt{mm-ff}$  comme dans le nomb. 1. de cet art. 3. laquelle équation aura  $m = LM$  abscisse de l'hyperbole  $AQO$  comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. Donc on aura ici  $s(XS) = \frac{ah}{LM}$  (suivant les noms assignés dans l'art. 2. de la solut.)  $= \frac{AG \times GH}{LM}$ , d'où résulte  $LM. AG :: GH. XS$ . Ce qui fait voir qu'en prenant par tout  $XS$  quatrieme proportionnelle à  $LM$ ,  $AG$ ,  $GH$ , la courbe

qui passera par tous les points  $S$  ainsi trouvés, fera encore ici la requise  $HSO$  des angles  $XAY$  sous lesquels les intervalles  $XY$  seront ici vus par l'œil fixe  $A$ .

*Remarque.*

X. L'art. 8. donnant  $XS = \frac{AG \times GH}{AX}$ , & le precedent art. 9. donnant aussi  $XS = \frac{AG \times GH}{LM}$ ; les deux font voir ensemble que les  $AX$  sont par tout ici égales aux abscisses correspondantes  $LM$  de l'hyperbole  $AQO$  de centre  $L$ .

La même chose se voit aussi par le moyen des deux art. 2. 7. lesquels donnent  $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{AX^2 - GD^2}}$ , &  $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$ . Car l'angle droit  $AFX$  joint à  $LF = AF$ , & à  $FX = NF$ , donne  $\overline{AX^2} - \overline{GD^2} = \overline{AF^2} + \overline{FX^2} - \overline{GD^2} = \overline{LF^2} + \overline{NF^2} - \overline{GD^2}$  (à cause de  $\overline{NT^2} = \overline{RN^2} - \overline{RF^2}$ )  $= \overline{LF^2} + \overline{RN^2} - \overline{RF^2} - \overline{GD^2}$  (l'art. 4. nomb. 3. ayant  $RF = FE$ , &  $GD = LE$ )  $= \overline{LF^2} - \overline{FE^2} - \overline{LE^2} + \overline{RN^2} = \overline{RN^2}$ ; & conséquemment  $\sqrt{\overline{AX^2} - \overline{GD^2}} = RN$ . Donc les art. 2. 7. donnant  $\frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX^2} - \overline{GD^2}}} = XY = \frac{GD \times LM}{RN}$ , donnent aussi par tout  $AX = LM$  correspondantes, ainsi que les art. 8. 9. ci-dessus.

XI. Les triangles  $ADG$ ,  $AGB$ , rectangles (*const.*) en  $D$ ,  $G$ , donnant  $\sqrt{\overline{AG^2} - \overline{GD^2}} = \sqrt{\overline{AD^2}} = AD$ , avec  $AD \cdot DG :: AG \cdot GB = \frac{GD \times AG}{AD}$ . Et le precedent art. 10. donnant  $RN = \sqrt{\overline{AX^2} - \overline{GD^2}}$ , avec  $LM = AX$ ;

1°. Le cas de  $X$  en  $G$ , ou de  $AX = AG$ , changera l'équation  $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX^2} - \overline{GD^2}}}$  de l'art. 2. en  $XY = \frac{GD \times AG}{AD} = GB$ ; & (art. 10.) l'équation  $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$

de l'art. 7. en  $XY \left( \frac{GD \times AX}{\sqrt{AX^2 - GD^2}} = \frac{GD \times AG}{AD} = GB \right.$  Ce qui fait voir que la courbe de rangée  $BYO$  doit passer par le point  $B$  par lequel on l'avoit supposée.

2°. Le même cas de  $AX = AG$ , doit aussi changer l'équation  $XS = \frac{AG \times GH}{AX}$  de l'art. 8. en  $XS = \frac{AG \times GH}{AG} = GH$ ; & (art. 10.) l'équation  $XS = \frac{AG \times GH}{LM}$  de l'art. 9. en  $XS \left( \frac{AG \times GH}{AX} \right) = \frac{AG \times GH}{AG} = GH$ . Ce qui fait pareillement voir que la courbe  $HSO$  des sinus doit passer par le point  $H$  par lequel on l'avoit supposée.

XII. Le cas de  $GX(x)$  infinie, rendant aussi  $AX$ ,  $LM$ ,  $RN$ , infinies, change également

1°. Les équations  $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{AX^2 - GD^2}}$ ,  $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$ , des art. 2. 7. en  $XY = GD < GB$ . Ce qui fait voir que la courbe de rangée  $BYO$  s'approche à l'infini de  $GO$  du côté de  $O$ , sans pourtant en pouvoir approcher plus près que de la valeur finie de  $GD$ : de sorte que  $GB - GD$  est toute la quantité dont cette courbe  $BYO$  peut s'approcher de son asymptote  $GO$  depuis  $GB$  à l'infini; ce qui rend cette asymptote d'une espèce particulière; au lieu de laquelle sa parallèle menée par le point  $K$  de  $GK$  (partie de  $GB$ )  $= GD$ , fera une asymptote ordinaire de cette courbe.

2°. Quant aux équations  $XS = \frac{AG \times GH}{AX}$ ,  $XS = \frac{AG \times GH}{LM}$  de la courbe  $HSO$  des sinus, trouvées dans les art. 8. 9. ce cas de  $AX$ ,  $LM$ , infinies, les change également en  $XS = \frac{AG \times GH}{\infty} = 0$ . Ce qui fait voir que cette courbe  $HSO$  s'approche aussi à l'infini de  $GO$ , mais jusqu'à la rencontrer à une distance infinie, & que cette droite  $GO$  en est une asymptote ordinaire.

Voici presentement le general du precedent prob. 3. comme le prob. 2. l'est du prob. 1. dans lequel prob. 2. & dans

le suivant, les sinus ne doivent être pris pour les angles visuels que lorsque ces angles sont aigus jusqu'au droit, comme ils le sont toujours dans les prob. 1. 3. les sinus des angles obtus étant d'autant plus différens de ces angles, qu'ils diminuent à mesure que ces angles augmentent, au lieu que les sinus des angles aigus croissent & diminuent avec eux. C'est pour cela que le prob. 2. & le suivant, généralement vrais comme les deux autres en pure Geometrie, ne le sont pas seulement en fait d'optique ou d'apparences lorsque les angles visuels sont obtus; mais lorsque ces angles sont aigus, ce prob. 2. & le suivant approchent autant du vrai que les deux autres par rapport aux grandeurs apparentes des objets, & les quatre problèmes peut-être autant que si ces angles eux-mêmes y étoient employés au lieu de leurs sinus, supposé que les hypothèses d'apparences qui y sont employées, en approchent elles-mêmes: car, encore une fois, je n'en adopte aucune; je les essaye seulement, & ne donne pour sûr que ce qu'il y a ici de geometrique par rapport aux lignes qu'on y employe, sans répondre des apparences exprimées ici par quelques-unes d'elles. C'est pour la generalité geometrique du prob. 2. & du suivant, qu'on n'a point fait dans celui-là, non plus que dans les autres, & qu'on ne fera point dans celui-ci cette restriction d'optique; c'est assés qu'on en ait averti au commencement de ce Memoire, & que de peur d'oubli de la part du lecteur on en avertisse encore ici, pour éviter toute chicane d'une physique aussi contestée que l'est encore celle-ci touchant la mesure des apparences.

## PROBLEME IV.

Dans la même hypothese precedente, & dans ce que la fig. 7. a de propre au prob. 2. à laquelle soit ajoutée la courbe PYO des apparences: des quatre courbes BYO, CZO, PVQ, HSO, trois étant données à volonté, trouver la quatrième; ou deux seulement des trois premières étant données, trouver les deux autres.

FIG. XIII.

## SOLUTION.

I. L'on aura ici comme dans l'art. 2. de la solut. du prob. 2.  $CM = \frac{AG \times BC}{AB}$ ,  $ZN = \frac{AX \times YZ}{AY}$ , avec  $AC \cdot CM \left( \frac{AG \times BC}{AB} \right) :: r \cdot GH = \frac{r \times AG \times BC}{AB \times AC}$ . Et  $AZ \cdot ZN \left( \frac{AX \times YZ}{AY} \right) :: r \cdot XS = \frac{r \times AX \times YZ}{AY \times AZ}$ . Or la presente hypothese donne  $GH \cdot XS :: GP \times AX \cdot XV \times AG$ . Donc  $GP \times AX \cdot XV \times AG :: \frac{r \times AG \times BC}{AB \times AC} \cdot \frac{r \times AX \times YZ}{AY \times AZ} :: AG \times BC \times AY \times AZ \cdot AB \times AC \times AX \cdot YZ$ . Par consequent  $GP \times AX \cdot XV \times AG \times BC \times AY \times AZ = XV \times AG \times BC \times AY \times AZ \cdot AB \times AC \times AX \cdot YZ$  (P); ce qui suivant les noms assignés dans l'art. 2. de la solut. du prob. 3. auxquels soient ajoutés  $GC = c$ ,  $XZ = z$ , donne  $p \times a a + 2 g x + x x \times \sqrt{a a + b b \times V a a + c c} \times y + z = u a a \times c + b \times V a a + 2 g x + x x + y y \times V a a + 2 g x + x x + z z$ , ou  $\frac{p y + p z \times a a + 2 g x + x x}{u a a \times c + b}$   $= \frac{\sqrt{a a + 2 g x + x x + y y \times a a + 2 g x + x x + z z}}{\sqrt{a a + b b \times a a + c c}}$  (Q) qui est une

équation commune aux trois courbes  $BYO$ ,  $CZO$ ,  $PVO$ ; & qui par conséquent, deux d'entr'elles étant données à volonté, donnera toujours la troisième.

II. La presente hypothese donnera encore ici (comme dans le nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. du prob. 3.)

$p \times \sqrt{a a + 2 g x + x x} = a h u$  (D) pour une équation commune aux deux courbes  $HSO$ ,  $PVO$ , laquelle par consequent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera toujours aussi l'autre comme dans le nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. du prob. 3.

III. Donc (art. 1. 2.) des quatre courbes  $BYO$ ,  $CZO$ ,  $PVO$ ,  $HSO$ , trois étant données à volonté, l'on aura toujours la quatrième par le moyen des équations Q, D, des art. 1. 2. & deux seulement des trois premières de ces quatre courbes, étant données aussi à volonté, les mêmes

fig. 2.



fig. 3.

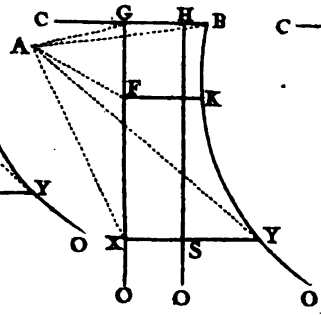


fig. 4.

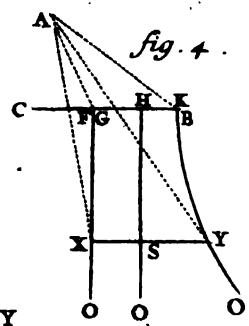


fig. 5.

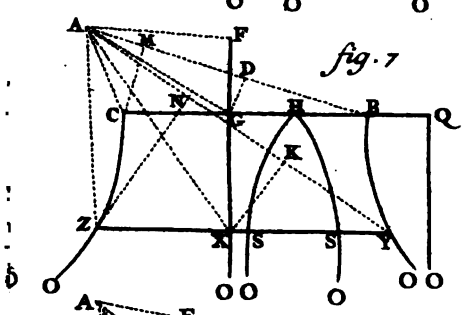
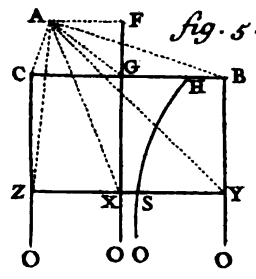


fig. 7.

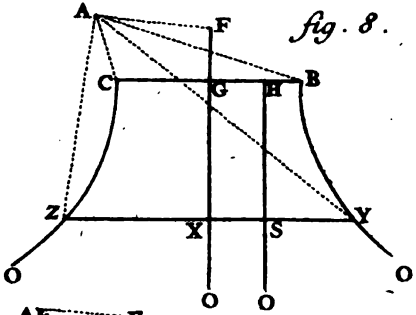


fig. 8.

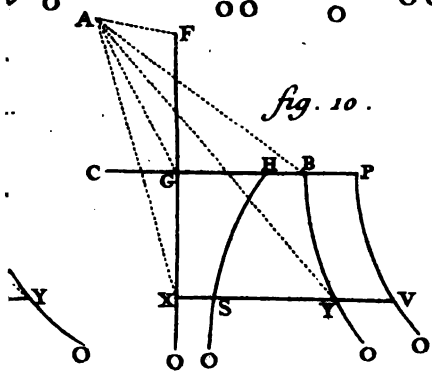


fig. 10.

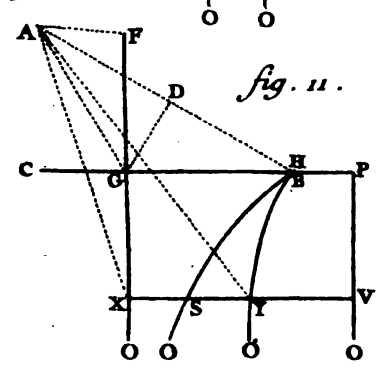


fig. 11.

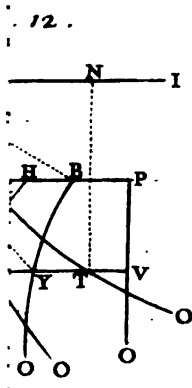


fig. 12.

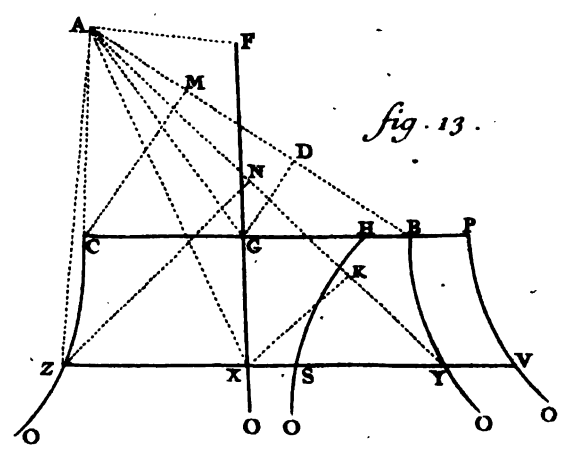
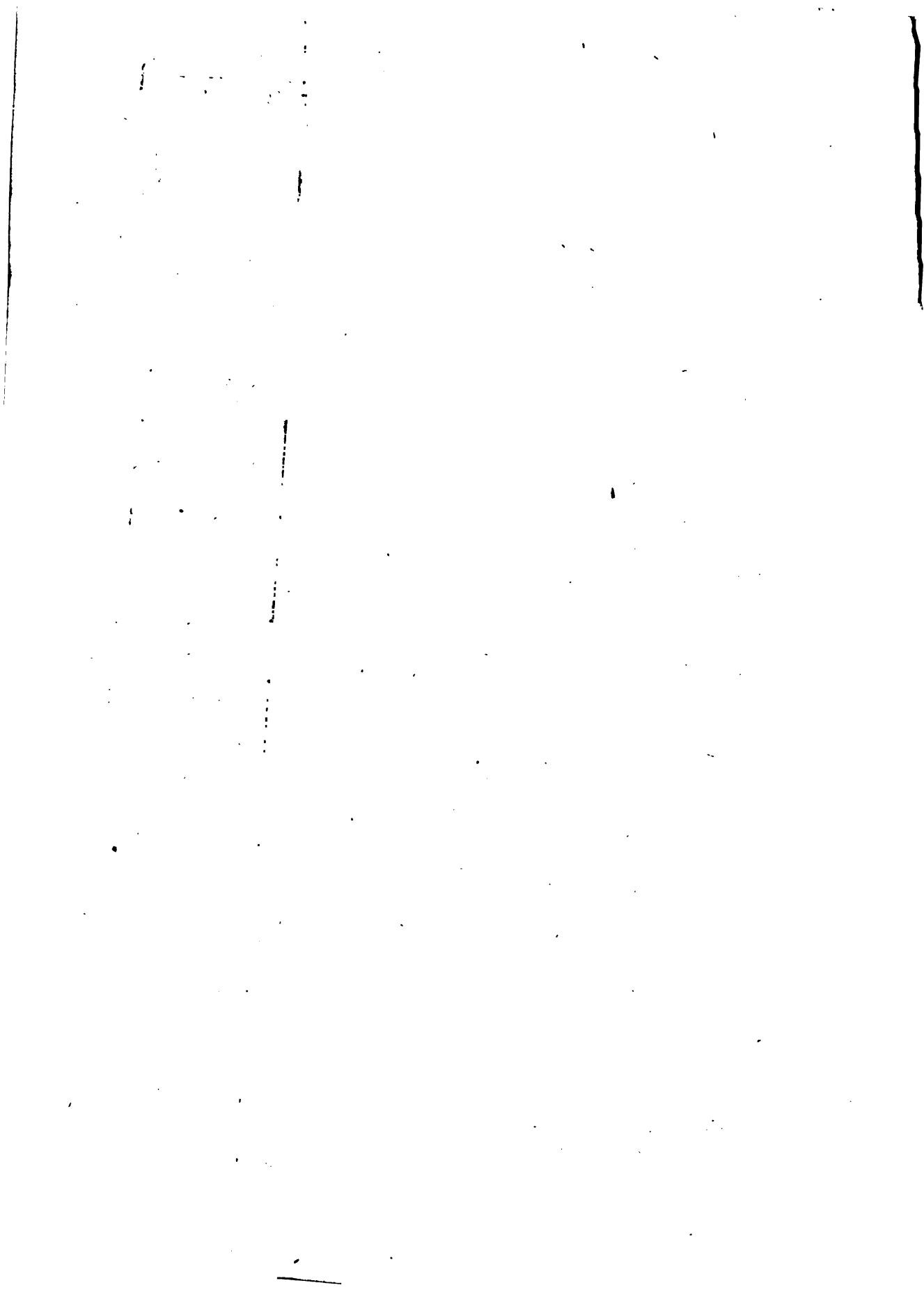


fig. 13.

les  
mes  
res  
les  
mes





DES SCIENCES. 121

mêmes équations  $Q, D$ , donneront aussi toujours ensemble les deux autres de ces quatre courbes. *Ce qu'il falloit trouver.*

### COROLLAIRE.

Si l'on suppose que  $CZO$  soit une ligne droite confon-  
duë avec  $GO$ ; ce qui est le cas du prob. 3. cette hypo-  
these rendant  $GC(c) = o = XZ(z)$ , changera la prece-  
dente équation  $Q$  de l'art. 1. de la solut. en  $\frac{py}{abu} \times \sqrt{aa+2gx+xx}$   
 $= \frac{\sqrt{aa+2gx+xx+yy}}{\sqrt{aa+bb}} (E)$  qui est l'équation  $C$  du  
nomb. 1. de l'art. 2. de la solut. du prob. 3.

On pourroit encore déduire de ce prob. 4. des corollaires  
semblables à ceux qu'on a déduits du prob. 2. mais en voila  
assés pour voir quel usage on pourroit faire des hypotheses  
precedentes touchant les grandeurs apparentes des objets, si  
elles étoient seures : bien loin de l'être, on sçait quelles dif-  
ficultés souffre celle des grandeurs apparentes en raison des  
angles sous lesquels elles sont veûes ; & l'art. 12. de  
l'exemple du prob. 3. en fournit aussi contre l'autre hypo-  
these, qui outre ces angles visuels fait entrer la distance des  
objets dans la mesure de leurs grandeurs apparentes ; puis-  
que pour les faire paroître égales dans cette autre hypothese,  
cet art. 12. donne une courbe de rangée  $BYO$  qui s'ap-  
proche à l'infini de l'autre rangée droite  $GO$ , & qui en ce-  
la est moins propre à faire paroître ces deux rangées pa-  
ralleles entr'elles, que si elles étoient sur des paralleles effec-  
tives, lesquelles on sçait n'y point réussir, & faire paroître  
au contraire les rangées d'arbres plantés sur elles, comme de-  
vant concourir à une distance infinie de l'œil.

On n'adopte donc ici aucune de ces deux hypotheses qu'on  
laisse à discuter aux Physiciens : on y a seulement pretendu en  
faire l'essai qui fournira du moins des verités geometriques  
en n'y prenant que pour de pures lignes ce qu'on y en a em-  
ployé pour exprimer autant que le calcul l'a pu permettre, les  
apparences résultantes de chacune de ces deux hypotheses.

Mem. 1717.

Q

SECONDE MEMOIRE  
SUR LE NITRE.

Par M. LEMERY.

3 Juillet  
1717.

**I**L n'a été question dans le précédent Memoire sur le Nitre, que des matériaux nitreux tirés des lieux habités par des animaux ; & comme on ne peut s'empêcher de reconnoître que le Nitre de ces matériaux y a été apporté par des matieres animales, plusieurs auteurs ont crû pouvoir conclure de cette observation, que tout le Nitre de l'univers venoit de la même source. Cependant il y a nombre de lieux inhabités, de cavernes, par exemple, de terres, de murs d'une certaine composition, où l'on ne laisse pas de trouver une grande quantité de Salpêtre très excellent, qui y forme une espece de cristallisation naturelle, & qu'on en retire facilement en ratissant simplement les endroits où il se rencontre. On prétend répondre à cette reflexion, en disant qu'il n'y a point de lieu qui ne soit habité par des animaux, & entr'autres, par des oyseaux qui y vont déposer leurs excréments ; & pour prouver que le Salpêtre des Indes a la même origine, quoi-que trouvé sur des terres parfaitement desertes, on ajoute qu'il ne vient que dans des lieux fréquentés par des especes de Chauve-souris, beaucoup plus grosses que les nôtres, & qu'on dit être fort bonnes à manger.

Mais, outre qu'on ne conçoit pas facilement que la prodigieuse quantité de Salpêtre qui croît dans les Indes, & dont il en est apporté en Europe une grosse provision, ne vienne que des Chauve-souris du lieu, on fera voir encore que la forme particuliere sous laquelle ce Sel se presente de lui-même sur la terre, & sans avoir eu besoin pour cela d'aucune préparation de nôtre part ; que

cette forme, dis-je, dément la source dont on le fait venir, & qu'il y en a une autre non moins abondante que la première, & qui porte le Salpêtre dans tous les lieux inhabités où l'on le trouve.

Sihale prétend que les matieres animales ne sont pas les seules qui fournissent aux terres & aux pierres le Nitre qu'on y découvre; que les matieres végétales ont encore la même propriété, & que les unes & les autres, en acquérant un certain degré de pourriture, deviennent capables de cet effet. Jusques là je suis parfaitement d'accord avec cet auteur, ou plutôt nous nous accordons ensemble dans le gros ou dans le simple énoncé de ce sentiment; mais nous sommes bien différens dans la manière dont nous concevons lui & moi que les terres deviennent nitreuses, par le mélange des matieres végétales & animales.

Pour moi, ce qui me fait dire que les unes & les autres sont capables de porter du Nitre dans les terres, c'est 1°. que j'ai reconnu par expérience, que toutes les matieres animales en contenoient réellement beaucoup, comme il a déjà été dit: 2°. pour ce qui regarde les matieres végétales, on sçavoit déjà par les différentes analises des Plantes, qu'il y en avoit un bon nombre, dont le Sel étoit du Salpêtre, ou du moins qui le paroissoit être par des indices assez forts: mais une observation curieuse qui nous a été communiquée par M. de Reffons, ne confirme pas seulement cette vérité, elle nous démontre encore qu'une grande quantité de Plantes regorgent en quelque sorte de ce Sel, qui en peut être abondamment séparé, par un procédé tout-à-fait simple, & qui se manifeste dans la plante même avant son analise.

Pour reconnoître ce Sel dans la plante, il n'y a qu'à la faire brûler, & l'on voit alors qu'elle fuse de tous côtés aussi fortement & de la même manière que feroit le meilleur Salpêtre dont on auroit jeté une bonne quantité dans le feu.

Pour ce qui regarde la manière de retirer abondamment le

124. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Salpêtre végétal, nous ne nous y arrêterons point aujourd'hui, parce que nous nous sommes proposés de le faire, lorsqu'il s'agira du procédé communément employé dans nos Manufactures de Salpêtre, & de la manœuvre que j'ai tenue pour faire du Salpêtre avec des matieres animales; nous remarquerons seulement que cette espece de Salpêtre végétal, est fort au-dessus de nôtre Salpêtre ordinaire, par la promptitude & la vivacité de ses effets, & qu'il ressemble parfaitement par là au Salpêtre des Indes. Nous dirons encore à l'occasion du Salpêtre végétal, que quand l'experience ne nous auroit pas convaincu qu'il y a réellement beaucoup de Nitre dans les matieres animales, nous serions toujours en droit de l'assurer, sur ce que les Plantes en contiennent beaucoup, & qu'elles servent de nourriture aux animaux.

A l'égard de Sthale, son sentiment est que le Nitre se forme par la pourriture des matieres végétales & animales, c'est-à-dire, parce que les Soufres & les Sels volatiles de ces matieres venant alors à se développer, ils s'unissent à un acide universel & primitif, répandu abondamment sur la terre, d'où résulte un Sel sulphureux, & tel qu'il imagine le Nitre. Mais si cet Auteur eut sçu que les matieres animales ne contiennent pas seulement beaucoup d'acide, mais encore un Nitre tout formé, & qu'il y a réellement dans une infinité de Plantes, une très grande quantité d'excellent Salpêtre, il ne se seroit pas donné tant de peine à aller chercher en différents lieux, & à composer ce qu'il auroit trouvé réuni & tout fait, soit dans les Plantes, soit dans les animaux: enfin il auroit simplement regardé la pourriture de ces matieres, comme un moyen dont la nature se sert pour le développement de leur Nitre, & non pas pour la formation de ce sel, qui dans les Plantes, par exemple, se fait sensiblement reconnaître avant qu'elles ayent contracté la moindre pourriture.

Il suit de ce qui a été dit, que les Plantes & les animaux sont deux grands magasins nitreux où le Nitre se

forme & s'amasse, & d'où il est ensuite répandu sur tous les endroits de l'univers où on le trouve : c'est, par exemple, aux animaux que nous avons particulièrement attribué le Nitre qu'on retire des villes, & en general de tous les lieux habités, qui par cela même qu'ils le sont, ne portent point de Plantes, ou en portent peu; & qui au défaut de matieres végétales, se trouvent continuellement abreuvés de l'urine & des autres excréments des animaux.

Mais pour les lieux inhabités où il y a toujours des Plantes, & où elles peuvent d'autant mieux se multiplier que le nombre des animaux ne les y détruit point comme ailleurs, soit en les foulant aux pieds, soit en les faisant servir à leur nourriture : on a d'autant plus de raison de mettre le Nitre qu'on y trouve sur le compte des Plantes, que ce Nitre ne vient d'aucune source minérale, comme il sera prouvé ; qu'il ne vient ni de l'air ni de matieres animales, comme il a été remarqué ; & que les Plantes paroissent en cette occasion la seule source nitreuse, comme les animaux sont aussi la seule, ou du moins, la principale dans les lieux habités.

J'ajouterai ici une réflexion curieuse, dont je ne sçache pas que personne se soit encore avisé, soit pour confirmer la conjecture qui vient d'être avancée, soit pour faire connoître & distinguer nettement, de quelle espece de source nitreuse telle ou telle matiere terreuse a été penetrée. On sçait que toutes les matieres animales donnent très peu de Sel fixe, & beaucoup de Sel volatile ; d'où il suit que leur acide nitreux n'y est joint qu'avec des Sels volatiles ou avec des matieres huileuses, & qu'il ne résulte de là qu'un Sel armoniac nitreux, ou une simple matiere nitreuse. Or ces composés ne prendront jamais d'eux-mêmes la forme de Salpêtre, puisqu'ils n'en sont point ; mais ils le deviendront & paroîtront sous cette forme, quand à la place de la matrice qui enveloppoit naturellement l'acide nitreux dans les animaux, on substituera un sel fixe alkali, qui avec l'acide dont on vient de parler, fera un veritable Salpêtre ; c'est

aussi ce que l'expérience m'a fait parfaitement connoître dans toutes les matieres animales, sur lesquelles j'ai travaillé immédiatement ; & ce qui paroît encore clairement par la fabrique du Salpêtre ordinaire pour laquelle on se sert de matériaux trouvés dans des lieux habités & chargés de matieres animales, & dont aussi on ne tireroit jamais de Salpêtre, si on n'avoit soin d'y mêler le sel fixe des cendres.

Il n'en est pas de même des Plantes, ou en general on trouve peu de Sels volatiles en comparaison de leurs Sels fixes, & par consequent ou l'acide nitreux se rencontre naturellement avec la matrice propre à former avec cet acide un veritable Salpêtre ; aussi pour retirer des Plantes un Salpêtre tout-à-fait bien conditionné, on n'a pas besoin d'employer de Sel fixe, comme dans le cas precedent ; & comme suivant nôtre supposition, le Nitre des lieux inhabités y a été apporté par une source vegetale, c'est pour cela qu'il n'a encore besoin d'aucun Sel fixe étranger pour paroître, comme il fait à la surface de la terre, sous la forme d'un veritable Salpêtre, qui ne donne pas alors, comme dans le cas precedent, beaucoup de peine à en être séparé, puisqu'il ne s'agit que de housser & de balayer en quelque sorte les lieux où il se trouve, ce qui le fait appeller *Salpêtre de houffage*.

Il suit de ce qui a été dit, 1°. que le besoin qu'ont certains matériaux nitreux de Sel fixe pour pouvoir donner du Salpêtre, est une preuve qu'ils ont puisés leur Nitre dans une source animale : 2°. que pour le Salpêtre qu'on tire sans le secours du Sel fixe, soit des Plantes, soit des lieux qui ont reçûs leur Salpêtre des Plantes mêmes, on peut dire qu'il est tel qu'il étoit dans sa source ; que sa forme particulièrre de Salpêtre n'a point été changée par l'opération ; & qu'enfin on n'a aucune part à sa formation, ce qu'on ne peut pas dire de même du Salpêtre fourni par des matieres animales, ou par des matériaux imprégnés de ces matieres ; & en effet le Nitre de ces

matériaux n'étoit pas originairement du Salpêtre comme nous l'avons déjà remarqué , mais un Sel armoniac nitreux qui n'est devenu Salpêtre que par une espece de métamorphose , c'est-à-dire , parce que son acide a abandonné sa premiere matrice pour celle qui lui a été offerte pendant l'opération , ce qui fait bien voir que l'artiste contribué en quelque sorte à la formation de cette espece de Salpêtre , qui par là pourroit être regardé comme artificiel.

Nous ne prétendons pourtant pas que les matieres animales , ou les matériaux qui en sont impregnés , ne contiennent que du Sel armoniac nitreux , & point du tout de Salpêtre tout fait , & qui puisse ensuite paroître tel sans le secours d'un Sel fixe étranger : car quoi-que ces matieres abondent en Sels volatiles , elles donnent toujours aussi quelques Sels fixes , qui avec l'acide nitreux , forment naturellement du Salpêtre ; aussi remarque-t-on souvent à la surface de nos murailles une espece de Salpêtre de houffage , qui peut y être venu de cette maniere , & qui peut aussi , du moins en partie , y avoir été déposé par des matieres vegetales , dont nos murs se trouvent quelquefois penetrés.

Nous ne prétendons point encore qu'il ne se puisse trouver dans les Plantes quelque portion nitreuse qui auroit besoin d'un Sel fixe pour prendre la forme du Salpêtre ; & en effet , si les Plantes abondent en Sel fixe , elles ne laissent pas de contenir aussi quelques Sels volatiles & des huiles qui ont pû servir à envelopper une portion de l'acide nitreux : or cet acide ne formera jamais en cet état du Salpêtre , & il faudra pour cela qu'on lui substitué un Sel fixe à la place de la matrice qui l'arrêtoit.

Enfin tout ce que nous avons voulu faire sentir , c'est que la plus grande partie du Nitre animal ne devient Salpêtre que par le mélange d'un sel fixe étranger , & que la plus grande partie du Nitre végétal est du Salpêtre tout fait , qui n'a par consequent pas besoin de nôtre secours pour sa for-

mation , mais seulement pour son développement , & que souvent même la seule nature dégage , & débarasse suffisamment des matieres grasses dont il étoit enveloppé dans la plante , pour le faire paroître ensuite sur un grand nombre de terres & de matieres pierreuses , sous une forme cristalline & telle qu'il doit naturellement l'avoir , quand il est libre & dégagé de toute matiere étrangere.

Quant aux moyens dont la nature se sert pour dégraisser le Nitre végétal , elle agit à peu-prés en cette occasion , comme dans le cas du Nitre animal ; c'est-à-dire , qu'il lui faut aussi pour lors un intermede terreux , qui convienne particulièrement à cet effet ; car nous avons fait voir dans l'autre Memoire , que toute sorte de terre n'y étoit pas également propre : & ce qui prouve la necessité indispensable de cet intermede terreux , c'est que quand on travaille sur des Plantes nitreuses , sans employer une matiere alkaline , on ne tire qu'une espece d'extrait sulphureux , ou le Salpêtre est si fort caché & enveloppé , qu'on ne l'y aperçoit point , ou du moins , s'il s'y en découvre quelques cristaux , ce n'est qu'après un long-tems , & encore ces cristaux sont-ils en petit nombre ; au lieu que tout le contraire arrive quand on a mis en œuvre l'intermede dont il s'agit.

Enfin si l'on veut avoir une idée nette de toute la suite du procédé naturel , suivant lequel le Nitre végétal se va loger dans certaines terres & pierres , & paroît ensuite à leur surface sous la forme d'un veritable Salpêtre , il faut concevoir d'abord que des Plantes ont été lavées par une humidité aqueuse où elles ont souffert une espece de pourriture ou de macération ; que le liquide a trouvé par là le secret de penetrer dans l'interieur de ces Plantes , & d'en enlever la portion saline & nitreuse ; qu'ensuite cette espece de saumure nitreuse a été déterminée par la disposition même du lieu à s'écouler , & se réunir dans les pores d'une terre particuliere qui arrête au passage la proye nitreuse que le liquide avoit derobée aux Plantes ; qu'en-

fin



fin le Nitre suffisamment dégraissé dans son nouveau séjour, devient par là en état de s'étendre en longs cristaux, qui sortent en quelque maniere de la surface de la terre; & ce qui fait bien voir que c'est véritablement ainsi que les pierres & les terres, dont il a été parlé, acquièrent le Salpêtre qu'on y trouve; c'est 1°. qu'en se servant des mêmes matériaux, & en suivant précisément le même ordre & la même voye, l'art peut aussi-bien que la nature communiquer du Salpêtre à un grand nombre de terres & pierres; 2°. c'est que quand on considère avec soin toutes les circonstances des lieux inhabités, où l'on trouve naturellement une grande quantité de Salpêtre, on voit clairement que la nature ne s'est point écartée du chemin que nôtre supposition lui fait tenir.

Et pour le prouver par quelques exemples particuliers, nous rapporterons d'abord une observation de Sthale, qui, quoi-que faite dans une espece de lieu artificiel, s'accorde néanmoins parfaitement avec ce qui se passe dans les lieux naturels qui seront examinés dans la suite.

Cet auteur dit avoir remarqué que quand une simple humidité aqueuse avoit eu le tems de pénétrer assés avant & assés abondamment dans certaines murailles, faites avec du chaume & de la boue; & recouvertes de chaux, on voyoit ensuite paroître à la surface de la muraille un véritable Salpêtre sous la forme d'une espece d'efflorescence ou de duvet nitreux, & cela parce que le liquide aqueux qui s'insinue au-dedans de la muraille, après s'y être chargé de la portion nitreuse qu'il y trouve, s'échape au travers de l'enduit de chaux, où il est obligé de laisser sa proie nitreuse, qui s'y dégraisse facilement, & qui parvenant ensuite à la surface extérieure de l'enduit où elle est continuellement poussée par la portion nitreuse qui la suit, y prend d'autant mieux une forme saline ou cristalline que l'air qui frappe immédiatement dessus, la prive des parties aqueuses qui auroient empêché sa cristallisation.

Pour ce qui regarde presentement les lieux naturels que

*Mem. 1717.*

. R

nous avons à examiner, il n'y en a point de plus célèbres par l'abondante moisson de Salpêtre qu'on y recueille que certaines terres desertes, tant de la Barbarie que des Indes orientales, d'où le Salpêtre qui nous vient, ressemble parfaitement par la vivacité de ses effets au Salpêtre végétal, & est fort au-dessus de nôtre Salpêtre ordinaire.

Si on s'en rapporte aux voyageurs & aux historiens, il ne vient du Salpêtre sur ces sortes de terres qu'après des pluies fort considérables qui ont formé une espece d'inondation dans la campagne : or toutes les plantes qui sont sur la terre, & toutes les racines de ces plantes, se trouvent alors dans une situation où elles peuvent d'autant moins se défendre de la pourriture, que deux causes puissantes y concourent à la fois, sçavoir la chaleur du lieu, & une humidité fort abondante. & quand les pluies viennent ensuite à cesser, à mesure que les eaux répandues sur la terre ou s'évaporent ou se filtrent, & se perdent au-dedans des terres, elles y déposent la matiere nitreuse dont elles s'étoient chargées pendant la pourriture ou macération des plantes, & cette matiere préparée comme il le faut dans la terre & privée de l'humidité superflue dont elle étoit abreuvée, se cristallise ensuite, & vegete sur la terre même, comme le feroit en pareil cas, du Salpêtre qui auroit été dissout dans l'eau, & dont on auroit ensuite fait évaporer jusqu'à un certain point, l'humidité.

On prétend même que le Salpêtre des Indes ne s'y trouve que dans des lieux bas, ou des especes de fonds ; or cette situation, jointe à la nature particuliere de la terre de ces lieux bas, est peut être la cause principale de leur grande richesse en Salpêtre ; & en effet après que les pluies abondantes ont inondé une vaste étendue de país, qu'elles en ont pourri les plantes, & enlevé leur substance nitreuse, elles s'écoulent & se réunissent dans les fonds dont on vient de parler, & portent par là dans un même endroit toute la proye nitreuse qu'elles ont ramassée de tous les côtés ; ce qui fait pour le lieu une somme de Sal-

pêtre infiniment plus grande que s'il ne l'eut emprunté que des plantes seules qui auroient pû croître sur son terrain.

C'est avec des circonstances, & une mécanique semblable, que les parois de certaines cavernes & grottes naturelles se revêtent d'une grande quantité de Salpêtre; on pourroit même comparer ce qui se passe dans ces lieux, à ce qu'on voit dans certaines caves situées sous de grandes écuries, & aux voûtes desquelles il pend comme des especes de glaçons nitreux & concaves qui ne doivent leur naissance qu'à l'urine des chevaux ou à d'autres matières animales ou végétales, dont la partie nitreuse a été conduite par le secours d'un vehicule aqueux dans les pores de la chaux qui sert de mortier aux pierres des voûtes dont il a été parlé, & là elle s'y est préparée & cristallisée ensuite sous la forme qui a été dite; de même aussi les pluies qui tombent sur toute l'étendue du terrain placé au-dessus des grottes & des cavernes nitreuses, & qui avant que de se perdre dans les terres, ne manquent pas de laver toutes les plantes de ce terrain, & d'en emporter toujours quelques parties nitreuses; ces pluies, dis-je, s'écoulant du haut de la montagne vers le bas où se trouvent ordinairement les grottes & les cavernes en question, & peut-être même s'y rassemblant de tous côtés en grande quantité par la disposition particulière du lieu, quand elles ont atteint une pierre gypseuse ou autre dont les grottes & les cavernes son formées, elles s'y dépouillent de toute leur récolte nitreuse qui s'y façonne ensuite d'autant mieux que ces sortes de pierres sont particulièrement propres à cet effet: & ce qui peut encore servir de preuve que le Salpêtre des grottes & des cavernes vient d'en-haut & en a été apporté par un vehicule aqueux, c'est qu'ordinairement au-dessous de ces sortes de lieux, on trouve une source d'eau plus ou moins abondante, qui vraisemblablement n'a pris naissance que des eaux de pluie qui sont tombées sur toute la surface de la montagne, & qui sont enfin parvenues au pied de cette montagne en se

filtrant au travers des terres & des pierres dont elle est composée. Sthale cite deux endroits pareils fort chargés de Salpêtre, dans l'un & dans l'autre desquels il y a une source d'eau, & où la matiere terreuse qui a servi à dégraisser le Nitre du lieu, est une pierre gypseuse.

On me fera peut-être une objection au sujet du Salpêtre des Indes, qui se trouvant naturellement répandu sur la terre, y est exposé, & résiste néanmoins à toute l'ardeur du Soleil, ce qui sembleroit contradictoire à ce qui a été dit sur le Nitre contenu dans nos murailles qui ne peut soutenir le même effort, & qui y abonde d'autant plus que le Soleil y a donné avec moins de vivacité.

Mais 1°. s'il est vrai, comme il a été dit, que le Salpêtre des Indes y vienne dans des lieux bas ou des especes de fonds, on conçoit facilement par là que le Soleil ne s'y fait pas sentir avec autant de vivacité que dans un endroit plus élevé; 2°. de ce que le Nitre de nos murailles ne peut soutenir l'impression du Soleil, il ne s'ensuit pas que celui des Indes soit aussi incapable d'y résister; & bien loin que ces deux Observations différentes donnent lieu à aucune contradiction, elles ne font que confirmer de plus en plus ce que nous avons déjà dit sur la nature particulière des deux sources generales dont les différents lieux de la nature tirent leur Nitre; & en effet le Nitre de nos murailles n'étant d'abord, comme il a déjà été dit, qu'un acide engagé dans des matieres infiniment volatiles, telles que se font des Sels volatiles, des matieres sulphureuses; ce composé doit s'exhaler à une chaleur médiocre, & si l'on en doute, il n'y a qu'à faire un composé semblable avec de l'esprit de Nitre, & un Sel volatile, & mettre sur une pele chaude le Sel concret qui naîtra de ce mélange, on verra, comme nous l'avons déjà remarqué ailleurs, qu'à peine ce Sel y aura-t-il été posé, qu'il se dissipera totalement en l'air avec une détonation considérable. Le Nitre des Indes au contraire, étant originairement un véritable Salpêtre, c'est-à-dire, un acide fortement engagé

dans une matiere fixe ; il est évident, & l'experience nous démontre qu'il est capable en cet état de résister à une longue & violente chaleur, & que celle du Soleil ne doit faire autre chose sur le Salpêtre des Indes, que le priver des parties aqueuses qui le tenoient en dissolution, & favoriser par là la cristallisation de ce Sel, qui se fait ensuite d'autant mieux que la fraîcheur de la nuit & des vents qui regnent peut-être pour lors, succede à la chaleur du jour ; ce qui imite parfaitement les deux circonstances requises pour la cristallisation ordinaire des Sels, sçavoir qu'après qu'ils ont été privés par le feu d'une partie du flegme dans lequel ils avoient été dissouts, ils doivent être mis dans un lieu frais.

Il paroît par tout ce qui a été dit, que quoi-que tout le Nitre ou le Salpêtre que l'on employe communément ait été immédiatement tiré de matieres terreuses & pierreuses, ce n'est pas là une raison, pour le regarder comme un Sel minéral ; car s'il est vrai, comme il a été suffisamment prouvé, que le Nitre de ces terres ne soit autre que celui-là même qui habitoit auparavant dans une matiere végétale ou animale ; si c'est dans l'une ou dans l'autre de ces deux matieres ou de ces deux sources nitreuses que la principale partie du Nitre, c'est-à-dire, son acide a reçu l'empreinte ou le caractère nitreux qui le distingue de tout autre acide, & qui le rend propre à former différentes especes de Nitre, suivant les différentes matrices où il s'engage ; enfin si les corps terreux ou pierreux ne sont, par rapport au Nitre qu'ils contiennent, qu'un intermede, ou s'il m'est permis de le dire, qu'une especie de vaisseau d'une structure & d'une conformation particulière, dont la nature a fait choix pour y travailler plus aisément & plus efficacement au développement de la matiere nitreuse, il y a bien plus de raison de considerer le Nitre comme un Sel végétal ou animal, & cela par rapport à la source dans laquelle il a acquis sa forme nitreuse, que de le regarder comme un Sel minéral par rapport à

la terre qui l'a reçu tout formé, & qui à proprement parler, n'a servi qu'à le dégraisser ou le débarasser des matieres dont il étoit enveloppé.

Et ce qui prouve encore à mon avis très sensiblement que le Nitre n'est point un Sel minéral, c'est que s'il l'étoit, on le trouveroit dans les entrailles de la terre, comme les Sels de cette espece; il y en auroit des mines comme il y en a de Sel gemme, de Vitriol, d'Alun; il y auroit des eaux qui en passant au travers de ces mines nitreuses, emporteroient avec elles un veritable Nitre ou Salpêtre; ce que nous ne voyons point; car on ne doit pas regarder comme des eaux veritablement nitreuses, celles à qui l'on donne néanmoins ce nom, & dans lesquelles on ne trouve qu'un Sel alkali, qui ne doit point être confondu avec nôtre Salpêtre, & qui n'a apparemment été appelé Nitre, que parce qu'on s'est imaginé que c'étoit le Nitre des anciens.

C'est vraisemblablement faute d'indice de Nitre dans les entrailles de la terre; qu'aucun Auteur que je sçache ne s'est avisé de faire venir du fond ou du dedans de la terre, le Nitre que nous y trouvons en quelque sorte au dehors, c'est-à-dire, vers sa surface, & en effet rien ne seroit plus naturel que cette opinion, si d'ailleurs elle étoit fondée sur des mines réelles de Nitre. Qu'on trouve, par exemple, du Vitriol sur la terre, on n'est point embarrassé si son origine est minérale, parce que les mines de ce Sel en font foi; mais il n'en est pas de même du Nitre; & ce qui confirme parfaitement, à mon avis, qu'il ne s'élève ou ne se sublime pas du fond de la terre vers sa surface, où on a coutume de le trouver, & où il semble qu'il affecte de se loger; c'est que dans un canton de terres nitreuses, elles ne devroient pas cesser de l'être à quelques pieds de profondeur; on devroit au contraire les trouver d'autant plus chargées de Nitre, qu'en enfonçant plus avant en terre, on approcheroit davantage de la source nitreuse, du moins le Ni-

tré ne devoit-il pas manquer tout à coup dans ces terres, dès qu'on y est parvenu à une certaine profondeur; au lieu qu'en faisant venir le Nitre d'une source extérieure, c'est-à-dire, en le faisant entrer en terre de dehors en dedans, ou de haut en bas, on conçoit si la terre est telle qu'elle doit être, & que nous l'avons remarqué au commencement de l'autre Memoire; on conçoit, dis-je, que le Nitre qui s'y engage & qui y descend y est bientôt arrêté au passage, & ne sçauroit percer au-delà d'une certaine profondeur, ou du moins s'il y perce, c'est en petite quantité, & de maniere que les couches supérieures de la terre qui par là se trouvent les plus proches de la source nitreuse, font aussi une provision de Nitre plus abondante que les inférieures.

- C'est apparemment en consequence de cette remarque, & de quelques observations mal entendues dont il a été parlé, qu'on a eu recours à l'air, comme à une espece d'océan nitreux, où on a supposé que le Nitre étoit aussi abondant que le Sel commun l'est dans la mer; mais quoique ce soit qui ait donné lieu à cette fausse supposition, de ce qu'on n'a point trouvé jusques ici de mines véritables de Salpêtre, de ce que l'air n'en doit point être censé le magasin general qui le fournit ensuite aux terres & aux pierres, comme nous l'avons suffisamment prouvé; de ce que le Nitre ne se trouve que vers la surface de la terre, c'est-à-dire, dans les endroits qui sont en quelque sorte à portée des matieres vegetales ou animales, ou sur lesquels ces matieres peuvent aisément déposer leur Nitre, car elles ne pourroient gueres le faire au-delà de ces limites; de ce qu'on ne remarque point que les terres les plus propres à faire provision de Nitre, en amassent sans le secours ou le mélange de ces matieres; de ce qu'il est certain & averé par l'experience que ces matieres contiennent un véritable Nitre; de ce que celui qu'on trouve sur les terres & les pierres en différents lieux, differe suivant la nature des sources

dont il a été emprunté, c'est-à-dire, que s'il vient d'une matiere animale, il retient le caractere particulier du Nitre qui domine dans les animaux, & il a besoin de la même manipulation, pour paroître sous une forme de Salpêtre; au lieu que celui qui vient d'une source vegetale est comme dans la plante un Salpêtre tout fait, qui n'a pas besoin pour paroître tel, de la manipulation de l'autre espece de Nitre; enfin de toutes ces preuves & observations réunies, n'a-t-on pas droit de conclure que tout le Nitre de l'univers vient ou des plantes ou des animaux, & par conséquent que c'est essentiellement un Sel vegetal ou animal.

Mais, me dira-t-on, les Plantes ne tirant leur nourriture que des sucres qui leur viennent de la terre, & les animaux vivant des Plantes ou d'autres animaux qui vivent eux-mêmes de Plantes, il est clair que les Sels & les autres substances contenues dans les Plantes & dans les animaux, ont dû auparavant & en premier lieu habiter dans la terre, & par là sont originaiement minérales; & par conséquent si on trouve du Nitre dans les matieres vegetales & animales, il faut qu'il y ait eu auparavant dans la terre, un Nitre minéral, qui venant ensuite à passer dans les Plantes, & des Plantes dans les animaux, est celui-là même qu'on y découvre.

On ne peut disconvenir que les Sels minéraux ne passent dans les Plantes, mais on prétend qu'ils ne conservent pas toujours la forme particuliere qu'ils avoient dans la terre, & qu'ils en acquierent souvent une toute différente qui les rend fort méconnoissables de ce qu'ils étoient auparavant. Le Nitre se trouve dans ce cas; si l'on n'a égard qu'à sa matiere, elle est certainement minérale; mais cette matiere n'a reçu sa forme nitreuse, & n'est veritablement devenuë Nitre que dans la Plante ou dans l'animal; elle ne l'étoit point auparavant, & c'est pour cela qu'on ne trouve point de Nitre sur la terre, à moins qu'elle n'ait été abreuvée auparavant par quelque saumure vegetale ou animale; c'est encore pour cela que les entrailles de la ter-



re qui sont inaccessibles aux matieres vegetales & animales, & dans lesquelles les Sels veritablement minéraux se rencontrent naturellement, ne donnent cependant point de Nitre, & que ce Sel se trouve seulement dans les endroits qui sont à portée des matieres dont il s'agit, c'est-à-dire, vers la surface de la terre, comme nous l'avons déjà remarqué; & quoi-que ce qui a été dit suffise pour être convaincu que le Nitre se forme dans la plante ou dans l'animal, & que c'est dans l'un ou dans l'autre de ces corps que se fait la conversion ou la métamorphose des Sels minéraux en Sels nitreux. Voici encore une observation qui me paroît confirmer parfaitement cette vérité.

J'ai souvent examiné, & encore depuis peu, différentes terres argilleuses, sur lesquelles plusieurs sortes de Plantes nitreuses viennent abondamment, telles que la Bourroche, le Pourpier & autres; & ces terres exemptes du mélange des Plantes pourries & prises pour cela à une certaine profondeur en terre, ne m'ont donné aucun indice de Nitre, quelque soin que je me sois donné pour le découvrir, supposé qu'il y en eut; mais ce que j'y ai toujours trouvé, plus ou moins abondamment, c'a été du Vitriol ordinaire & du Soufre commun veritable qu'on voit souvent attaché en assez grande quantité au col de la cornue dans laquelle on a mis la terre en distillation; on on sçait que le Vitriol ordinaire & le Soufre commun ne contiennent qu'un acide vitriolique qui y est fort abondant; & par conséquent les Plantes qui ont reçu les sucs de ces especes de terres, ne devoient contenir que des acides ou des Sels vitrioliques; cependant il y vient, comme il a été dit, beaucoup de Plantes qui abondent chacune en Salpêtre, duquel on auroit dû au moins trouver une certaine quantité dans la terre, s'il y en avoit eu originairement; ce qui marque que ces Plantes ont alteré & converti à leur usage particulier, les sucs qu'elles ont tiré de la terre, & que ce qui y étoit acide ou Sel vitriolique, est devenu dans la Plante acide ou Sel nitreux: & l'on ne

fera point si fort étonné de cette espece de métamorphose, si l'on considère qu'il s'y en fait plusieurs autres tout-à-fait semblables, dont il n'est pas possible de disconvenir.

Par exemple, l'analyse des Plantes, & sur tout celle des animaux nous fournit une espece de Sel alkali, extraordinairement volatile, & qui, s'il n'étoit pas alkali dans la Plante ou dans l'animal, avoit du moins une grande disposition à se devenir par un effort assez mediocre, tel qu'est celui qu'on employe pour retirer ces sortes de Sels. Or les matieres minérales ne nous donnent ordinairement point de Sels qui soient, à beaucoup près, aussi volatiles, & qui aient une pareille disposition à devenir alkali : au contraire, ceux qu'on retire & seulement encore de quelques-unes de ces matieres & en petite quantité sont des Sels concrets forts acides, plus pesants que le phlegme, & qui ne s'élèvent aussi qu'après lui, au lieu que les Sels volatiles des Plantes & des animaux sont beaucoup plus légers que ce liquide, & montent aussi auparavant, comme on se reconnoît par leur rectification.

Enfin, sous quelque forme que ces Sels habitent dans les Plantes ou dans les animaux, & quelque altération qu'ils soient capables de recevoir, & qu'ils reçoivent en effet par l'analyse, toujours est-il certain que c'est dans le regne vegetal ou animal qu'ils ont été formés, car s'ils l'eussent été dans le regne minéral, dans les matieres, par exemple, qui passent dans les Plantes & qui leur servent de nourriture, il y auroit quelques-unes de ces matieres, qui non-seulement donneroient des Sels aussi volatiles & susceptibles des mêmes altérations, par l'analyse ; mais qui fourniroient encore une abondante provision de ces Sels pour répondre par là à la grande quantité qu'on en retire des animaux ; & ce qui me paroît une espece de démonstration que ce n'est point dans le regne minéral ; mais dans le regne vegetal ou animal que ces sortes de Sels ont reçu leur forme particuliere, c'est que la plus grande

partie de ceux qu'on retire des animaux, bien loin d'avoir habité auparavant dans quelques matières minérales, n'habitoient pas même dans les Plantes qui leur ont servi immédiatement de nourriture, comme nous le marquerons plus amplement dans la suite; & ainsi quoi que la matière de ces Sels soit originairement minérale, ils doivent cependant être regardés comme des Sels végétaux ou animaux par rapport à la forme particulière qu'ils ont acquise dans l'un ou l'autre de ces corps.

En un mot, tous les sucs minéraux qui passent dans les Plantes, y reçoivent toujours par la fermentation, une altération qui les déguise plus ou moins, & c'est pour cela que les analyses des végétaux diffèrent ordinairement si fort de celles des minéraux par la nature & le caractère particulier des substances qu'on retire des uns & des autres, & qui peuvent quelquefois servir à nous faire distinguer si une matière dont on ignore l'origine est ou minérale ou végétale, ou animale: & quoi que les analyses végétales & animales aient un plus grand rapport entr'elles que n'en ont celles des minéraux & des végétaux; elles ont cependant aussi leurs différences particulières, & ainsi si l'on veut raisonner juste, la terre, les végétaux & les animaux doivent être regardés comme trois espèces de laboratoires naturels; dans lesquels les mêmes matières prennent différentes formes: dans les minéraux, par exemple, les acides sont ordinairement moins enveloppés & plus faciles à en être séparés avec toute leur force: dans les végétaux, ces acides sont plus engagés, mais ils le sont encore infiniment davantage dans les animaux, où il semble que la nature ait pris un soin particulier de lier & de garoter ces acides, parce que quand ils sont plus développés, ils ne manquent pas d'épaissir toutes nos liqueurs, & de causer par la différentes espèces de maladies.

On peut dire encore que ce qui n'a pu se faire dans la Plante, ou du moins ce qui n'y a été que commencé ou ébauché, s'achève & se perfectionne souvent dans l'ani-

mal. Les Plantes, par exemple, ne convertissent pas en Sel volatil, tout ce qui est capable, chés elles de prendre cette forme; il y en a de certaines qui contiennent une médiocre quantité de ce Sel; d'autres n'en donnent point ou presque point, mais toutes abondent en Sel fixe; au lieu que les animaux, qui ont vécu de toutes ces Plantes, abondent en Sels volatiles, & ne contiennent presque point de Sel fixe, ce qui fait bien bien voir que ce qui étoit Sel fixe dans les Plantes, est devenu Sel volatil dans les animaux, où l'on ne manque point de trouver ce Sel qui souvent, ne se trouve point dans les Plantes; de même aussi il y a plusieurs Plantes qui donnent beaucoup de Nitre ou Salpêtre, & d'autres qui n'en donnent point d'indice; mais on en trouve dans tous les animaux, du moins tous ceux sur lesquels j'ai travaillé n'ont pas manqué de m'en donner: ce qui pourroit donner lieu de croire que ce qui n'a pû acquerir dans les Plantes toute la forme requise pour devenir Nitre, l'acquert dans les animaux; mais cette observation demande une nouvelle vérification, particulièrement de la part de plusieurs Plantes, qui, quoiqu'elles ne donnent point de certains indices de Salpêtre, pourroient cependant bien en contenir.

Nous finirons ce Memoire par quelques réflexions sur deux propriétés particulières aux acides nitreux; l'une c'est que quand ils sont engagés dans plusieurs sortes de matières, la cristallisation qui en résulte, représente souvent & si exactement des figures de Plantes, qu'en vertu de la ressemblance, on a crû pouvoir lui donner le nom de végétation chimique ou artificielle; nous trouvons assés souvent un exemple de cette espece de végétation dans la purification du Salpêtre ordinaire, dont les cristaux longs & solides, privés de l'humidité aqueuse qui les tenoit dissous, s'arrangent quelquefois naturellement, & si bien en se précipitant & se condensant, qu'ils forment alors des especes de branchages ou une figure de Plante, qu'on diroit avoir crû & végété au fond du vaisseau où se fait

l'opération : mais où ce phénomène est bien plus commun & paroît avec bien plus de distinction & de ressemblance, c'est dans le mélange de l'acide nitreux avec certains métaux, comme avec le Mercure & l'Argent, ce qui produit l'arbre de Diane ; ou avec le Fer, ce qui donne lieu à l'arbre de Mars que j'ai découvert & donné au public en 1706. or on n'a point encore remarqué que les acides minéraux fissent rien de semblable en pareil cas : & quelque tentative que j'aye faite pour en venir à bout, en employant différentes sortes de matrices, je n'ai jamais pû y réussir, & je n'ai fait avec ces ingrediens que des cristallisations informes, & qui, pour parler plus juste, n'ont été que de simples cristallisations.

L'autre propriété des acides nitreux, c'est que quand avec un Sel fixe ou volatile ils forment l'une ou l'autre espece de Nitre naturel dont il a été parlé, ils contribuent en cet état très efficacement à la végétation & à l'accroissement des Plantes. Si on dissout, par exemple, du Salpêtre dans de l'eau, & qu'on arrose des Plantes avec cette liqueur, elles croîtront infiniment mieux que si on se fut servi d'eau pure, ou qu'au lieu de Salpêtre on eut employé quelques-uns de nos Sels minéraux comme le Sel marin, l'Alun, qui souvent bien loin de favoriser la végétation des Plantes, l'empêchent ou la retardent plus ou moins suivant leur quantité.

A l'égard du Sel armoniac nitreux, comme cette espece de Nitre naturel réside abondamment dans les matieres animales en general, & en particulier dans celles dont on a coutume de se servir pour fumer les terres, il y a tout lieu de croire que si ces matieres avancent & hâtent si fort la végétation des Plantes, leur Nitre a une très grande part à cet effet, qui même n'est aussi prompt & aussi considérable qu'on le remarque, que par la quantité de ce Nitre, qui entrant à la fois & en foule dans toutes les fibres de la plante, les oblige bientôt à s'étendre & à se dilater jusqu'à un certain point.

Mais il y a une remarque à faire au sujet du Nitre, que les matieres animales fournissent aux Plantes ; c'est que quoi que la plus grande partie de celui que contiennent ces matieres, y soit sous la forme d'un Sel armoniac nitreux, cependant on ne le trouve plus ou presque plus sous cette forme dans les Plantes, mais sous celle d'un veritable Salpêtre, ce qui donne lieu de juger que le Nitre animal ou le Sel armoniac nitreux en entrant dans les Plantes, ou peu de tems après qu'il y est entré, se convertit en Salpêtre, comme le Salpêtre des Plantes en passant dans les animaux devient bientôt après un Sel armoniac nitreux.

Pour expliquer ce phénomène ou cette espee de métamorphose, on dira peut-être que le Sel armoniac nitreux en entrant dans la Plante y trouve des Sels fixes alkalis qui se joignant à l'acide nitreux, font lâcher prise aux Sels volatiles dont le Sel armoniac étoit composé, & forment avec cet acide un nouveau Sel salé comme il arrive toujours en pareil cas, & entr'autres dans l'opération ordinaire de l'esprit de Sel armoniac, où le Sel de Tartre qu'on employe se joint de même à l'acide du Sel, & donne lieu par là au Sel volatile de s'élever ; nous retrouvons la même manœuvre dans une autre opération qui vient encore mieux à notre sujet ; c'est quand on veut faire du Salpêtre avec des matieres animales, pour lesquelles il faut necessairement employer un Sel fixe, qui saisit aussi l'acide nitreux dont le Sel volatile étoit en possession ; & change par là le Sel armoniac nitreux en Salpêtre.

Mais quoi que cette maniere de convertir une espee de Nitre dans une autre, soit tout-à-fait naturelle & fondée sur l'expérience, elle ne laisse pas de souffrir quelques difficultés par rapport aux Plantes ; car 1°. on ne voit pas trop ce qu'y deviendroit le Sel volatile qui auroit été mis en liberté par l'union de l'acide nitreux avec un Sel fixe alkali, & les Plantes qui auroient reçu beau-

coup de Nitre de cette espece, c'est à-dire, qui seroient venus sur des terres ou des matieres animales propres à les fumer, n'auroient pas été épargnées : ces Plantes, dis-je, devroient donner par l'analyse une grande quantité de Sels volatiles, ce qu'elles ne font néanmoins point : 2°. on ne conçoit pas aisément comment le Nitre animal entrant dans une Plante, y trouveroit à point nommé des Sels fixes alkalis, qui l'attendroient au passage pour lui dérober son acide ; & en effet quand nous examinerons ce qui doit véritablement passer pour la matrice propre du Salpêtre & du Sel armoniac nitreux, c'est-à-dire, si à proprement parler, ce sont des Sels alkalis fixes & volatiles ; nous ferons voir pour lors que ces Sels ne sont pas dans la Plante & dans l'animal sous la forme d'un Sel alkali, mais sous celle d'un Sel salé ou acide concret, & qu'ils ne deviennent ensuite alkalis que parce que les moyens dont on se sert pour les retirer, donnent lieu à une portion de leurs acides de s'en dégager, & qu'ainsi tous ces Sels alkalis ne sont que des Sels concrets à demi décomposés, & qui n'ont véritablement souffert d'autre altération que celle de la perte d'une portion de leurs acides, puisqu'en leur rendant ces acides on les rétablit dans leur premier état.

Cela étant, on voit d'autant moins comment les Plantes pourroient naturellement fournir au Nitre animal le Sel fixe alkali dont il auroit besoin pour prendre la forme du Salpêtre ; de plus il suivroit en quelque sorte de cette hypothese, que le Nitre végétal ou le Salpêtre qui passe dans les animaux, y deviendrait Sel armoniac nitreux par la même mécanique qui convertit dans les Plantes le Nitre animal en Salpêtre, c'est-à-dire, parce que des Sels volatiles attendroient de même au passage le Salpêtre, & s'empareroient de son acide, comme on suppose qu'un Sel fixe s'empare dans les Plantes de l'acide du Nitre animal, mais l'expérience ne nous prouve pas qu'un Sel volatile dégage & enleve les acides engagés dans un Sel fixe,

comme un Sel fixe enleve ceux qui tiennent à un Sel volatil : d'ailleurs que deviendroient alors les prétendus Sels fixes alkalis du Nitre végétal qui dans leur nouveau séjour auroient été dépouillés d'une partie de leurs acides, & qui dans les animaux, par exemple, qui ne vivent que de Plantes, devraient faire une somme de Sel fixe très considérable sans qu'on put dire qu'elle s'échappe par différentes voyes, puisqu'en analysant les urines, les excréments & les autres suc qui se séparent de ces animaux, on y trouve toujours très peu de Sel fixe, mais beaucoup de Sel volatil.

Enfin pour suivre une hypothèse qui rende également raison de l'une & de l'autre conversion naturelle, du Salpêtre en Sel armoniac, & du Sel armoniac nitreux en Salpêtre ; il faut concevoir que quand le Nitre animal passe dans les végétaux, ou que le Nitre végétal passe dans les animaux, l'acide nitreux dans chacun de ces cas ne quitte pas sa matrice pour en prendre une autre dans sa nouvelle habitation ; mais que la matrice qu'il avoit devient fixe ou volatile, suivant le lieu & les altérations qu'elle y souffre par la fermentation : elle devient fixe, par exemple, quand elle s'unit à de nouvelles parties terreuses, & elle devient volatile quand elle dépose une certaine quantité de parties terreuses, à la place desquelles il lui vient des parties huileuses : & cette supposition non-seulement nous sauve l'embarras de ce que devient le Sel fixe du Salpêtre dans les animaux, & le Sel volatil du Sel armoniac nitreux dans les végétaux ; mais elle s'accorde encore parfaitement avec l'observation que nous avons déjà rapportée, sçavoir que ce qui étoit Sel fixe dans les Plantes, ne se retrouve plus, du moins pour la plus grande partie, sous la même forme dans les animaux qui ont vécu de ces Plantes, mais est devenu un véritable Sel volatil.

Pour revenir presentement aux propriétés de l'acide nitreux, par rapport aux végétations naturelles & à celles de  
l'art



Part où de la Chimie, quand après avoir considéré ces propriétés on vient à faire réflexion que le regne végétal est le lieu naturel où les acides minéraux reçoivent une forme nitreuse, d'où dépendent toutes les propriétés particulières aux acides nitreux, & que si quelques acides minéraux ne deviennent tout-à-fait nitreux que dans le regne animal, ils ont toujours été préparés jusqu'à un certain point dans les Plantes où ils ont habités en premier lieu, & où il y a lieu de croire qu'ils ont reçu une modification considérable; on est tenté de croire que c'est à ces mêmes Plantes que l'acide nitreux doit en quelque sorte le secret d'exciter ensuite la végétation d'autres Plantes, & de faire des espèces de Plantes chimiques ou artificielles: cependant il n'est pas facile de déterminer qu'elle est la modification particulière qu'a acquis l'acide nitreux dans la plante, & qui l'a rendu propre aux deux effets dont il a été parlé; seroit-ce qu'il auroit reçu & conservé une espèce d'empreinte des fibres de la plante, qui l'a contenu un certain tems! & que quand il s'engage ensuite dans quelques corps métalliques, chaque portion de métal qui enveloppe l'acide, s'y applique de manière qu'elle ne fait que grossir la figure naturelle de l'acide, & la rendre plus sensible! & comme toute matière n'est pas également propre à s'appliquer exactement, & comme il a été dit, sur l'acide nitreux, toute matière ne fait pas aussi avec cet acide une végétation distincte: mais cette explication est sujette à plusieurs difficultés qu'il ne seroit pas facile de résoudre, & aux quelles nous n'entreprendrons point aussi de répondre.

Enfin, pour ce qui regarde le développement & l'accroissement des Plantes que l'une & l'autre espèce de Nitre naturel excitent si efficacement; on peut dire, à mon avis, avec quelque vraisemblance, que comme la plus grande partie du Nitre qui se trouve dans les Plantes, y est sous la forme du Salpêtre, quand on arrose les Plantes avec une liqueur chargée du même Sel, il doit s'insinuer

d'autant plus aisément dans toutes leurs fibres, & contribuer par là d'autant mieux à leur extention, qu'ayant déjà habité sous cette même forme dans d'autres Plantes, & y ayant été moulé, il a acquit par là une convenance & une proportion plus particuliere qu'aucun autre Sel avec la figure naturelle des fibres des végétaux : de plus, nous sçavons qu'un très grand nombre de Plantes ont un besoin indispensable de Salpêtre pour leur végétation, puisqu'elles en contiennent toutes beaucoup qu'elles ont fabriqué elles-mêmes pour leur propre usage, suivant ce qui a été dit : & ainsi quand on leur offre du Salpêtre tout fait, on leur sauve le tems qu'elles auroient employé à le former, & on hâte par là considérablement leur végétation.

A l'égard du Sel armoniac nitreux qui passe des matieres animales dans les Plantes ; comme cette espece de Nitre ne tarde guere à y devenir Salpêtre, c'est aussi comme lui & de la même maniere qu'il y agit. On peut dire encore que comme beaucoup de Plantes contiennent un véritable Sel armoniac nitreux, qui est aussi de leur façon, ce Sel a par lui-même & par sa propre forme un rapport particulier avec les fibres des végétaux.

*DES MOUVEMENTS  
APPARENTS DES PLANETES,  
Et de leurs Satellites à l'égard de la Terre.*

Par M. CASSINI.

7 Août  
1717.

**L**A révolution du Soleil autour de la Terre, ou bien celle de la Terre autour du Soleil se fait suivant le plan de l'Ecliptique. Les révolutions des autres Planetes se font suivant des plans différemment inclinés à celui de

l'Ecliptique, & qui la coupent en deux points opposés qui sont particuliers à chaque Planete, & qu'on appelle nœuds. Celui où se trouve la Planete lorsqu'elle passe de l'Hemisphère Meridional dans l'Hemisphère Septentrional, s'appelle le Nœud Ascendant ; & le point de l'autre intersection se nomme le Nœud Descendant.

L'Orbite de la Lune est, comme l'on sçait, inclinée au plan de l'Ecliptique d'environ 5 degrés, & son plan passe par le centre de la Terre. L'intersection de ce plan avec celui de l'Ecliptique a un mouvement propre de 3' 11" par jour de l'Orient vers l'Occident ; de sorte que ses nœuds répondent successivement à tous les degrés de l'Ecliptique, & font une révolution autour de la Terre dans l'espace d'environ 19 années.

A l'égard des autres Planetes, elles font leurs révolutions sur des Orbites, dont les plans, de même que celui de l'Ecliptique, passent par le centre du Soleil. Le plan de l'Orbite de Saturne est incliné à l'Ecliptique de  $2^d\ 33'\ 30''$ , & la coupe presentement au  $22^e$  degré de l'Ecrevisse & du Capricorne. Celui de Jupiter est incliné à l'Ecliptique de  $1^d\ 19'\ 40''$ , & la coupe au  $7^e$  degré des mêmes signes. Celui de Mars est incliné à l'Ecliptique de  $1^d\ 51'\ 0''$ , & la coupe au  $17^e$  degré du Taureau & du Scorpion. Celui de Venus est incliné à l'Ecliptique de  $3^d\ 23'\ 0''$ , & la coupe au  $14^e$  degré des Gemeaux & du Sagitaire. Enfin celui de Mercure lui est incliné de  $6^d\ 52'\ 0''$ , & la coupe au  $15^e$  degré du Taureau & du Scorpion.

Le centre de la Terre étant dans le plan de l'Orbite de la Lune, la section circulaire de ce plan dans le disque de la Lune nous est représentée en forme d'une ligne droite qui passe par le centre de la Lune. Cette ligne est inclinée de 5 degrés au plan de l'Ecliptique, lorsque la Lune est dans ses nœuds. Cette inclinaison diminue à mesure que cette Planete s'éloigne de ses nœuds jusqu'à la distance de trois signes, où la section de l'Orbite de la Lu-

148 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ne dans son disque devient parallele au plan de l'Ecliptique.

Les mêmes apparences arrivent aux Planetes principales vûës du Soleil. Les sections circulaires que les plans de leur Orbite font dans le disque des Planetes, ou bien dans les Orbes des Satellites qui leur sont concentriques, forment à son égard des lignes droites, qui sont inclinées à l'Ecliptique le plus qu'il est possible, lorsque ces Planetes sont dans leurs noeuds, & qui lui deviennent paralleles lorsqu'elles sont éloignées de leurs noeuds à la distance de trois signes.

(v. Fig. 1.) Il n'en est pas de même des Planetes vûës l'une de l'autre, & principalement de la Terre à laquelle nous avons besoin de rapporter tous les mouvements des corps celestes. Le plan de leur Orbite ne passe par le centre de la Terre, que dans le temps qu'elle se rencontre dans l'interfection de ce plan avec l'Ecliptique, d'où il suit que dans toutes les autres situations, la Terre est élevée au-dessus de l'Orbite d'une Planete vers le Septentrion ou vers le Midi. La section circulaire du plan de l'Orbite d'une Planete dans son disque, ou bien dans l'Orbe d'un de ses Satellites, ne paroît donc plus en forme d'une ligne droite, mais elle nous est représentée sous la figure d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que la Terre est plus ou moins élevée sur le plan de l'Orbite de la Planete. Pour la déterminer, il faut imaginer deux rayons  $AC$   $CB$  dont l'un va de nôtre œil  $C$  au point  $B$ , de la section circulaire qui est le plus près de nous, & l'autre au point  $A$  diametralement opposé qui en est le plus éloigné. Ces rayons comprennent dans la surface spherique de la Planete ou de l'Orbe d'un Satellite un arc  $DB$  dont la corde  $DB$  est au diametre  $AB$  de la section circulaire de l'Orbite de la Planete comme le petit diametre de l'Ellipse qui represente cette section à son grand diametre. Cet arc  $DB$  mesure le double de l'angle  $CAB$  de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë de la

Planete, qui est représentée par consequent par le petit demi-diametre de cette Ellipse. Il résulte de là que si le mouvement des Satellites se faisoit suivant le plan de l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent, l'élevation de l'œil sur ce plan vûe de la Planete seroit la mesure du petit diametre de l'Ellipse qu'ils paroïtroient décrire par leur révolutions. On les verroit lorsque le Soleil & la Terre sont dans les noeuds de la Planete, décrire des lignes droites paralleles à l'Orbite, qui se changeant en Ellipse s'élargiroient de plus en plus jusqu'à ce que le Soleil & la Terre en fussent éloignés de trois signes, & qui n'auroient d'autre transformation que celle qui dépend du retour du Soleil & de la Terre aux noeuds de la Planete.

Mais si le mouvement des Satellites ne se fait pas suivant le plan de l'Orbite de la Planete, mais suivant un plan qui lui est incliné, alors les Ellipses que les Satellites paroissent décrire sont sujettes à des variations qui sont produites par deux causes, dont l'une dépend de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite, & l'autre de l'élevation de l'œil sur le plan incliné du Satellite. La premiere a pour periode le retour de la Terre à l'un des noeuds de la Planete, & la seconde le retour de la Planete à l'un des noeuds du Satellite.

## DE LA SITUATION DES NOEUDS

### DES SATELLITES DE SATURNE.

**A** Prés avoir considéré en general les apparences des Orbes des Satellites à l'égard de la Terre, nous avons crû devoir en faire l'application aux Satellites de Saturne, & proposer la méthode de trouver le vrai lieu de leurs noeuds, lorsque leurs cercles sont vûs de la Terre en ligne droite.

On sçait que l'Anneau de Saturne & les cercles que les Satellites décrivent par leur révolution, nous sont représentés le plus souvent en forme d'Ellipses qui s'élargissent

& se rétrécissent successivement & se transforment enfin en une ligne droite ; en sorte que l'Anneau qui est fort mince, cesse entièrement de paroître.

Ces apparences servent à trouver la situation des nœuds du plan de l'Anneau de Saturne, & des cercles de ses Satellites, & leur inclinaison à l'égard de l'Orbite de cette Planete.

Si ces nœuds étoient les mêmes que ceux de l'Orbite de Saturne qui sont presentement au  $22^{\circ}$  degré de l'Ecrevisse & du Capricorne. Cette Planete étant dans ses nœuds vers le tems de ses conjonctions ou oppositions que la Terre est à peu-près dans les mêmes degrés du Zodiaque, l'Anneau cesseroit de paroître, & les quatre Satellites qui sont dans le même plan, décriroient des lignes droites en apparence. Mais comme vers ces tems-là, l'Anneau de Saturne aussi-bien que les cercles des quatre Satellites qui sont les plus près de lui, paroissent en forme d'Ellipses assez larges ; pour déterminer leurs nœuds, on a considéré les tems où l'Anneau cesse de paroître, ce qui arrive par deux causes, dont la premiere est lorsque le Soleil se trouve dans la direction de ce plan prolongé ; car alors la lumiere du Soleil n'éclairant que son épaisseur qui est trop mince pour être apperçûë, il disparoit entièrement, & le vrai lieu du nœud de cet Anneau où l'intersection de son plan avec l'Orbite de Saturne est précisément le même que le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil qu'on trouve aisément par les Tables Astronomiques.

La seconde cause qui fait disparoître l'Anneau, est lorsque la Terre se trouve dans la direction de son plan prolongé. Car alors cet Anneau n'étant vû de la Terre que par son épaisseur, il doit cesser entièrement de paroître, quoi-que le Soleil puisse éclairer une de ses surfaces. Si la Terre se trouvoit alors près des nœuds de l'Orbite de Saturne, l'Anneau seroit aussi dans ses propres nœuds, de même que les cercles des quatre premiers Satellites

qui sont dans le même plan & qu'on voit alors décrire des lignes droites. Mais comme il arrive souvent que la Terre se trouve dans ce tems-là éloignée des nœuds de l'Orbite de Saturne, auquel cas elle est élevée sur le plan de cette Orbite vers le Midi ou vers le Septentrion, on cherchera pour le tems de l'Observation le vrai lieu du Soleil dont l'opposite est le vrai lieu de la Terre.

On prendra la distance de la Terre au nœud de Saturne qui en est le plus proche, & on fera comme le sinus total est au sinus de  $2^d\ 33'$  inclinaison de l'Orbite de Saturne par rapport à l'Ecliptique, ainsi le sinus de la distance de la Terre à l'un des nœuds de Saturne, est à l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe du Soleil, laquelle est vers le Midi, lorsque la distance de la Terre au nœud ascendant de Saturne est depuis 0 jusqu'à 6 signes, & qui est vers le Septentrion lorsque cette distance est depuis 6 jusqu'à 12 signes.

On prendra ensuite dans les Tables le rapport de la distance de la Terre à Saturne à la distance de la Terre au Soleil, dont la moyenne est environ comme 10 à 1, & on fera comme la distance de la Terre à Saturne est à la distance de la Terre au Soleil, ainsi le sinus de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe du Soleil est au sinus de l'élevation de l'œil vûe de Saturne. Cette élévation mesure le petit demi-diamètre d'une Ellipse qui représente dans l'Orbe des Satellites un cercle couché sur l'Orbite de Saturne.

Pour trouver presentement l'élevation de l'œil sur le plan des cercles des Satellites qui sont inclinés à l'Orbite d'une certaine quantité, on fera comme le S. T. est au sinus du complement de l'inclinaison des cercles des Satellites par rapport à l'Orbite, ainsi le sinus de l'élevation de l'œil vûe de Saturne est au sinus de l'élevation de l'œil sur le plan des cercles des Satellites vûe de cette Planete, qui est la mesure du petit demi-diamètre des Ellipses qui représentent ces cercles, lorsque les Satellites sont dans leurs

152 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
nœuds, & que la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite  
d'une certaine quantité.

Ces Ellipses sont semblables à celles que les cercles  
des Satellites, vûs de la Terre en ligne droite, représen-  
teroient à nôtre œil, si la Terre étoit placée sur l'Orbite  
perpendiculairement au-dessus ou au-dessous de l'endroit  
où elle est alors dans l'Ecliptique ; d'où il suit que lors-  
que la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite vers le  
Midi, nôtre œil placé sur l'Orbite seroit élevé sur le plan  
du cercle du Satellite vers le Septentrion, & que par con-  
séquent la partie supérieure de l'Ellipse qui représente le  
cercle du Satellite déclineroit vers le Septentrion. Tout  
au contraire, si la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite  
vers le Septentrion, il suit que nôtre œil placé sur l'Or-  
bite seroit élevé sur le plan du cercle du Satellite vers le  
Midi, & que la partie supérieure de l'Ellipse déclineroit  
vers le Midi. Dans ces deux cas, si l'élévation de l'œil  
sur le plan de l'Orbite est contraire à la déclinaison de la  
partie supérieure de l'Ellipse du Satellite qu'on avoit ob-  
servée auparavant, c'est une preuve que le Satellite n'est  
pas encore arrivé à son nœud ; mais si elle est conforme,  
c'est une marque qu'il les a passé d'une certaine quantité  
qu'on déterminera en faisant comme le sinus de l'inci-  
naison du cercle du Satellite est au S. T. ainsi le si-  
nus de l'élévation de l'œil sur le plan du cercle du Satelli-  
te vû de la Planete est au sinus de la distance du Satelli-  
te à son nœud.

#### EXEMPLE I.

Ayant trouvé par les Observations du mois de Mai de  
l'année 1714, que le 5<sup>e</sup> Satellite de Saturne avoit pa-  
rû décrire une ligne droite, & avoit passé près du centre  
de cette Planete le 7 du même mois. Ayant aussi observé  
le mouvement apparent de Saturne par rapport à une  
Etoile fixe & trouvé que sa route *CD* (*v. Fig. 2.*) étoit  
inclinée à la route *AB* du Satellite de 17 degrés vers l'O-  
rient



rient vers le Midi, on cherche le vrai lieu du nœud de ce Satellite, & la véritable inclinaison de son cercle par rapport à l'Orbite de cette Planete.

On cherchera d'abord dans les Ephemerides, ou bien l'on calculera par les Tables Astronomiques la vraie longitude de Saturne, & sa latitude pour le 29 Mai & le 3 Juin 1714, jours auxquels on a observé la situation de Saturne par rapport à une Etoile fixe. On prendra pour cet intervalle de tems la difference en longitude, qui est de  $13^{\circ} 42''$ , & la difference en latitude qui est de  $30'$ , & on décrira par ce moïen une portion de l'Ecliptique *EI* qu'on trouvera décliner de la route *CD* de Saturne de deux degrés de l'Orient vers le Septentrion, à cause que la déclinaison Septentrionale de Saturne va en diminuant; les retranchant de  $17^{\circ}$  inclinaison de la route de ce Satellite à celle de Saturne, on aura l'inclinaison de la route de ce Satellite par rapport à l'Ecliptique de  $15^{\circ}$ . On cherchera le vrai lieu de Saturne pour le 7 Mai 1714 qui étoit au  $5^{\circ}$  degré de la Vierge, & on prendra sa distance au  $22^{\circ}$  degré de l'Ecrevisse, qui est le lieu du nœud Ascendant de son Orbite. On fera ensuite comme le S. T. est au sinus du complement de  $43^{\circ}$  distance de Saturne à son nœud Ascendant, ainsi la tangente de  $2^{\circ} 33'$  inclinaison de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique est à la tangente de  $1^{\circ} 52'$  inclinaison apparente de l'Orbite par rapport à l'Ecliptique qui est de l'Orient vers le Septentrion, lorsque la distance de la Planete à son nœud Ascendant est depuis 0 jusqu'à 3 signes, & depuis 9 jusqu'à 12 comme dans cet exemple, & qui est de l'Orient vers le Midi, lorsque cette distance est depuis 3 jusqu'à 9 signes.

Retranchant cet angle qui est de  $1^{\circ} 52'$  de l'inclinaison de l'Ecliptique à l'égard de la route du Satellite qu'on a trouvée de 15 degrés de l'Orient vers le Midi, & qui est mesurée par l'arc *AE*, on aura l'arc *AO* de l'inclinaison véritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de Saturne de l'Orient vers le Midi de 13 degrés & 8 minutes.

*Mem. 1717.*

Y

On prendra ensuite le vrai lieu du Soleil pour le 7 Mai, qui étoit alors au  $17^{\circ}$  degré du Taureau ; on aura donc le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite au  $17^{\circ}$  degré du Scorpion.

Si l'on en retranche le vrai lieu du nœud de Saturne qui est au  $22^{\circ}$  degré de l'Ecrevisse, on aura la distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne de 3 signes 25 degrés dont le supplément 2 signes 5 degrés est la distance au nœud descendant. On fera ensuite comme le S. T. est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Saturne qui est de  $2^{\text{d}} 30' 40''$ , ainsi le sinus de  $65^{\text{d}}$  distance de la Terre au nœud descendant de Saturne est au sinus de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe du Soleil qu'on trouvera de  $2^{\text{d}} 18' 47''$ , & qui est vers le Midi, à cause que la distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne est depuis 0 jusqu'à 6 signes.

On prendra ensuite dans les Tables le logarithme de la distance de la Terre à Saturne qui est de 595286, & celui de la Terre à Saturne qui est de 500454 & on fera comme la distance de la Terre à Saturne est à la distance de la Terre au Soleil, ainsi le sinus de  $2^{\text{d}} 18' 47''$  élévation de l'œil vûe du Soleil est au sinus de  $15' 37''$  élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de Saturne.

On fera ensuite comme le S. T. est au sinus de  $76^{\text{d}} 52'$  complément de l'inclinaison du cercle du 5<sup>e</sup> Satellite qu'on a trouvée de  $13^{\text{d}} 8'$  ; ainsi le sinus de  $15' 37''$  élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite est au sinus de  $15' 20''$  élévation de l'œil sur le plan du cercle du 5<sup>e</sup> Satellite. Enfin on fera comme le sinus de  $13^{\text{d}} 8'$  inclinaison du cercle du 5<sup>e</sup> Satellite est au S. T., ainsi le sinus de  $15' 20''$  élévation de l'œil sur le cercle du 5<sup>e</sup> Satellite est au sinus de  $1^{\text{d}} 20' 25''$  distance de Saturne au vrai lieu du nœud de ce Satellite, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Saturne qui étoit le 7 Mai 1715, à  $4^{\text{d}} 40'$  de la Vierge, à cause que l'élévation de l'œil sur le

plan de l'Orbite étoit vers le Midi, & que dans les Observations précédentes, la partie supérieure du cercle de ce Satellite paroïssoit décliner du centre de Saturne vers le Midi, & on aura le vrai lieu du nœud du 5<sup>e</sup> Satellite à 3<sup>d</sup> 20' de la Vierge,

## EXEMPLE II.

L'Anneau de Saturne ayant cessé de paroître le 20 Octobre de l'année 1714, & ayant observé alors que les quatre premiers Satellites décrivoient des lignes droites. On cherche le vrai lieu du nœud de l'Anneau & des cercles de ces Satellites.

Le vrai lieu du Soleil étant le 20 Octobre 1714 au 27<sup>e</sup> degré de la Balance, on aura le vrai lieu de la Terre au 27<sup>e</sup> degré du Belier. Si l'on en retranche le vrai lieu du nœud de Saturne qui est au 22<sup>e</sup> degré de l'Ecrevisse, on aura la distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne de 9 signes 5 degrés. On fera ensuite comme le S. T. est au sinus de 2<sup>d</sup> 33' 30" inclinaison de l'Orbite de Saturne; ainsi le sinus de 85<sup>d</sup> distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne est au sinus de 2<sup>d</sup> 33' élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe du Soleil qui est vers le Septentrion, à cause que la distance de la Terre au nœud de Saturne est depuis 6 jusqu'à 12 signes. On fera ensuite comme la distance de la Terre à Saturne est à la distance de la Terre au Soleil, c'est-à-dire, comme 10 est à 1, ainsi le sinus de 2<sup>d</sup> 33' est au sinus de 15' 18" élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de Saturne.

Connoissant ensuite l'inclinaison véritable des cercles des Satellites & du plan de l'Anneau par rapport à l'Orbite qui a été déterminée par diverses Observations de 31 degrés; on fera comme le S. T. est au sinus du complément de 31 degrés, ainsi le sinus de 0<sup>d</sup> 15' 18" élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de Saturne est au sinus de 13' 7" élévation de l'œil sur le plan de l'Anneau & des cercles des Satellites vûe de Saturne.

Enfin on fera comme le sinus de  $31$  degrés est au  $S$ .  $T$ , ainsi le sinus de  $13' 7''$  est au sinus de  $25' 28''$  distance de Saturne au vrai lieu du nœud de l'Anneau & des 4 premiers Satellites qu'il faut ajouter au vrai lieu de Saturne qui étoit le 20 Octobre 1714 à  $20^d 1'$  de la Vierge, à cause que l'élévation de l'œil sur le plan de l'Orbite est vers le Septentrion, & que dans les Observations précédentes, la partie supérieure de l'Anneau & des cercles des 4 premiers Satellites déclinait du centre de Saturne vers le Midi, & on aura le vrai lieu du nœud de l'Anneau & de ces Satellites à  $20^d 26'$  de la Vierge.

*Le vrai lieu du nœud des Satellites étant connu, aussi-bien que l'inclinaison des cercles de leurs révolutions par rapport à l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent; Déterminer dans tous les tems la figure des Ellipses qu'ils paroissent décrire autour de la Planete, & leur inclinaison apparente à l'égard de cette Orbite.*

(v. Fig. 3.) Soit dans l'Orbe de la Planete, une section circulaire  $BPbp$ , qui passe par le Pole  $P$  de l'Orbite, & est perpendiculaire au rayon qui va du centre de l'Orbite au nœud du Satellite.  $PCp$ , une autre section circulaire qui passe par le Pole  $P$  de l'Orbite & le nœud  $C$  du Satellite, dont le plan prolongé passant par notre œil nous est représenté en forme d'une ligne droite.  $BCb$  une autre section circulaire perpendiculaire au diamètre  $PCp$ , qui représente le plan de l'Orbite de la Planete que l'on suppose être en  $R$  & que nous voyons en forme d'une ligne droite, lorsque notre rayon visuel est sur ce plan. Ayant pris les arcs  $AB$ ,  $PL$  égaux à l'inclinaison véritable du cercle d'un Satellite par rapport à l'Orbite, soient menés les deux diamètres  $ACa$  &  $LC$  qui se coupent à angles droits, dont  $ACa$  représente une section circulaire qui est dans le plan du cercle de ce Satellite, &  $LCI$  une section circulaire qui passe par les Poles du cercle du Satellite, & par son

noeud  $C$  ; & des points  $P$  &  $L$  soient menés par le lieu  $R$  de la Planete , les demi-cercles  $PRp$  ,  $LRI$ . Lorsque la Terre est près des noeuds de la Planete , auquel cas l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite est peu sensible , on résoudra le triangle sphérique  $CTR$  rectangle en  $T$  , dans lequel  $CR$  représente la distance de la Planete  $R$  au noeud  $C$  du Satellite , & l'angle  $ACB$  ou  $TCR$  mesure l'inclinaison veritable du cercle du Satellite à l'égard de l'Orbite. On aura donc comme le  $S. T.$  est au sinus de l'arc  $CR$  ; ainsi le sinus de l'angle  $TCR$  est au sinus de l'arc  $RT$  élévation de la Planete sur le cercle du Satellite , lequel lorsque la Terre est sur le plan de l'Orbite , mesure l'élévation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite ; & représente , comme il a été dit cy-dessus , le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution. La demie circonference de cette Ellipse qui regarde le Septentrion , nous represente la partie supérieure du cercle du Satellite où la plus éloignée de nous , lorsque la distance de la Planete au noeud Ascendant du Satellite est depuis 0 jusqu'à 6 signes , & elle nous represente au contraire la partie inférieure du cercle du Satellite ou la plus proche de nous , lorsque la distance de la Planete au noeud Ascendant du Satellite est depuis six jusqu'à douze signes.

Pour trouver l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; on fera comme le  $S. T.$  est au sinus du complement de l'arc  $CR$  distance de la Planete aux noeuds du Satellite , ainsi la tangente de l'angle  $TCR$  inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete est à la tangente du complement de l'angle  $CRT$  , inclinaison apparente de l'Orbite à l'égard du cercle  $LRI$  qui passe par les Poles du cercle du Satellite. Retranchant l'angle  $CRT$  de l'angle droit  $CRF$  , on aura l'angle  $FRT$  ou  $PCL$  que le cercle qui passe par les Poles de l'Orbite fait avec le cercle qui passe par les Poles du cercle du Satellite. Cet

158 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 angle mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite  
 par rapport à l'Orbite qui est de l'Orient vers le Septem-  
 trion, lorsque la distance de la Planete au nœud Ascen-  
 dant du Satellite est depuis 0 jusqu'à 3 signes, & depuis  
 9 jusqu'à 12, & qui est de l'Orient vers le Midi, lorsque  
 cette distance est depuis 3 jusqu'à 9 signes.

Cette opération peut suffire, lorsque la Terre se trouve  
 près des nœuds de la Planete ; mais lorsqu'elle en est éloi-  
 gnée, il faut calculer les degrés de l'élevation de l'œil sur  
 le plan de l'Orbite vû de la Planete, de la maniere qui  
 a été enseignée cy-devant, & les porter sur le cercle  $PRp$ ,  
 de  $R$  vers  $X$ , lorsque cette élevation est Meridionale, & de  
 $R$  vers  $x$ , lorsqu'elle est Septentrionale. On menera en-  
 suite des Poles  $L, l$ , du cercle du Satellite par les points  
 $X, x$ , les sections circulaires  $LXl, Lxl$  ; les sinus des  
 arcs  $SX$  &  $sx$ , représenteront dans les deux cas l'éleva-  
 tion de l'œil sur le plan du cercle du Satellite.

Maintenant dans le triangle sphérique  $CRF$  rectangle en  
 $R$  dont le côté  $CR$  est connu, aussi-bien que l'angle  $FCR$ ,  
 on trouvera l'angle  $CFR$  & le côté  $FR$  auquel on ajou-  
 tera l'arc  $RX$  de l'élevation de l'œil sur l'Orbite, lorsqu'elle  
 est Meridionale, & duquel on retranchera l'arc  $Rx$ , lors-  
 que l'élevation de l'œil est Septentrionale ; & dans les  
 triangles  $FSX$  &  $Fsx$  rectangles en  $S$  &  $s$ , les côtés  $FX$   
 &  $Fx$  étant connus, aussi-bien que l'angle  $SFX$  ou  $sFx$  ;  
 on trouvera dans le premier cas l'arc  $XS$ , & dans le se-  
 cond cas l'arc  $xs$  dont les sinus representent l'élevation de  
 l'œil sur le plan du cercle du Satellite, & mesurent le pe-  
 tit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décri-  
 re par sa révolution. On aura aussi la valeur des angles  
 $FXS, Fxs$ , que le cercle qui passe par le Pole de l'Orbi-  
 te fait avec le cercle qui passe par les Poles du cercle du  
 Satellite. Ces angles  $FXS$  ou  $Fxs$  mesurent l'inclinaison  
 apparente du cercle de la révolution du Satellite par rap-  
 port à l'Orbite, lorsque la Planete est en  $R$ , & que l'é-  
 levation de l'œil vû de la Planete est mesurée par les arcs

$R X$  ou  $R x$  ; ce qu'il falloit trouver.

On peut aussi par le moyen d'une figure décrire les configurations des cercles des Satellites , & leur inclinaison apparente à l'égard de l'Orbite de la Planete , lorsque la Terre est sur le plan de cette Orbite , ce que l'on exécutera en cette maniere.

Ayant décrit comme ci-dessus un cercle  $PBpb$  & tiré les deux diametres  $Bb$ ,  $Pp$  qui se coupent à angles droits, on prendra de part & d'autre du point  $P$ , les arcs  $PM$ ,  $PL$  égaux chacun à l'inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete. On menera ensuite du point  $M$  au point  $L$  la ligne  $ML$  qui coupera le diametre  $PC$  au point  $I$ . Du point  $I$  comme centre, & de l'intervalle  $IM$  ou  $IL$ , on décrira le cercle  $MHLh$  qu'il faut diviser en degrés de l'Ecliptique, mettant au point  $L$  le degré du vrai lieu du nœud Ascendant du Satellite.

On cherchera sur ce cercle le degré du vrai lieu de la Planete qui sera, par exemple, en  $H$  ou en  $h$ . On tirera de l'un de ces points comme  $H$ , une perpendiculaire  $HO$  sur le diametre  $ML$ , & du point  $O$  on menera au centre  $C$  la ligne  $OC$  sur laquelle on prendra  $CE$  égal à  $HO$ . Du centre  $C$  on élèvera sur la ligne  $OC$  la perpendiculaire  $Dd$ ; cette ligne representera le grand diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution, & la ligne  $CE$  le petit demie diametre de cette même Ellipse, dont la demie circonference  $DEd$  qui regarde le Septentrion, nous represente la partie superieure du cercle du Satellite, lorsque le lieu de la Planete est dans l'Hemisphère superieur  $MHL$ , & dont cette même demi-circonference nous represente la partie inferieure, lorsque le lieu de la Planete est dans l'Hemisphère inferieur  $MhL$ . L'angle  $DCB$  mesurera aussi l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete.

## DÉMONSTRATION.

Le cercle  $PBpb$  représente dans l'Orbe du Satellite une section circulaire perpendiculaire au rayon visuel. Le diamètre  $Bb$  une section circulaire du plan de l'Orbite de la Planete dans l'Orbe du Satellite qui est vû de la Terre placée sur cette Orbite en forme d'une ligne droite. Le diamètre  $Pp$  une autre section circulaire perpendiculaire à l'Orbite, qui étant prolongée, passe par nôtre oeil & par les Poles de l'Orbite.

Lorsque le Satellite se trouve dans ses nœuds, son cercle nous est représenté en forme d'une ligne droite dont l'inclinaison apparente est la plus grande qui soit possible, & les Poles de la révolution sont placés sur le cercle  $PDBL$  qui est perpendiculaire à nôtre rayon visuel en  $M$  ou en  $L$  éloignés du point  $P$  des arcs  $PM$  ou  $PL$  égaux chacun à la plus grande inclinaison.

La Planete s'éloignant du nœud des Satellites, entraîne avec elle le cercle de la révolution de ce Satellite; de maniere que son plan conserve la même inclinaison à l'égard de l'Orbite, & répond aux mêmes points du Zodiaque; d'où il suit que les Poles de cette révolution vûs de la Terre doivent paroître décrire des cercles paralleles à l'Orbite de la Planete dont les diametres sont égaux au sinus  $IM$  ou  $IL$  de la plus grande inclinaison, & qui nous sont représentés en forme d'une ligne droite parallele au plan de l'Orbite.

Lorsque le Satellite est éloigné de trois signes de ses nœuds, la section circulaire  $PC$  qui passe par les Poles de l'Orbite de la Planete, passe aussi par les Poles de la révolution du Satellite, qui sont par conséquent dans l'intersection  $I$  de  $PC$  avec  $ML$ . L'élevation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite, paroît la plus grande qui soit possible, & est mesurée par le sinus  $IL$  de l'arc  $PL$  de la plus grande inclinaison. Le cercle du Satellite vû de la Terre, placé sur le plan de l'Orbite sera donc représenté par une  
Ellipse



Ellipse dont le petit diamètre sera égal au diamètre  $ML$  du petit cercle  $MHLh$ .

Dans les autres situations, les Poles de la révolution du Satellite se trouveront en quelque point du cercle que décrit le Pole du Satellite, comme  $H$  ou  $h$  éloignés du point  $L$  de l'arc  $LH$  ou  $Lh$  qui mesure la distance de la Planete au nœud du Satellite. Menant du point  $H$  la ligne  $HOh$  parallèle à  $PC$ , le point  $O$  représentera le Pole du cercle du Satellite, & l'angle  $PCO$  ou  $BCD$  qui lui est égal, mesurera l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Ecliptique. La ligne  $HO$  ou  $Oh$  mesurera aussi le petit demi-diamètre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution. Car  $IG$  est à  $OH$  comme le sinus total est au sinus de la distance du Satellite à l'un de ses nœuds. Mais par la trigonometrie, le sinus total est au sinus de la distance du Satellite à l'un de ses nœuds, comme le sinus de l'inclinaison véritable est au sinus de la déclinaison ou élévation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite ; donc  $IG$  est à  $OH$  comme le sinus de l'inclinaison véritable qui est mesuré par  $IG$  est au sinus de l'élévation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite qui sera par conséquent mesuré par  $OH$ , & qui représente le petit demi-diamètre de l'Ellipse que le Satellite décrit par sa révolution.

Menant  $PZ$  tangente au cercle en  $P$  qui rencontre  $CO$  prolongée en  $\omega$ , &  $CL$  prolongée en  $Z$ , on aura  $IL$  est à  $IO$  comme  $PZ$  tangente de l'angle  $PCL$  de la plus grande inclinaison est à  $P\omega$  tangente de l'angle  $ICO$  ou  $DCB$  de l'inclinaison apparente. Mais  $IL$  est à  $IO$  comme le sinus total est au sinus du complément de la distance du Satellite à l'un de ses nœuds. Donc le sinus total est au sinus du complément de la distance du Satellite à l'un de ses nœuds, comme la tangente de l'inclinaison véritable est à la tangente de l'angle  $ICO$  ou  $BCD$  de l'inclinaison apparente, ce qui est conforme à l'analogie dont on s'est servi pour trouver cette inclinaison.

Mem. 1717.

. X

On peut aussi, lorsque l'œil est élevé sur le plan de l'Orbite, déterminer par le moyen d'une figure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite & la figure de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution en cette maniere.

Ayant pris comme ci-dessus (*v. Fig. 4.*) les arcs  $DA$ ,  $PM$ ,  $PL$  égaux à l'inclinaison véritable du cercle du Satellite, joignons  $ML$  qui coupera  $PC$  en  $I$ . Du centre  $S$  à l'intervalle  $IM$  ou  $IL$  décrivés le cercle  $MHL$  sur lequel on prendra l'arc  $LH$  égal à la distance de la Planete au noeud du Satellite. Du point  $H$  menés la ligne  $NHOK$  parallele à  $PC$  qui rencontre le cercle  $PBL$  en  $K$ . Prenés l'arc  $DB$  égal à l'arc  $PK$ , & tirés du centre  $C$  les rayons  $CB$  &  $CK$ . Du point  $V$  de l'intersection de  $CK$  avec  $ML$ , menés  $VT$  parallele à  $BC$ . Prenés  $GT$  égal à l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vû de la Planete que l'on portera de  $T$  vers  $D$ , lorsque l'élevation de l'œil est additive, & de  $T$  vers  $K$  lorsqu'elle est soustractive. Du point  $G$  tirés  $GZ$  parallele à  $CK$ , & menés par le point  $Z$  la ligne  $\omega ZY$  parallele à  $PC$ . La ligne  $CY$  representera le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite décrit par sa révolution. Menés  $BiQ$  parallele à  $DC$ , & prenés  $Ci$  égal à  $Y\omega$ . Prolongés  $Ci$  en  $E$ , l'angle  $DCE$  mesurera l'inclinaison apparente du cercle du Satellite, par rapport à l'Orbite.

#### DÉMONSTRATION.

$IL$  est à  $IO$  comme le  $S. T.$  est au sinus du complement de l'arc  $LH$  distance du Satellite à son noeud. Mais dans le triangle spherique  $CRF$  rectangle en  $R$  dont  $CR$  represente la distance du Satellite à son noeud, le  $S. T.$  est au sinus du complement de  $CR$ , distance du Satellite à son noeud, comme le sinus de l'angle  $FCR$  ou  $PCL$  qui est mesuré par  $IL$  est au sinus du complement de l'angle  $CFR$ . Donc  $IO$  ou  $CN$  representera le sinus du complement de l'angle  $CFR$  qui sera par consequent mesuré par  $KN$ .

Maintenant à cause des triangles semblables  $KNC, CIV$ , Ton aura  $KN$  à  $KC$ , comme  $CI$  est à  $CV$ ; Mais dans le triangle  $CRF$ , le sinus de l'angle  $CFR$  qui est mesuré par  $KN$  est au S. T. qui est mesuré par  $KC$  comme le sinus du complement de l'angle  $FCR$  ou  $PCL$  qui est mesuré par  $CI$  est au sinus du complement de l'arc  $FR$ . Donc  $CV$  mesure le sinus du complement de l'arc  $FR$ , &  $VT$  mesure le sinus de l'arc  $FR$  qui est représenté par l'arc  $KT$ . Prenant l'arc  $TG$  égal à l'arc  $RX$ , on aura l'arc  $KG$  égal à l'arc  $FX$ , & à cause des paralleles  $GZ$  &  $CK$ ;  $CZ$  sera égal au sinus de l'arc  $KG$  ou  $FX$ .

Presentement à cause des triangles semblables  $CKN, ZCY$ ,  $CK$  est à  $KN$  comme  $CZ$  est à  $CY$ ; mais dans le triangle rectangle  $FSX$ , le S. T. qui est mesuré par  $CK$  est au sinus de l'angle  $CFR$  ou  $CFX$  qui est mesuré par  $KN$  comme le sinus de l'arc  $FX$  qui est mesuré par  $CZ$  est au sinus de l'arc  $SX$ . Donc  $CY$  mesure le sinus de l'arc  $SX$ , & represente le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire.

On aura aussi à cause des triangles semblables  $CiQ, CEe$ ,  $Ci$  ou  $Y\omega$  qui lui est égal par la construction, est à  $CQ$  ou  $Bb$  comme  $CE$  est à  $Ee$ . Mais dans le triangle rectangle  $FSX$  le sinus du complement de l'arc  $SX$  qui est mesuré par  $Y\omega$  est au sinus du complement de l'angle  $CFR$  ou  $PCB$  qui est mesuré par  $CQ$  ou  $Bb$ , comme le S. T.  $CE$  est au sinus de l'angle  $FXS$  de l'inclinaison apparente. Donc  $Ee$  mesure le sinus de l'inclinaison apparente qui est par consequent representée par l'arc  $DCE$ ; ce qu'il falloit démontrer.

*Ayant déterminé par le moyen de quelques Observations, la figure des Ellipses que les Satellites décrivent par leurs révolutions, & l'inclinaison apparente de leurs cercles par rapport à l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent; Trouver le vrai lieu du nœud de ces Satellites, & leur inclinaison veritable.*

Après avoir donné la méthode de déterminer le vrai

lieu des noeuds des Satellites & leur veritable inclinaison, lorsque leurs cercles sont vûs de la Terre en ligne droite, nous avons crû devoir proposer la maniere de les déterminer en diverses autres circonstances.

Ayant observé un Satellite en diverses situations à l'égard de la Planete qu'il accompagne, on décrira une Ellipse qui représentera sa révolution apparente à l'égard de la Terre.

On comparera aussi son mouvement apparent à quelque Etoile fixe, & ayant déterminé par les Tables la position de l'Orbite à l'égard de la trace du mouvement apparent, on déterminera l'inclinaison apparente du grand diamètre de l'Ellipse par rapport à l'Orbite de la Planete.

On calculera ensuite de la maniere qui a été enseignée ci-dessus, l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de la Planete. Si la Terre est près des noeuds de la Planete, auquel cas l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite est peu sensible. On résoudra (*v. Fig. 3.*) le triangle sphérique  $CTR$  rectangle en  $R$ , dans lequel  $CR$  représente la distance de la Planete au noeud du Satellite,  $RT$  un arc dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse qui est connu, & l'angle  $CRT$  mesure le complement de l'angle  $PRL$  de l'inclinaison apparente du cercle du Satellite qui est aussi donnée. C'est pourquoi on trouvera la valeur de  $CR$  distance de la Planete au noeud du Satellite, & celle de l'angle  $FCR$  de l'inclinaison veritable; ce qu'il falloit trouver.

Lorsque la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite comme en  $X$  ou  $x$ . On résoudra le triangle sphérique  $FSX$  ou  $Fsx$  rectangle en  $S$  ou  $s$ , dans lequel  $XS$  ou  $xs$  représente un arc dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse qui est connu de même que l'angle  $FXS$  ou  $Fxs$  qui mesure l'inclinaison apparente. C'est pourquoi l'on trouvera la valeur de l'angle  $CFR$  & de l'arc  $FX$  ou  $Fx$  dont il faut retrancher  $RX$ , ou bien auquel il faut ajouter  $Rx$  pour avoir  $FR$ , & dans le triangle rectangle  $CRF$  dont le côté  $FR$  est connu, & l'angle  $CFR$ , on aura la valeur de l'arc  $CR$  distance de

la Planete au noeud du Satellite, & celle de l'angle  $FCR$  inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit trouver.

On peut aussi, sans avoir besoin de calcul, trouver par le moyen d'une figure la distance de la Planete au noeud Ascendant du Satellite, & l'inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite, en cette maniere.

Soit pris sur le diametre  $DCd$  de côté & d'autre du centre  $C$ , les lignes  $CY$ ,  $CV$  égales au petit demi-diametre de l'Ellipse  $DEd$  & des points  $Y$  &  $V$ , soient menés les lignes  $YK$ ,  $VN$  paralleles à  $CQ$ . Joignés  $KN$  qui coupera  $CQ$  en  $O$ . Du point  $O$  soient menés les lignes  $OH$ ,  $oh$  paralleles à  $PC$ , & la ligne  $MOL$  parallele à  $DC$  qui rencontre le cercle  $DPB$  en  $M$  &  $L$ , & est coupée en deux également au point  $I$ . Du point  $I$  comme centre à l'intervalle  $IM$  ou  $IL$  soit décrit le cercle  $MHL$  qui rencontrera la ligne  $HOH$  aux points  $H$  &  $h$ . Je dis que le point  $O$  representera le Pole de la révolution du Satellite, que l'arc  $PL$  mesurera dans le grand cercle  $PBpb$  l'inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete, & que l'arc  $LH$  ou  $Lh$  mesurera dans le petit cercle  $MHLh$  la distance de la Planete au noeud Ascendant du Satellite.

#### DÉMONSTRATION.

Par la propriété du cercle, le rectangle  $MOL$  est égal au carré de  $OH$  ou  $Oh$ . Mais dans le cercle  $BPbp$  le rectangle  $MOL$  est égal au rectangle  $KON$ , c'est-à-dire, au carré de  $KO$  ou  $ON$ , à cause que par la construction  $KO$  &  $ON$  sont égales entr'elles. Donc le carré de  $OH$  ou  $Oh$  est égal au carré de  $KO$  ou  $ON$ , & par consequent la ligne  $OH$  ou  $Oh$  est égal à la ligne  $KO$  ou  $ON$ ; mais  $KO$  &  $ON$  sont égales à  $CY$  &  $CV$  qui par la construction ont été prises égales au petit demi-diametre  $CE$  de l'Ellipse. Donc la ligne  $OH$  ou  $Oh$  est égale au petit demi-diametre de l'Ellipse.

Presentement dans le triangle rectangle  $CIO$ , le  $S. T.$  est au sinus de l'angle  $COI$  complement de l'angle  $PCQ$  de l'inclinaison apparente, comme  $CO$  sinus du complement de l'arc  $KQ$  qui est mesuré par  $KO$  ou  $OH$  petit demi-diametre de l'Ellipse est à  $CI$  sinus du complement de l'angle  $PCL$ . Mais dans le triangle spherique  $CTR$  rectangle en  $T$ , le  $S. T.$  est au sinus de l'angle  $CRT$  ou  $COI$  complement de l'inclinaison apparente, comme le sinus du complement de l'arc  $RT$  qui est mesuré par  $KO$  ou  $OH$  petit demi-diametre de l'Ellipse est au sinus du complement de l'angle  $TCR$  de l'inclinaison veritable. Donc l'angle  $PCL$  est égal à l'angle  $TCR$ , & mesure l'inclinaison veritable.

On aura aussi  $IG$  ou  $IL$  sinus de l'inclinaison veritable est à  $OH$  ou  $Oh$  petit demi-diametre de l'Ellipse comme le  $S. T.$  est au sinus de l'arc  $LH$ . Mais dans le triangle spherique  $CTR$  rectangle en  $T$ ; le sinus de l'angle  $TCR$  de l'inclinaison veritable est au sinus de l'arc  $RT$  qui est mesuré par le petit demi-diametre de l'Ellipse, comme le  $S. T.$  est au sinus de l'arc  $RC$  distance de la Planete au nœud du Satellite. Donc l'arc  $LH$  ou  $Lh$  mesure dans le petit cercle  $MHL$  la distance de la Planete au nœud du Satellite; ce qu'il falloit démontrer.

Lorsque la Terre se trouve éloignée des nœuds de la Planete, il faut calculer l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de la Planete, de la maniere qui a été expliquée ci-devant. On prendra (*v. F. 5.*)  $CY$  égal au petit demi-diametre de l'Ellipse, & ayant mené  $YN$  parallele à  $CP$ , on prendra sur le grand demi-diametre  $CE$  de l'Ellipse  $CI$  égal à  $YN$ . Du point  $I$  on menera  $BIQ$  parallele à  $DC$ , & on joindra  $BC$  qui coupera  $NY$  en  $L$ . Du point  $C$  à l'interval  $CL$  on décrira l'arc  $LZ$  & on menera  $ZG$  parallele à  $PC$ . On prendra  $GT$  égal à l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de la Planete que l'on portera de  $G$  vers  $P$ , lorsque l'élevation de l'œil est additive, & de  $G$  vers  $D$  lorsqu'elle est soustractive. Du point

T'on mennera  $TV$  parallele à  $DC$ , & on prendra sur  $CB$   $CK$  égal à  $CV$ . Du point  $K$  on tirera la ligne  $MKA$  parallele à  $PC$ , & l'on joindra  $CA$  qui coupera  $BQ$  au point  $O$ . L'angle  $DCA$  mesurera l'inclinaison veritable, &  $CO$  le sinus du complement de la distance de la Planete au noeud Ascendant du Satellite ; ce qu'il falloit trouver.

## DEMONSTRATION.

Dans les triangles semblables  $CEe$ ,  $CIH$  ;  $CE$  est à  $Ee$  comme  $CI$  ou  $YN$  qui lui est égal par la construction est à  $IH$  ou  $Bb$ . Mais dans le triangle spherique  $FXS$  rectangle en  $S$  ; le S. T. qui est representé par  $CE$ , est au sinus de l'angle  $FXS$  de l'inclinaison apparente qui est mesuré par  $Ee$ , comme le sinus du complement de l'arc  $SX$  élévation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite qui est mesuré par  $YN$  ou  $CI$  est au sinus du complement de l'angle  $CFR$ . Donc  $IH$  ou  $Bb$  mesure le sinus du complement de l'angle  $CFR$  qui est representé dans cette figure par l'angle  $PCB$ .

On aura aussi, à cause des triangles semblables  $CQB$  ;  $CYL$  ;  $BQ$  est à  $CB$  comme  $CY$  est à  $CL$  ou  $CZ$  qui lui est égal par la construction. Mais dans le triangle  $FXS$ , le sinus de l'angle  $SFX$  ou  $PCB$  qui est mesuré par  $BQ$  est au S. T. qui est representé par  $CB$  comme le sinus de l'arc  $SX$  qui est mesuré par  $CY$  est au sinus de l'arc  $FX$  ; donc  $CL$  ou  $CZ$  mesure le sinus de l'arc  $FX$  qui est par consequent representé par l'arc  $PG$ . Retranchant de cet arc l'arc  $GT$  qui est égal à l'arc  $RX$ , on aura l'arc  $PT$  égal à l'arc  $FR$  dont le sinus du complement sera mesuré par  $CV$ .

Maintenant à cause des triangles semblables  $CBQ$ ,  $CKM$   $CB$  est à  $BQ$  comme  $CK$  ou  $CU$  qui lui est égal par la construction est à  $CM$ . Mais dans le triangle spherique  $CRF$  rectangle en  $R$ . Le sinus total  $CB$  est au sinus de l'angle  $CFR$  ou  $PCB$  qui est mesuré par  $BQ$  comme le sinus du complement de l'arc  $FR$  ou  $PT$  qui est mesuré par  $CU$  est au sinus du complement de l'angle  $FCR$  de

l'inclinaison véritable. Donc  $CM$  mesure le sinus du complément de l'inclinaison véritable qui sera par conséquent représentée par l'angle  $ACD$ .

Enfin dans les triangles semblables  $AMC$ ,  $OoC$ ,  $AM$  est à  $CA$  comme  $Oo$  est à  $CO$  ; mais dans le triangle  $CRF$ , le sinus de l'angle  $FCR$  qui est mesuré par  $AM$  est au S. T.  $CA$ , comme le sinus du complément de l'angle  $CFR$  ou  $PCB$  qui est mesuré par  $Oo$  ou  $Bb$  est au sinus du complément de l'arc  $CR$ . Donc  $CO$  représente le sinus du complément de la distance  $CR$  de la Planete au nœud du Satellite ; ce qu'il falloit démontrer.

*L'inclinaison véritable du cercle d'un Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete étant connue ; Trouver par le moyen d'une ou plusieurs Observations de ce Satellite, le vrai lieu de son nœud ; & l'inclinaison apparente de son cercle par rapport à l'Orbite.*

Lorsque la Terre est sur l'Orbite de la Planete comme en  $R$ , (v. Fig. 6.) on résoudra le triangle sphérique  $CTR$  rectangle en  $T$ , dans lequel l'angle  $RCT$  de l'inclinaison véritable est connu, aussi-bien que l'arc  $RT$  dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse. C'est pourquoi l'on trouvera la valeur de  $RC$  distance du Satellite à son nœud Ascendant, & celle de l'angle  $CRT$  complément de l'angle  $PRL$  de l'inclinaison apparente. Lorsque la Terre est élevée sur l'Orbite de la Planete comme en  $X$  ou  $x$  ; on résoudra le triangle sphérique  $lXp$ , dont les trois côtés sont connus ; sçavoir l'arc  $pX$  complément de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûe de la Planete, l'arc  $lX$  complément de  $XS$  l'élevation de l'œil sur le cercle du Satellite, dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse, & l'arc  $lp$  qui mesure l'inclinaison véritable, c'est pourquoi l'on connoitra l'angle  $lpX$  ou  $BpR$  complément de l'angle  $CpR$  qui mesure la distance de la Planete au nœud du Satellite, & l'angle  $pXl$  qui mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit trouver.

On



On peut aussi, sans avoir besoin de calcul, déterminer le vrai lieu du nœud du Satellite, & son inclinaison apparente, lorsque la Terre est peu élevée sur le plan de l'Orbite, en cette manière.

Ayant décrit l'Ellipse  $DEd$  (*v. Fig. 6.*) qui représente la révolution apparente du Satellite, on décrira du centre  $C$  de cette Ellipse à l'intervalle  $CD$  le cercle  $DPdp$ . On élèvera de ce centre une perpendiculaire  $CQ$  au diamètre  $DCd$  de l'Ellipse, & on prendra de côté & d'autre du point  $Q$  les arcs  $QK$ ,  $QN$  égaux à l'inclinaison véritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite qui est donnée, on joindra  $KN$  qui rencontrera  $CQ$  au point  $G$ , & du point  $G$  comme centre à l'intervalle  $GK$  ou  $GN$ , on décrira le cercle  $KNY$ . On prendra sur  $CQ$ ,  $Gm$  égal au petit demi-diamètre de l'Ellipse  $CE$ , & on menera  $mY$  parallèle à  $GN$  qui rencontrera le cercle  $KNY$  au point  $Y$ . Du point  $Y$  on menera  $YZ$  parallèle à  $CG$  qui coupera  $KN$  en  $Z$ , & l'on tirera du centre  $C$  par le point  $Z$  le demi-diamètre  $CV$ . L'arc  $NY$  mesurera sur le petit cercle  $KNY$  la distance de la Planete au nœud du Satellite, & l'arc  $QU$  mesurera dans le grand cercle  $DPdp$  l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit trouver.

## DEMONSTRATION.

Soit pris l'arc  $QP$  égal à l'arc  $QU$ . Joignons  $CP$ , & du point  $P$  soient pris les arcs  $PM$ ,  $PL$  égaux aux arcs  $QK$ ,  $QN$ . Joignons  $ML$  qui coupera  $CP$  en  $I$ , &  $GQ$  en  $O$ . Du point  $I$  comme centre à l'intervalle  $IM$  ou  $IL$  décrirons le cercle  $MHL$  ; & du point  $O$  menons la ligne  $HO$  parallèle à  $CP$  qui rencontre le cercle  $MHL$  aux points  $H$  &  $h$ .

L'arc  $QP$  étant par la construction égal à l'arc  $QU$ , on aura l'angle  $PCO$  égal à l'angle  $QCZ$ . L'arc  $PL$  étant égal à l'arc  $QN$ , on aura  $CI$  sinus du complément de l'arc  $PL$  égal à  $CG$  sinus du complément de l'arc  $QN$ . Les trian-

gles rectangles  $CIO$  &  $CGZ$  seront donc égaux & semblables, & la ligne  $IO$  sera égale à la ligne  $GZ$ . Donc dans les cercles égaux  $MHL$ ,  $KNY$ , la ligne  $OH$  ou  $Oh$  sera égal à la ligne  $ZY$  ou  $Zy$ , qui par la construction est égale à  $Gm$  & au petit demi-diametre de l'Ellipse  $CE$ . Maintenant dans les cercles  $MHL$ ,  $KNY$ , on aura  $IL$  ou  $GN$  sinus de l'inclinaison veritable est à  $OH$  ou  $ZY$  ou  $CE$  petit demi-diametre de l'Ellipse, comme le  $S. T.$  est au sinus de l'arc  $LH$ , ou  $NY$ . Mais dans le triangle sphérique  $CTR$  rectangle en  $T$  le sinus de l'angle  $TCR$  de l'inclinaison veritable est au sinus de l'arc  $RT$  qui est mesuré par le petit demi-diametre de l'Ellipse  $CE$ , comme le  $S. T.$  est au sinus de l'arc  $CR$  distance de la Planete au noeud du Satellite. Donc l'arc  $LH$  ou  $NY$  mesure dans les cercles  $MHL$ ,  $KNY$ , la distance de la Planete au noeud du Satellite.

Menant  $Pk$  tangente au cercle en  $P$  qui rencontre  $CQ$  prolongée en  $\omega$ , &  $CL$  prolongée en  $k$ . On aura  $IL$  sinus total est à  $IO$  sinus du complement de l'arc  $LH$  distance de la Planete au noeud du Satellite, comme  $Pk$  tangente de l'angle  $PCL$  de l'inclinaison veritable est à  $P\omega$  tangente de l'angle  $PCQ$ . Mais dans le triangle  $CTR$  le  $S. T.$  est au sinus du complement de l'arc  $CR$  distance de la Planete au noeud du Satellite, comme la tangente de l'angle  $RCT$  de l'inclinaison veritable est à la tangente de l'angle  $FRT$  de l'inclinaison apparente complement de l'angle  $CRT$ . Donc l'angle  $PCQ$  ou l'arc  $PQ$  mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit démontrer.

*Le vrai lieu du noeud d'un Satellite étant connu ; Trouver par le moyen d'une ou plusieurs Observations de ce Satellite, l'inclinaison veritable de son cercle par rapport à l'Orbite de la Planete, & son inclinaison apparente.*

La figure de l'Ellipse (*v. Fig. 6.*) qui represente la révolution du Satellite étant connue par l'Observation, on résoudra (lorsque la Terre est sur le plan de l'Orbite de la Planete

comme en  $R$ ) le triangle sphérique  $CTR$  rectangle en  $T$ , dans lequel l'arc  $CR$  distance de la Planete au nœud du Satellite est connuë, de même que l'arc  $RT$  dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse observé. C'est pourquoi l'on connoitra la valeur de l'angle  $TCR$  de l'inclinaison veritable, & celle de l'angle  $CRT$  complement de l'angle  $FRT$  qui mesure l'inclinaison apparente.

Lorsque la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite comme en  $X$  ou en  $x$  d'une quantité connue  $RX$  ou  $Rx$ , on résoudra le triangle sphérique  $CRX$  rectangle en  $R$ , dans lequel  $RX$  est connuë, de même que  $CR$  distance de la Planete au nœud du Satellite; c'est pourquoi l'on connoitra la valeur de l'angle  $RCX$ , de l'angle  $CXR$ , & du côté  $CX$ ; & dans le triangle sphérique  $CSX$  rectangle en  $S$ , le côté  $CX$  étant connu, de même que le côté  $SX$  dont le sinus est égal au petit demi-diametre de l'Ellipse observé, on aura l'angle  $SCX$  & l'angle  $CXS$ . Retranchant de l'angle  $SCX$  l'angle  $RCX$ , on aura l'angle  $SCR$  ou  $ACB$  de l'inclinaison veritable. Retranchant aussi l'angle  $CXS$  de l'angle  $CXR$ , on aura l'angle  $FXS$  ou  $PXL$  de l'inclinaison apparente; ce qu'il falloit trouver.

On peut aussi, sans avoir besoin de calcul, déterminer l'inclinaison veritable & l'inclinaison apparente du Satellite par rapport à l'Orbite, lorsque la Terre est peu élevée sur le plan de l'Orbite, en cette maniere.

Ayant décrit l'Ellipse  $DEd$  qui represente la révolution apparente du Satellite, on élèvera du centre  $C$  sur son diametre  $Dd$  la perpendiculaire  $QCq$ . Du point  $Q$  on prendra l'arc  $Qs$  égal à la distance de la Planete au nœud du Satellite. On joindra  $Cs$ , sur lequel on prendra  $Cr$  égal au petit demi-diametre de l'Ellipse  $CE$ . Du point  $r$ , on élèvera  $rr$  perpendiculaire à  $Cs$ , & du point  $r$  on mènera  $rN$  parallele à  $CQ$ . L'arc  $QN$  mesurera l'inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite. Du point  $N$  on mènera  $NK$  parallele à  $DCd$  qui sera coupée en deux au point  $G$ , & du point  $G$  à l'intervalle

$GK$  ou  $GN$ , on décrira le cercle  $KNY$ . On prendra sur ce cercle l'arc  $NY$  égal à la distance de la Planete au nœud du Satellite; & l'on menera  $YZy$  parallele à  $CG$ . On joindra  $CZ$  qui étant prolongée coupera le cercle  $BPlp$  en  $V$ . L'angle  $GCU$  mesurera l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete.

Pour trouver la position de l'Orbite par rapport à l'Ellipse, on prendra de  $Q$  vers  $D$ ,  $QP$  égal à  $QU$ , & du point  $P$  on menera le diametre  $PCp$  auquel on tirera la perpendiculaire  $Bb$ , qui representera l'Orbite de la Planete. Du point  $P$  on prendra les arcs  $PM$ ,  $PL$  égaux aux arcs  $QK$ ,  $QN$ , & on joindra  $ML$  qui rencontre  $QC$  au point  $O$  lequel representera le Pole de la révolution du Satellite.

## DEMONSTRATION.

Dans le triangle  $Crt$  rectangle en  $t$ , le sinus de l'angle  $Crt$  ou  $GCs$ , distance de la Planete au nœud du Satellite est au S. T. comme  $CE$  ou  $Ct$  petit demi-diametre de l'Ellipse est à  $Cr$  ou  $GN$ . Mais dans le triangle spherique  $CTR$  rectangle en  $T$ , le sinus de l'arc  $CR$  distance de la Planete au nœud du Satellite est au S. T. comme le sinus de l'arc  $TR$  qui mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse est au sinus de l'angle  $ACB$  de l'inclinaison veritable. Donc  $Cr$  ou  $GN$  mesure le sinus de l'inclinaison veritable qui est representée par l'arc  $QN$ .

Menant  $Qn$  tangente au point  $Q$  qui rencontre  $CN$  prolongée en  $n$ , &  $CV$  prolongé en  $v$ . On aura  $GN$  rayon ou S. T. est à  $GZ$  sinus du complement de l'arc  $NY$  distance de la Planete au nœud du Satellite, comme  $Qn$  tangente de l'angle  $QCN$  de l'inclinaison veritable est à  $Qu$ , tangente de l'angle  $QCU$ . Mais dans le triangle spherique  $CTR$ , le S. T. est au sinus du complement de l'arc  $CR$  distance de la Planete au nœud du Satellite, comme la tangente de l'angle  $TCR$  de l'inclinaison veritable est à la tangente de l'angle  $FRT$  de l'inclinaison apparente com-

plement de l'angle  $CRT$ . Donc l'angle  $QCU$  mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit démontrer.

*Ayant déterminé par des Observations faites en deux tems éloignés l'un de l'autre, la figure de l'Ellipse qu'un Satellite décrit par sa révolution ; Trouver le vrai lieu du nœud de ce Satellite, & sa véritable inclinaison.*

Ce Problème est d'une très grande utilité pour trouver les nœuds des Satellites & l'inclinaison de leurs cercles, puisqu'il ne suppose que des Observations des Satellites faites en deux tems éloignés l'un de l'autre, sans avoir besoin de connoître l'inclinaison apparente des cercles des Satellites par rapport à l'Orbite, ce qui demande des Observations particulieres du mouvement de la Planete par rapport aux Etoiles fixes comparées à sa théorie.

Ayant décrit (*v. Fig. 7.*) les Ellipses qui representent la révolution des Satellites observée en deux tems différens, on résoudra, lorsque la Terre est sur le plan de l'Orbite comme en  $R$  ou  $r$ , le triangle spherique  $IRr$  dans lequel on connoît les arcs  $IR$ ,  $Ir$ , complement des arcs  $RT$ ,  $rt$ , dont les sinus sont mesurés par les petits demi-diametres des Ellipses ; & le côté  $Rr$ , mesure la difference qui est entre le lieu de la Planete au tems des deux Observations, c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur de l'angle  $IRr$  ou son opposé  $CRT$  complement de l'inclinaison apparente, & dans le triangle spherique  $CTR$  rectangle en  $T$ , le côté  $RT$  étant connu, & l'angle  $CRT$ , on connoîtra la distance  $CR$  de la Planete au nœud du Satellite, & l'angle  $ACB$  ou  $TCR$  de la véritable inclinaison.

Lorsque la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite au tems des deux Observations comme en  $X$  &  $x$ . On résoudra le triangle spherique  $pXx$ , dans lequel on connoît les arcs  $pX$ ,  $px$ , complement des arcs  $RX$ ,  $rx$ , élévation de l'outil sur le plan de l'Orbite, & l'angle  $Xpx$  mesure la difference qui est entre le lieu de la Planete aux tems des deux Observations, c'est pourquoi on trouvera la valeur

174 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 de l'angle  $pXx$ , & du côté  $Xx$ ; & dans le triangle  $IXx$   
 dont les trois côtés sont connus, sçavoir le côté  $Xx$  & les  
 arcs  $IX$ ,  $Ix$ , compléments des arcs  $SX$ ,  $sx$  dont les sinus  
 sont mesurés par les petits demi-diamètres des Ellipses;  
 on aura l'angle  $IXx$  qui étant retranché de l'angle  $pXx$   
 trouvé ci-dessus reste l'angle  $pXI$  ou  $SXF$  de l'inclinaison  
 apparente.

Maintenant dans le triangle sphérique  $XSF$  rectangle  
 en  $S$ , l'angle  $SXF$  étant connu, & le côté  $SX$ , on aura  
 le côté  $FX$  & l'angle  $CFR$ . Retranchant l'arc  $RX$  de l'arc  
 $FX$ , on aura l'angle  $FR$ , & dans le triangle rectangle  
 $CRF$  dont le côté  $FR$  est connu, & l'angle  $CFR$ , on au-  
 ra la valeur de l'arc  $CR$  distance de la Planete au nœud  
 du Satellite au tems de la premiere Observation, & celle  
 de l'angle  $FCR$  ou  $ACD$  de l'inclinaison veritable.

Lorsque la Terre est peu élevée sur le plan de l'Orbite,  
 on peut, sans avoir besoin de calcul, déterminer par le  
 moyen de deux Observations, le vrai lieu du nœud du  
 Satellite, & son inclinaison veritable, en cette maniere.

Prenés  $ZY$  &  $ZB$  (*v. Fig. 8.*) égales aux petits demi-dia-  
 mètres des Ellipses qui representent la révolution du Satel-  
 lite au tems des deux Observations. Prolongés  $YZ$  en  $X$ , en-  
 forte que  $ZX$  soit égal à  $ZY$ , & faites l'angle  $YXH$  égal à la  
 moitié de la difference qui est entre le lieu de la Planete  
 observé en deux tems différens. Menés du point  $B$  la  
 ligne  $BH$  perpendiculaire à  $YX$  qui rencontrera  $XH$  en  
 $H$ . Décrivés par les points  $YHX$  le cercle  $MYLX$  & du  
 centre  $I$  menés à  $YX$  la perpendiculaire  $IZL$  qui coupe-  
 ra  $YX$  en deux parties égales, & passera par le point  $Z$ .  
 Du point  $H$  tirés  $HO$  parallele à  $YX$  qui sera égale à  
 $BZ$ . Les arcs  $LY$  &  $LH$  représenteront la distance de la  
 Planete au nœud du Satellite au tems des deux Observa-  
 tions, & le demi-diametre  $IL$  fera au grand demi-dia-  
 metre de l'Ellipse qui represente la révolution du Satelli-  
 te, comme le sinus de l'inclinaison veritable est au sinus  
 total.

## DEMONSTRATION.

Ayant décrit sur le grand diamètre de l'Ellipse  $DCd$  (v. Fig. 7.) le cercle  $DPdp$ , on tirera à ce diamètre la perpendiculaire  $CQ$ . On prendra sur le diamètre  $Dd$ ,  $C\omega$  &  $CV$  égales à  $CE$  petit demi-diamètre d'une des Ellipses, l'on menera des points  $\omega$  &  $V$ ,  $\omega K$  &  $VN$  parallèles à  $CQ$ , & l'on joindra  $KN$  qui coupera  $QC$  au point  $O$ .

Ayant pris avec un compas la ligne  $OM$  dans la 8<sup>e</sup>. figure, on décrira du point  $O$  de la 7<sup>e</sup>. figure comme centre, l'arc  $OM$  qui coupera le grand cercle  $BPbp$  en  $M$ . On prolongera  $MO$  en  $L$ , & on tirera le diamètre  $Bb$  parallèle à  $ML$  qui représentera la situation de l'Orbite de la Planete par rapport aux cercles de la révolution des Satellites. On décrira sur le diamètre  $ML$ , le cercle  $MLHY$ . On prendra dans la 7<sup>e</sup>. figure  $OZ$  égal à  $OZ$  de la 8<sup>e</sup>. figure, & l'on menera les lignes  $QH$ ,  $ZY$  perpendiculaires à  $ML$ .

Le rectangle  $MOL$  de la 7<sup>e</sup>. figure est égal au carré de  $OH$  & de  $OK$  qui est égal à  $CV$  ou  $CE$  petit demi-diamètre de l'Ellipse ; mais dans la 8<sup>e</sup>. figure, le rectangle  $MOL$  est égal au carré de  $OH$  ou  $BZ$  qui a été pris égal au petit demi-diamètre  $CE$  d'une des Ellipses. Donc le cercle  $MHL$  de la 7<sup>e</sup>. figure est égal au cercle  $MHL$  de la 8<sup>e</sup>. & les arcs  $LH$ ,  $LY$  &  $HY$  des deux figures sont égaux. Maintenant dans la 8<sup>e</sup>. figure, l'angle  $YXH$  à la circonférence est égal à la moitié de l'angle  $HIY$  qui est au centre, mais l'angle  $YXH$  a été pris égal à la moitié de la différence entre le lieu de la Planete dans les deux Observations. Donc l'angle  $HIY$  ou bien l'arc  $HY$  est égal à la différence entre le lieu de la Planete dans les deux Observations. Cet arc  $HY$  est égal à la différence entre les arcs  $LH$  &  $LY$  qui mesurent la distance la Planete au noeud du Satellite, de même que l'arc  $PL$  mesure l'inclinaison véritable ; ce qu'il est aisé de démontrer.

Car dans les triangles spheriques  $CTR$ ,  $Ctr$  rectangles

176 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 en  $T$ , &  $t$  le sinus de l'arc  $CR$  est au sinus de l'arc  $RT$ ,  
 comme le  $S. T.$  est au sinus de l'angle  $ACB$ ; le sinus de  
 l'arc  $cr$  est au sinus de l'arc  $rt$ , comme le  $S. T.$  est au si-  
 nus de l'angle  $ACB$ ; donc le sinus de l'arc  $CR$  est au si-  
 nus de l'arc  $RT$ , comme le sinus de l'arc  $Cr$  est au sinus  
 de l'arc  $rt$ , & le sinus de l'arc  $CR$  est au sinus de l'arc  $Cr$ ,  
 comme le sinus de l'arc  $RT$  élévation de l'œil sur le cercle  
 du Satellite qui est mesuré par  $OH$  est au sinus de l'arc  
 $rt$  qui est mesuré par  $ZY$ . Mais  $OH$  est à  $ZY$  comme le  
 sinus de l'arc  $LH$  est au sinus de l'arc  $LY$ . Donc le sinus  
 de l'arc  $CR$  distance de la Planete au nœud du Satellite,  
 lorsque la Planete est en  $R$ , est au sinus de l'arc  $Cr$  dis-  
 tance de la Planete au nœud du Satellite lorsqu'elle est  
 en  $r$ , comme le sinus de l'arc  $LH$  est au sinus de l'arc  $LY$ .  
 Maintenant on aura  $OH$  à  $IL$  comme le sinus de l'arc  
 $LH$  distance de la Planete au nœud du Satellite est au  
 sinus total. Mais dans le triangle sphérique  $CRT$  rectan-  
 gle en  $T$ , le sinus de l'arc  $CR$  distance de la Planete au  
 nœud du Satellite est au sinus total, comme le sinus de  
 l'arc  $RT$  qui est mesuré par  $OH$  est au sinus de l'angle  
 $ACB$  de l'inclinaison veritable; donc  $IL$  mesure le sinus  
 de l'inclinaison veritable qui est représentée par l'arc  $PL$ ;  
 ce qu'il falloit démontrer.



OBSERVATIONS



## OBSERVATIONS

*Sur le Coquillage appelé Pinne Marine, ou Nacre de Perle ; à l'occasion duquel on explique la formation des Perles.*

Par M. DE REAUMUR.

J'AI décrit dans les Memoires de 1711 quelques-uns <sup>24. Novembre 1717.</sup> des moyens ingenieux que la nature a donnés à des Coquillages & à d'autres animaux de Mer pour tenir contre les flots , pour n'être pas exposés à en être le jouët. Je m'arrêtai sur-tout aux Moules, qui sont fixées par un nombre considerable de fils qui sont pour elles tout autant de cordages qui les tiennent à l'ancre. Je fis voir qu'elles les filent par une mécanique admirable & simple. Je ne regardai les ouvrières de ces fils inutiles à nos usages, que comme les Chenilles de la Mer , mais je fis observer en même temps que si la Terre a ses vers à soye, la Mer a aussi des Coquillages à soye ; que celui qui est nommé par les Auteurs *Pinne Marine*, & sur nos côtes de Provence & sur celles d'Italie *Nacre de Perle*, est attaché comme les Moules par des fils soyeux qui ont été mis en œuvre par les Anciens ; & dont on fait encore aujourd'hui des ouvrages. J'avancai dans le même Memoire qu'il y avoit lieu de croire que ces fils étoient filés comme ceux des Moules, parce que la nature ne se borne point à peu d'exemples, même de ses plus singulieres productions , mais que c'étoit un fait que je n'avois pû verifïer, n'ayant point été à portée des Mers où vit ce Coquillage. Quoi-que je sois resté dans le même éloignement de ces Mers, j'ai cependant eu occasion depuis peu d'observer les Pinnes marines ; la protection que

*Mem. 1717.*

Z

# 178 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Monseigneur le Duc d'Orleans donne aux Sciences nous rapproche tous les objets. On pêche des Pinnes marines auprès de Toulon, Son Altesse Royale à qui rien ne paroît petit de ce qui peut contribuer à étendre nos connoissances, a bien voulu envoyer à M. Hocquart, Intendant de Toulon, un Memoire où nous demandions de ces Coquillages & où nous marquions avec quelles précautions nous souhaitions qu'ils nous fussent envoyés. L'exactitude & les soins avec lesquels M. Hocquart a executé les ordres qu'il avoit reçûs, nous ont procuré de ces Poissons assés entiers. Les uns ont été envoyés dans de l'Eau de vie, & les autres dans de l'Eau à laquelle on avoit donné tout le sel dont elle s'étoit pû charger.

Les Pinnes marines peuvent être regardées comme une espece de Moule de Mer, mais beaucoup plus grande que toutes les autres. Entre celles qui nous sont venuës de Toulon, il y en a qui ont deux pieds & quelques pouces de longueur. Leur Coquille comme celle des autres

\* Fig. 1. Moules est composée de deux pieces semblables & égales \*  
 & 4. qui depuis l'origine, ou comme nous l'avons appelé ail-

\* Fig. 1. leurs, depuis le sommet \* de la Coquille, s'élargissent in-  
 A. Fig. 4. sensiblement jusques environ aux deux tiers de leur lon-  
 NN. gueur \* où elles commencent à s'étrecir, mais plus brus-

\* Fig. 1. quement, en formant une courbure qui approche d'un  
 E D. demi-oval qui auroit pour petit axe l'endroit où nous avons déterminé la plus grande largeur; cette plus grande largeur a environ deux cinquièmes de la longueur: elles sont plus applaties que les autres Moules par rapport à leur grandeur. Depuis la surface extérieure d'une des pieces de la Coquille jusques à celle de l'autre il n'y a qu'environ quatre pouces dans l'endroit où sont le plus épaisses les grandes Pinnes, sur lesquelles nous prenons ces mesures.

\* Fig. 1. Celles-ci ont à leur sommet \* six à sept lignes tant en  
 A. largeur qu'en épaisseur; elles y sont au moins aussi épaisses que larges, elles ne forment pas vers cet endroit un talon aussi sensible que celui des autres Moules, on re-

marque seulement un peu de convexité \* d'un côté, & un peu de concavité \* de l'autre, mais ces côtés se redressent en approchant du bout.

\* Fig. 1.  
CHD.  
\* EB.

J'ai trouvé à la plupart des Pinnes marines la charnière à ressort qui tient les deux pièces ensemble du côté concave, elle commence au sommet de la Coquille, & va presque jusques où elle cesse de s'élargir; les deux pièces ne sont point liées ensemble de l'autre côté, mais elles sont bordées par plusieurs couches de matière pareille à celle qui fait la charnière à ressort, c'est-à-dire, d'une matière de nature approchante de celle de la Corne. Les Coquilles des autres Moules sont au contraire liées ensemble du côté du talon, ou du côté convexe. J'ai vu aussi quelques Pinnes marines qui s'entrouvroient par le même côté où s'entrouvrent les autres Moules, c'est-à-dire tout du long du côté concave, & qui avoient leur charnière du côté convexe. Il est assez singulier qu'on trouve une pareille variété dans des Coquillages de même espèce. Mais ce qui est commun à tous ceux de celle-ci, c'est que les bords de la Coquille sont toujours plus épais du côté où elle s'entrouvre que du côté où est la charnière.

Nos Coquilles de Pinne marine ont encore une chose qui leur est particulière. Si on regarde la surface de chacune des pièces qui étoit touchée par l'animal, on voit une bande d'une matière semblable à celle de la charnière \* qui commence au sommet & va jusques à peu près à la moitié de la longueur de chaque pièce en partageant la largeur en deux parties, dont celle qui est du côté convexe ou de celui où la Coquille s'entrouvre est un peu plus étroite que l'autre. Cette matière pénètre même en quelques endroits assez avant dans l'épaisseur de la Coquille. Il semble qu'il y ait eu une fracture à chaque pièce qui ait été remplie par cette matière, & que les deux parties séparées par cette fracture se soient mal appliquées l'une contre l'autre, car intérieurement elles sont ensemble un angle obtus, elles n'y ont point la rondeur qu'el-

\* Fig. 1.  
R S.

les ont exterieurement. Cette espece de fracture se voit aussi sur la surface exterieure de quelques Coquilles, & on la peut observer en *AG* (Fig. 1.). Puisque toutes les Coquilles l'ont, au moins sur leur surface interieure, on ne sçauroit penser qu'elles ont été rompuës en cet endroit, mais il est naturel de croire que cette bande de matiere, differente de celle du reste de la Coquille, marque la route qu'a suivi une partie du corps de l'animal qui laisse échapper un suc pareil à celui qui borde les extremités des Coquilles, pendant que les autres parties ont laissé échapper un suc propre à épaisir & à étendre la Coquille.

Mais ce que la Coquille de ce Poisson offre de plus remarquable, est dans les deux couches de matiere differente dont elle est composée. Une partie de l'interieure est de couleur de Nacre\*, elle ne s'étend que depuis le sommet jusques environ à la moitié ou aux deux tiers de la longueur; à mesure qu'elle approche de ce terme elle devient moins épaisse; où elle finit elle est plus mince qu'une feuille de papier. L'autre couche sert de croute à celle qui est de couleur de Nacre, elle fait seule toute l'épaisseur de la Coquille où la Nacre manque\*. Exterieurément elle est raboteuse, la boüe qui s'y est attachée en obscurcit la couleur, mais interieurement elle est polie, & paroît d'un rouge fort délayé; comme elle est mince & très transparente, sa couleur en est moins sensible. La composition de cette couche est fort singuliere; elle est formée d'une infinité de filets appliqués les uns contre les autres, qui ont chacun pour longueur l'épaisseur de la couche, & dont la direction est par consequent à peu près perpendiculaire au plan de la Coquille. Ces filets sont très déliés, on les decouvre cependant distinctement à la vûë simple, mais avec un Microscope on voit de plus qu'ils sont chacun de petits parallepipedes à base rectangle presque quarrée. Ce qu'ils ont de plus singulier, c'est qu'ils sont peu adherants ensemble dans certains endroits de la

\* Fig. 4.  
YQQQ.

\* Fig. 4.  
TTTT.

Coquille; si on détache un petit morceau de la croute qui couvre la Nacrede côté du sommet \*, ce qui se fait aisément, & qu'on le froisse entre ses doigts, ces filets se séparent les uns des autres, il semble qu'au lieu d'un morceau de Coquille qu'on ait brisé le bout d'une aigrette composée de fils de verre, mais plus fins que ceux des aigrettes ordinaires. \* Fig. 1. K K.

Il est bon, en faisant cette expérience, de prendre garde à ne pas trop étendre sur sa main ces bouts de filets; pour n'avoir pas sçu qu'il falloit prendre cette précaution, j'ai quelquefois senti entre les doigts & sur la main des demangeaisons incommodes. Ces fils, presque aussi fins que ceux qui couvrent les gouffes des Pois, connus vulgairement sous le nom de Pois gratés, ou Pois potiilleux, excitent de même des demangeaisons, moins cuisantes pourtant, parce qu'étant un peu moins fins, ils ne percent pas la peau aussi aisément.

Si on prend un morceau de la même couche vers l'autre extrémité de la Coquille, les fils dont il est composé ne se sépareront pas si aisément, mais ils n'en seront pas moins visibles. Les couches les plus anciennes sont les plus proches du sommet, en vieillissant elles se pourrissent en quelque sorte, c'est ce qui fait que les parties qui les composent se séparent les unes des autres par un simple froissement. Aussi est-il fort ordinaire de voir vers cet endroit la Nacre à découvert: la croute qui l'avoit revêtuë est tombée \*.

La partie de la Coquille qui a la couleur de la Nacre est composée de feuilles minces posées parallèlement les unes sur les autres, de façon que l'épaisseur de la Coquille est formée par celle de ces feuilles. On les separe facilement les unes des autres si on les fait calciner pendant un instant. La structure de cette partie de la Coquille ressemble donc à celle des Ardoises & des autres pierres feuilletées; & celle de l'autre partie ressemble à la structure de l'Amiante & de quelques Talcs & Gyps composés de filets. J'ai cependant aussi observé des couches dans la partie

composée par filets, qui avoient la même direction que les couches de celle qui est de couleur de Nacre, & cela après l'avoir aussi fait calciner. Alors on voyoit que chaque filet ou petit parallépipède étoit composé de plusieurs parallépipèdes posés bout à bout.

J'ai cherché depuis à découvrir si cette structure n'étoit point commune aux Pinnes marines avec bien d'autres Coquilles, s'il n'y en avoit point qui eussent comme elles une couche composée de filets qui recouvrit celle qui est de couleur de Nacre, & je l'ai trouvée dans les vraies Coquilles à Nacre, dans celles qui sont appelées Meres des Perles & dans diverses autres Coquilles, mais comme les filets y sont plus fins, & très adhérents les uns aux autres, il n'eut pas été aisé de les reconnoître, si les Pinnes marines ne les eussent fait voir plus distinctement.

Il est plus aisé de rendre raison de la formation de ces filets pierreux de figure assez régulière, & arrangés dans un ordre constant, que de la formation des Pierres d'une structure approchante; nous avons ici des organes où nous pouvons imaginer que le suc pierreux s'est moulé, on peut concevoir les ouvertures des vaisseaux qui le laissent échapper disposées avec ordre, & chacune d'une figure rectangulaire, que ce suc conserve la figure qu'il a pris en sortant, au lieu que le suc qui forme la Nacre est plus fluide, & ne garde pas la figure du trou par où il a passé: peut-être cependant que ces filets ou petits parallépipèdes se sont moulés avant même de s'échapper du corps de l'animal, on trouvera dans la suite une observation bien propre à le faire soupçonner.

Les Auteurs qui ont parlé de ce Coquillage disent qu'il est posé dans la Mer verticalement, la pointe en embas, & c'est apparemment sur la foi des Pêcheurs qu'ils lui ont donné cette situation, qui n'est pas aisée à vérifier; on peut plus compter sur ce que les Pêcheurs assurent que les Pinnes sont toujours attachées aux Rochers ou aux pierres des environs par une houpe de filets\*, car pour les ti-

\* Fig. 1.  
IH.

rer du fonds de l'eau il faut toujours briser cette houe.

On les pêche à Toulon à 15, 20, 30 pieds d'eau, & plus quelquefois, avec un instrument appelé *Crampe* \* \* *Fig. 3.*  
C'est une espèce de fourche de fer dont les fourchons \* \* 22.  
ne sont pas disposés à l'ordinaire; ils sont perpendiculaires  
au manche \*, ils ont chacun environ 8 pouces de lon- \* dd.  
gueur, & laissent entre eux une ouverture de 6 pouces  
dans l'endroit où ils sont le plus écartés. On proportionne  
la longueur du manche de la fourche ou *Crampe* à la pro-  
fondeur où l'on veut aller chercher les *Pinnes*; on les fai-  
sit, on les détache, & on les enlève avec cet instrument.

La houe de foye part immédiatement du corps de  
l'animal, elle sort de la Coquille par le côté où elle s'en-  
trouve environ à quatre à cinq pouces du sommet ou  
de la pointe dans les grandes *Pinnes*. \*

Elle fixe la *Pinne* marine; elle s'empêche d'être entraî- *H.*  
née par le mouvement de l'eau, mais elle ne sauroit l'em-  
pêcher d'être renversée ni la retenir verticalement comme  
on le veut: de sorte qu'il y a grande apparence que ce Co-  
quillage est tantôt incliné à l'horison, & tantôt couché à  
plat comme le sont les autres Moules, & les Coquillages  
qui ne s'enfoncent pas dans la vase. On ne peut guère  
s'assurer d'avoir les houes dans toute leur longueur, mais  
j'en ai vû à qui il en restoit 7 à 8 pouces. J'en ai trouvé  
qui pèsent 3 onces. Les fils dont elles sont composées  
sont très fins, & ordinairement si mêlés ensemble, qu'il  
n'est guère aisé aussi de les avoir dans toute leur lon-  
gueur; leur couleur est brune.

La mécanique par laquelle ces fils foyeux sont formés  
avoit été le premier objet de ma recherche; j'avois eu  
sur-tout en vûe de vérifier s'ils sont filés par les *Pinnes*  
marines, comme les Moules filent les leurs: c'est de quoi  
je n'ai pas lieu de douter si on doit croire que des parties  
semblables, placées de la même manière, servent à diffé-  
rents animaux aux mêmes usages. Nous avons trouvé à  
nos Poissons une partie pareille à celle que nous avons

V. les M. nommée *filiere* dans les Moules & les Pectongles \*, & placée dans le même endroit. La *filiere* des Pinnes, car nous de 1711. croyons pouvoir lui donner ce nom, & celle des Moules n'ont de differences entre elles que celles que leurs effets demandent. Les Pinnes marines ont à filer des fils beaucoup plus fins & plus longs que les Moules, leurs filieres sont aussi & plus longues & plus déliées. En parlant de celle des Moules nous fimes observer qu'elle n'a, quand elle est dans l'inaction, ou dans l'animal mort, que 5 à 6 lignes, & qu'elle parvient dans le temps de l'action à avoir plus de 2 pouces : celle des Pinnes marines mortes est quelquefois longue de plus de 2 pouces, ainsi l'animal, en lui donnant une longueur de 6 à 7 pouces, qui est celle des longs fils, ne l'étendra pas dans une plus grande proportion que les Moules étendent les leurs. Il faut toujours ici que la *filiere* ait la longueur du fil qu'elle forme, elle n'agit point comme celles des Tireurs d'Or, ou comme celles des Chenilles & des Vers à soye ; nous avons fait voir ailleurs qu'elle est un Moule dans lequel un suc visqueux prend la consistance & la figure de fil ; que ce Moule s'ouvre d'un côté dans toute sa longueur pour laisser sortir le fil qu'il a façonné. On voit aussi tout du long de celle des Pinnes une fente pareille à celle de la *filiere* des Moules pour laisser sortir le fil, mais moins large & moins profonde. Enfin les fils dont la houe est composée ont leur origine près de celle de la *filiere*, & sont logés dans un espece de sac membraneux \* de figure conique dans les Pinnes comme dans les Moules.

Mais la nature qui ne fait point de ressemblance si parfaite qu'elle n'y mêle quelque variété, a donné aux Pinnes marines quelques parties qui leurs sont particulieres. Dans le sac membraneux nous venons de dire que part la houe de fils, il y a cinq feuillets charnus \* séparés les uns des autres, dont le contour est arrondi en demi-oval, leur longueur est dans le même sens que celle de la Coquille. Entre ces feuillets musculieux ou charnus, il y en a quatre



quatre à peu près de même figure, mais beaucoup plus minces \* ; ils semblent de nature cartilagineuse, mais examinés attentivement, on trouve qu'ils sont une espèce de tissu de fils peu entrelassés ensemble, mais si bien appliqués les uns contre les autres, qu'ils forment un corps continu & uni : avec un peu de dextérité on développe ces fils, on les sépare. Vers le milieu du feüillet il y a un endroit plus épais que le reste, ondé, ou comme frisé, il est fait de fils pliés en zizague, & plus pressés qu'ailleurs \*. Ces feüillets soyeux sont séparés les uns des autres par les feüillets charnus, c'est des soyeux que partent tous les fils qui attachent la Pinne marine & qui forment la houe, ou plus exactement la houe est faite des mêmes fils que les feüillets, mais prolongés & écartés les uns des autres ; les uns se séparent du feüillet en différents endroits de son bord, les autres, & c'est la plus grande partie, ne quittent le feüillet qu'après être parvenus au bout de ce feüillet le plus proche de l'origine de la filiere. La plupart de ceux-ci sont fournis par cet endroit du feüillet que nous avons fait remarquer plus épais que le reste. Les fils qui viennent des quatre feüillets se rassemblent près de l'origine de la filiere, autant qu'il le faut pour former un paquet, ou pour commencer une houe \*. La Pinne marine a une si prodigieuse forêt de fils, qu'elle n'eût pû loger comme les Moules un tronc assés gros pour les y attacher tous, mais ils sont commodément attachés à ces feüillets plats. Les feüillets charnus qui séparent les soyeux ont peut-être d'autres usages que de les séparer ; peut-être font-ils la fonction d'espece de levres pour appliquer & coller le bout du fil nouvellement formé contre un feüillet, & pour l'y entrelasser autant qu'il est nécessaire.

Les autres parties interieures des Pinnes marines m'ont paru assés semblables à celles des Moules. Elles sont de même attachées à leurs Coquilles par deux forts muscles \* dont l'un est auprès de la pointe \*, & l'autre vers \*

\* Fig. 4. le milieu de sa longueur, vers où finit la Nacre \*, car ce n'est que la partie qui est environ entre ces deux muscles qui la produit. L'anus est auprès du second ou plus gros de ces muscles \*, & la bouche auprès du premier \*; elle est fermée par une levre demi-ovale \*, que n'ont point les Moules de Mer. Mais pour entrer dans un plus grand détail des parties intérieures de ce Coquillage, il faudroit en avoir de frais & en assez grand nombre pour fournir à des dissections réitérées. Il seroit à souhaiter que quelque habile Anatomiste prit ce soin. Comme il est le plus grand des Coquillages à deux battants, ou bivaies; que nous ayons dans nos Mers, il seroit plus commode à disséquer, & peut-être plus propre à nous instruire sur les animaux de même genre: il m'a semblé aussi plus propre qu'aucun autre à nous éclaircir sur la formation des Perles.

\* Fig. 4. Il en produit beaucoup \* qui ne sont pas à la vérité de l'eau de celles des Indes: celles qui en approchent le plus sont plombées; mais il en a de couleurs absolument différentes; on lui en trouve de toutes les nuances différentes de l'Ambre, & transparentes comme lui, de rougeâtres, de jaunâtres; il en a aussi de noirâtres, ce que M. Geoffroy le Jeune a fait observer dans les Mémoires de 1712. On n'est point convenu de donner de valeur aux Perles de ce Coquillage, elles valent pourtant mieux pour des Phisiciens que celles des Huitres de l'Orient, en ce qu'elles sont plus propres à éclaircir la formation des Perles en general, elles ont des particularités que les autres ne nous offrent point.

Je ne rapporterai point tout ce que les Anciens ont débité de fabuleux sur l'origine des Perles; la physique est trop avancée pour qu'il soit besoin de prouver qu'elles ne sont point produites par la rosée celeste, malgré tout ce qu'en ont dit des Auteurs graves. Ceux qui les ont pris pour les œufs des Poissons où on les trouve ne méritent pas non plus qu'on s'y arrête. M. Geoffroy le Jeune les range parmi les Bezoards, parce qu'il a mis dans cette

classe toutes les pierres formées par couches qui s'engendrent dans les animaux. Il est sûr aussi qu'on ne peut les regarder que comme les autres pierres formées dans les animaux, comme les pierres des Reins, de la Vescie, &c. elles sont apparemment aussi l'effet d'une maladie du Poisson. Il n'est pas étonnant qu'un animal qui a des vaisseaux où il circule assés de suc pierreux pour fournir à bâtir, à épaisir & à étendre une Coquille, en ait assés pour former des pierres, si le suc destiné à l'accroissement de la Coquille s'épanche dans quelque cavité de son corps, ou entre ses membranes. On appelle cette pierre une Perle, quand le suc épanché dont elle a été faite est d'une eau argentée, approchant de celle de la Nacre, & sa couleur doit être telle dans les Moules, les Huitres & les autres Coquillages à Perles dont la Coquille est elle-même couleur de Nacre. La beauté de l'eau de la Perle peut même surpasser celle de la Nacre de la Coquille, quoi-que formées toutes deux d'une même matière, celle de l'une s'est portée jusques au dehors du corps de l'animal où elle est touchée par des eaux souvent bourbeuses qui altèrent sa couleur, au lieu que la matière de l'autre a été reçûe entre des membranes qui l'ont mise à couvert.

Ainsi il m'a toujours paru qu'on ne pouvoit recourir à aucune autre matière pour former les Perles qu'à celle qui forme la Nacre de la Coquille; mais il est heureux quand nous pouvons avoir en physique quelque chose de plus que des vrai-semblances. Les Pinnes marines m'ont fourni des observations qui semblent donner un air d'évidence à ce sentiment sur la formation des Perles. Nous avons dit qu'on leur en trouve de différentes couleurs; mais on en trouve principalement de deux sortes; les unes dont les nuances approchent de celles de la Nacre, & les autres d'une couleur rougeâtre. Nous avons fait remarquer aussi que la Coquille est composée de deux couches de couleur différente, l'une rougeâtre & l'autre couleur de Nacre. On voit déjà que l'animal a des suc pierreux colorés pour

fournir aux Perles de nos deux couleurs principales. Si les vaisseaux qui portent le suc propre à bâtir la Nacre se brisent, ils formeront une Perle de couleur de Nacre. Si les vaisseaux qui se brisent sont ceux qui portent le suc dont l'autre partie de la Coquille est bâtie, l'épanchement de ce suc produira des Perles rougeâtres, ou de couleur d'Ambre comme la Coquille qui en eût été formée.

Nous avons encore vû ci-devant que la partie de la Coquille qui est depuis le sommet jusques aux environs du second des muscles qui attachent le Poisson à une couche de Nacre, & que le reste de la Coquille n'a point cette couche; d'où il suit, selon ce que nous avons établi ailleurs sur la formation & l'accroissement des Coquilles, que les parties du corps de l'animal qui touchent la premiere partie de la Coquille laissent échapper un suc couleur de Nacre, & que les parties qui répondent au reste laissent échapper un suc de couleur rougeâtre comme la Coquille qui en est faite.

On trouve aux Pinnes marines des Perles dans les parties de leur corps qui répondent aux endroits où la Coquille est blanche, & dans les parties qui répondent aux endroits où elle est rougeâtre, mais une des remarques que j'ai faite, & qui me semble essentielle pour décider que les Perles sont composées du même suc que la Coquille, c'est que les Perles \* que j'ai trouvées dans les parties du Poisson qui forment la Coquille de couleur rougeâtre étoient elles-mêmes de couleur rougeâtre; & \* y, y, y. celles \* que j'ai trouvées dans les parties du Poisson qui répondent aux endroits de la Coquille où est la Nacre étoient de couleur de Nacre.

Il n'est guere de partie de l'animal où j'en ai rencontré davantage que dans la partie musculuse, découpée en crête de Coq qui est appliquée autour du bord du bout de la Coquille, & d'une partie de son contour \*. C'est cette partie qui étend la Coquille, & qui en forme par conséquent la couche supérieure qui est toujours rougeâ-

tre. Les Perles que j'y ai trouvées ont aussi toujours été rougeâtres.

Les Perles que j'ai vû au contraire, & souvent beaucoup plus grosses dans les parties qui sont proche de l'origine de la filiere \* étoient de couleur de Nacre, parce que \* *Fig. 4.* les vaisseaux qui fournissent la Nacre sont en cet endroit. yz.

Je ne voudrois pourtant pas assurer que vers les parties les moins éloignées des bords, il ne se pût former des Perles rougeâtres, & peut-être près des bords des Perles couleur de Nacre; les vaisseaux qui portent le suc pierreux aux bords de la Coquille ont apparemment leur origine plus loin, où ils peuvent être brisées par quelque accident; de même les vaisseaux qui fournissent le suc couleur de Nacre peuvent passer vers le bords, ils sont apparemment bien des contours. Mais ce qui paroît sûr, c'est que les vaisseaux de l'une & de l'autre espece sont plus abondants, plus gros, plus remplis de suc dans les endroits où ils fournissent à l'accroissement de la Coquille: par conséquent il doit y arriver plutôt qu'aux autres de ces accidents qui font épancher leur suc.

On trouve aussi aux Pinnes marines des Perles noires, ou plutôt d'un brun noirâtre. Mais celles-ci sont opaques, au lieu que celles qui sont couleur d'Ambre sont transparentes. Les unes & les autres sont formées d'une même matiere, celle des noires a été obscurcie par le mélange de quelque suc, le Poisson a de quoi en fournir de noirs. Mais les Perles noires cassées en morceaux assés minces pour être transparents sont aussi d'une couleur approchante de celles des Perles jaunâtres ou rougeâtres: leur épaisseur leur donne une grande partie de leur opacité & de leur couleur brune. Il y a aussi des endroits où la couleur de la Coquille est plus brune & plus opaque qu'ailleurs & où elle approche de celle des Perles obscures.

Outre la difference de couleur que nous avons fait observer dans les deux couches qui composent la Coquille

nous y en avons fait remarquer une plus singulière, c'est la différence de leur tiffure; que la Nacre est faite de feuillets appliqués les uns sur les autres, & que la partie rougeâtre de la Coquille est composée de filets appliqués les uns contre les autres. Pour décider sûrement si les Perles argentées sont faites du même suc que la Nacre, & les Perles couleur d'Ambre du même suc que la Coquille rougeâtre, il me parut qu'il ne s'agissoit plus que de voir si entre ces Perles de différentes couleurs on trouvoit les mêmes variétés de tiffure qu'entre les parties de la Coquille. J'ai donc cassé plusieurs des unes & des autres, & j'ai toujours vu que les Perles argentées étoient composées de couches concentriques \* qui s'enveloppoient les unes les autres comme les peaux d'un Oignon, & c'est une remarque qui n'est rien moins que nouvelle. Mais j'ai observé que les Perles rougeâtres avoient aussi des couches concentriques, moins sensibles pourtant que celles des argentées, mais qu'elles avoient de plus des filets pareils à ceux de la

\* Fig. 10. Coquille rougeâtre \* qui comme autant de rayons étoient tous dirigés du centre vers la circonférence. Voici mêmes variétés de couleurs, mêmes variétés de structure entre nos deux especes de couches de la Coquille, & entre nos deux especes de Perles. Y auroit-il encore lieu de douter que les couches de la Coquille & les Perles qui ont tant de ressemblance ne fussent pas formées de la même matière!

\* Fig. 12.

J'ai vu de ces Perles dont une moitié, ou à peu-près, de la surface étoit de couleur de Nacre, & l'autre moitié noirâtre; elles avoient été formées dans le confluent de deux vaisseaux à suc de différentes couleurs, mais il n'y avoit qu'une couche mince de ces deux couleurs, le reste étoit d'une couleur uniforme.

Quand les vaisseaux se brisent à la surface extérieure du corps de l'animal, ou que pour s'être trop élargis ils laissent échapper plus abondamment du suc pierreux, la matière qui se fige forme une especie de nœud que les

Joiualliers appellent Loupe de Perle, lorsque ces noeuds ont été pris dans les Coquilles à Nacre. Les Coquilles des Pinnes ont quelquefois de ces noeuds, & elles en ont & de couleur rougeâtre & de couleur de Nacre. Il y a de ces Loupes dans les vraies Coquilles à Nacre d'une eau si approchante de celle des Perles, qu'on ne peut quelquefois les distinguer les uns des autres, quoi-que mises en oeuvre sur la même pièce. Quand les Joiualliers trouvent de ces Loupes demi-spheriques, ils les font scier, & de deux de même grosseur, collées ensemble, ils composent une Perle.

Rien n'est moins constant que le nombre des Perles de ces Coquillages : il y a des Pinnes marines où je n'en ai point trouvé du tout ; j'en ai vû plus de vingt à d'autres. Il n'est pas sûr non plus que les Pinnes marines ayent partout autant de Perles qu'en ont celles de nos Côtes de Provence. Comme l'air & les aliments rendent les habitants de certains pays sujets à certaines maladies, sans doute que les eaux des Mers & des Rivières que les Poissons respirent & qui les nourrissent en partie, leur causent bien des incommodités. Des Moules de même espece ont des Perles dans quelques Rivières, & n'en ont point dans d'autres. Nos Huitres nous seroient peut-être beaucoup plus précieuses, si les eaux de nos Mers leurs étoient aussi malsaines que celles de la côte de la Pêcherie le sont aux Huitres qui y vivent ; au lieu que les Perles sont rares dans nos Huitres, elles y seroient peut-être communes, ces Coquillages seroient plus sujets à la pierre.

## EXPLICATION DES FIGURES.

## FIGURE I.

Coquille de Pinne marine composée de ses deux pieces. *A*, est le sommet de la Coquille. *BC*, est la largeur au sommet. L'épaisseur est prise sur une ligne perpendiculaire à celle qui seroit tirée de *B* à *C*, & qui traverseroit les deux pieces.

*CHD*, le côté convexe. La ligne *CD* montre l'endroit où la Coquille s'entrouvre. On voit par de-là *CD* une petite partie de la seconde piece de la Coquille.

*BE*, le côté concave, celui où est la charniere de cette Coquille qui va environ jusques en *E*.

*F*, l'extremité de la Coquille, là elle est entr'ouverte.

*H*, endroit d'où sort la houe. *I*, la houe de foye.

*GA*, marque la ligne qui divise en deux parties chaque piece de Coquille.

La partie *EFDG* est presque toute de couleur rougeâtre, & depuis *G* jusques en *A* il y a de la Nacre.

*KKK*, montrent la Nacre à découvert ; la croute ou couche rougeâtre composée de filets est détachée, ce qui arrive naturellement.

## FIGURE II.

Morceau de la croute composée de filets destiné à la Loupe. *L* des filets dessinés séparément. *M*, petite houe de pareils filets.

## FIGURE III.

Instrument avec lequel on pêche les Pinnes. *a, a*, ses fourches. *b, c*, endroit où le fer est attaché au manche. *dd*, le manche. *ee*, plan de la fourche.

## FIGURE IV.

La Figure IV. est une Coquille qui a été ouverte à force.



force. L'animal est resté presque tout entier sur la piece de la Coquille *NOO*, il n'y en a presque point sur la partie *NPP*. *QQQ*, marquent ce qui est de couleur de Nacre.

*Rf* est la bande de matiere approchante de celle du ressort qui divise chaque piece en deux.

*TTT*, la partie qui est rougeâtre ou de couleur d'Ambre.

Près *N* on voit diverses couches les unes au dessus des autres ; ce sont des feuillets de matiere pareille à celle du ressort qui marquent les differentes places que l'animal a abandonnées successivement.

En *V* est le ligament d'auprès du sommet.

*X* est la bouche.

*Y*, la filiere.

*Z*, le sac membraneux qui enveloppe les feuillets charnus & les feuillets cartilagineux d'où partent les filets qui forment la houpe.

En *Sc*. est l'anus, on y voit aussi le gros muscle qui attache le Poisson aux deux pieces de sa Coquille.

#### FIGURES V. & VI.

Elles representent chacune une partie de la cavité *Z* de la Figure IV. un peu plus grande que nature : ici les parois qui la renferment ont été ouvertes.

*fg, fg*, sont les deux parois ouvertes.

*h* est le bout de la filiere coupée en *h*.

*ll, KK, L* sont les cinq feuillets charnus ou musculieux renfermés dans cette cavité ; ici on a ôté les feuillets foyeux qui doivent être entr'eux.

#### FIGURE VI.

*n, n, o, o*, partie des quatre feuillets foyeux qui ici sont en place & séparés les uns des autres par les feuillets charnus. *mm*, parois de la cavité. *p*, bout de la filiere.

## FIGURE VII.

Est une partie d'un feüillet foyeux, prise vers le milieu de ce feüillet, dessinée à la Loupe. *r* marque cet endroit plus épais que le reste où les fils sont en zizague. En *r* ces fils commencent à se séparer pour aller composer partie de la houe.

## FIGURE VIII.

Elle montre plus en grand que la Figure IV. la bouche du Poisson. *1*, cette bouche. *2*, levre qui la couvre ordinairement, & qui a été relevée dans cette Figure. *x* marque une Perle.

## FIGURE IX.

Est une Perle couleur de Nacre.

## FIGURE X.

Est la coupe de la même Perle qui montre l'arrangement des couches.

## FIGURE XI.

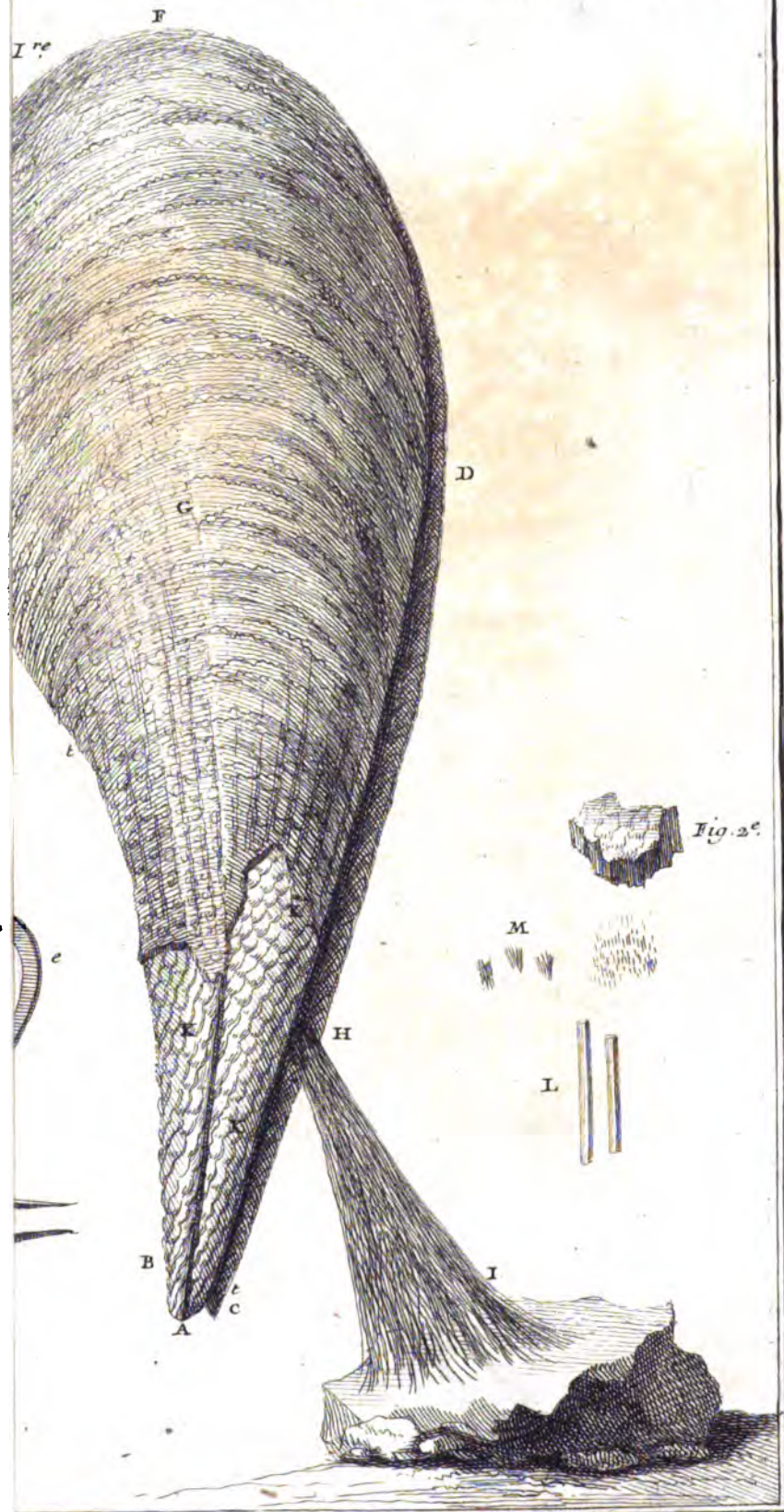
Est une des Perles brunes de la Pine.

## FIGURE XII.

Est la même Perle cassée pour faire voir la direction des rayons du centre vers la circonference.

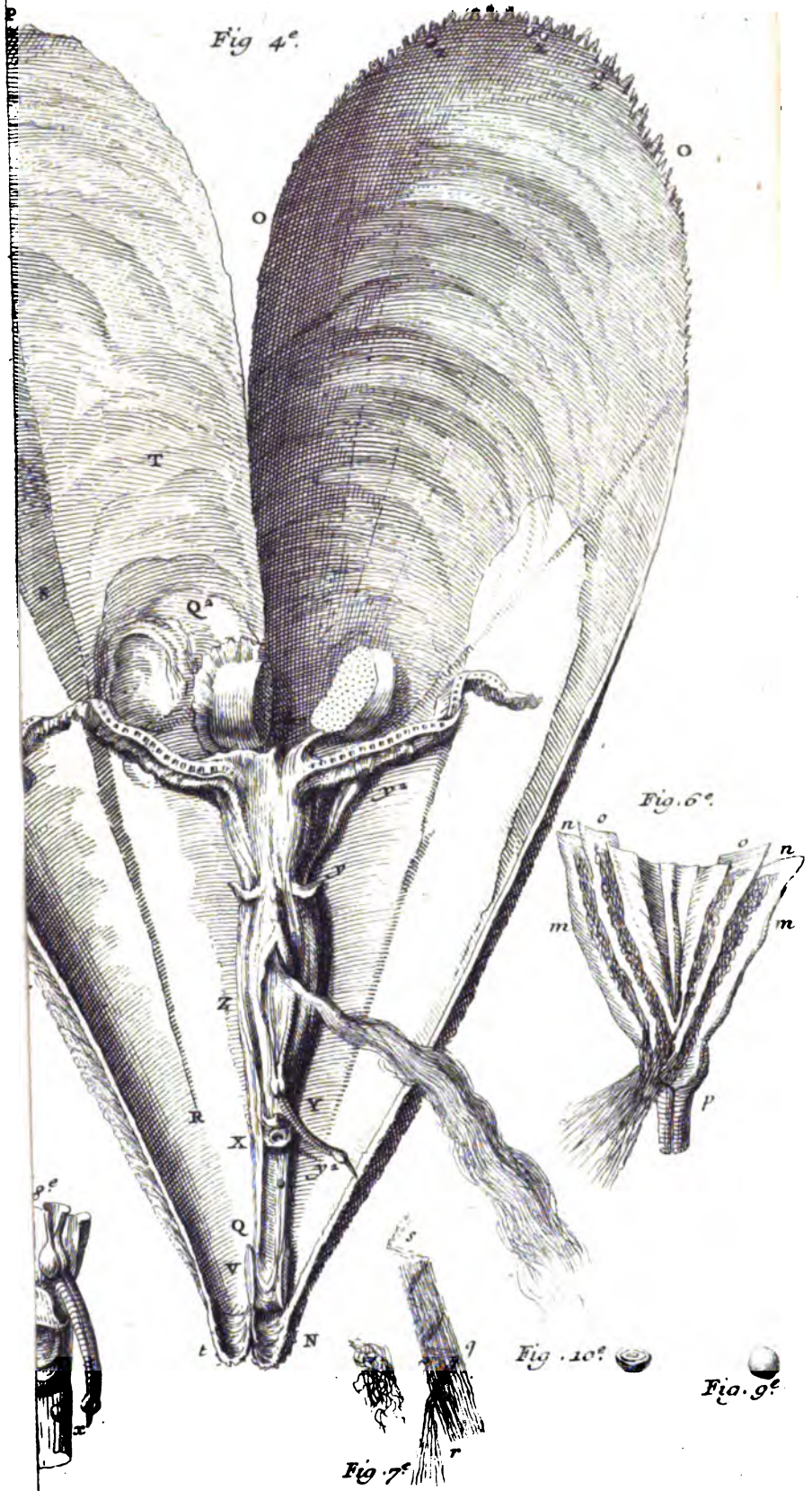
Dans la Figure IV. *zzzz* sont des Perles couleur d'Ambre ou rougeâtre ; & *y, y*, des Perles couleur de Nacre.

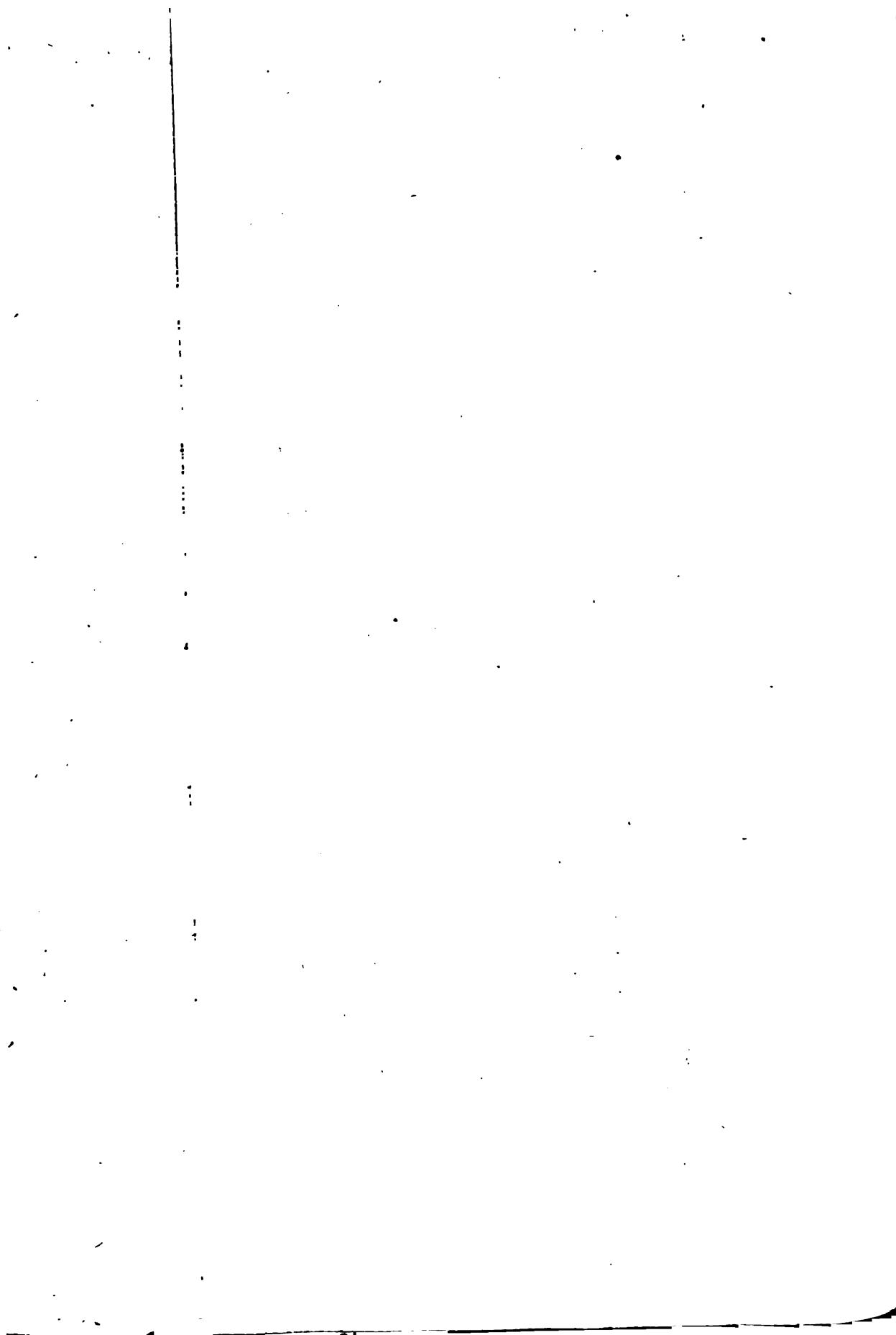












**PRESSIONS DES CYLINDRES**  
*& des Cones droits, des Spheres & des Spheroïdes  
 quelconques, ferrés dans des Cordes roulées autour  
 d'eux, & tirées par des poids ou des puissances aussi  
 quelconques.*

Par M. VARIGNON.

**L**E 20. Mars 1717. ayant entendu lire à l'Académie 10 & 17  
 Royale des Sciences un Memoire de M. Senés sur la Avril, &  
 force de l'Estomac, imprimé depuis (en 1718.) à la fin 12 Juin  
 des Memoires de 1715. de la même Académie; le détail 1717.  
 de differents cas des pressions des cylindres droits ferrés  
 dans des cordes, sur lequel ce Memoire étoit fondé, me  
 fit naître l'envie de chercher une formule generale qui  
 satisfit à tous ces cas à la fois. En voici trois, *A, B, D*,  
 desquelles la premiere *A* ( que je donnai le 10. Avril à  
 l'Académie ) se presenta tout d'un coup à moi dès que  
 je fus de retour en mon cabinet; & quelques jours après  
 les deux autres *C, D*, ( que je donnai le 17. du même  
 mois à la même Académie ) me vinrent aussi tout d'un  
 coup en repensant à cette matiere. Peu de jours après  
 encore, les Pressions des Cones & des Spheroïdes ainsi  
 ferrés dans des cordes roulées autour d'eux, me vinrent  
 aussi à l'esprit; & j'en trouvai de même presqu'aussi-tôt  
 les formules suivantes, que je n'eus occasion de donner à  
 l'Académie que le 12. Juin, les sceances y ayant toujours  
 été si remplies de choses qui étoient en droit de passer au-  
 paravant, que je n'y trouvai que ce jour-là le petit inter-  
 valle de vuide quil me falloit pour cela.

Avant toutes choses le Lecteur est averti que dans tout  
 ceci il ne s'agira que de Cylindres & de Cones à bases cir-  
 culaires & droits (comme le sont tous les Spheroïdes) ferrés

B b ij

196 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

par des tractions en plans perpendiculaires à leurs axes ; n'ayant encore rien trouvé de pareil pour les obliques.

Pour abréger nos expressions nous appellerons simplement ici *Pression* d'un cylindre, d'un cone ou d'un sphéroïde, la force dont sa surface sera perpendiculairement comprimée, ou ce que la puissance comprimante en exercera de perpendiculaire contre cette surface fixe, en tirant par un bout une corde attachée à elle par l'autre bout, & roulée autour d'elle sur un ou plusieurs cercles ou sections perpendiculaires à son axe. En ce sens nous appellerons aussi *Pression totale* d'un arc de tels cercles, tout ce qu'il en ressentira (pour ainsi dire) dans toute sa longueur quelconque, moindre, égale, ou plus grande que chacune des circonferences de ces cercles ; & *Pression totale* de la surface comprimée en cet arc circulaire quelconque, tout ce qu'elle en ressentira (pour ainsi dire aussi) dans toute la longueur de cet arc comprimé.

S I.

*Des Pressions des Cylindres.*

10 & 17  
Avril  
1717.

Les formules qu'on en va voir dépendent des deux Lemmes suivans dont je ne démontrerai ici que le second, y supposant avec M. Senés, le premier comme démontré par M. Borelli dans son *Traité de motu Animal.* tom. 2. prop. 56. & par M. Sauveur dans les *Mem. de l'Acad. de 1703.* C'est ce qui me fait supprimer ici, comme inutile, la démonstration que j'en avois aussi faite en me servant des mouvements composés comme j'ai fait dans mon *Projet d'une nouvelle Mécanique*, cette démonstration s'étant trouvée la même que celle de M. Sauveur.

L E M M E I.

*Soit autour d'un cylindre immobile une corde attachée par un bout à la surface convexe de ce cylindre, & qui*



bandée sur lui par un poids ou puissance quelconque, le presse ou le comprime en un arc quelconque de cercle ou de section parallèle à sa base. La Pression de ce cylindre en tout cet arc sera toujours au poids ou à la puissance comprimante, comme la longueur absoluë de cet arc comprimé sera à son rayon.

Cela, dis-je, est démontré par M<sup>rs</sup>. Borelli & Sauveur aux endroits marqués ci-dessus.

COROL. I. Donc si l'on prend  $p$  pour la pression d'un cylindre ainsi comprimé par une puissance ou force constante quelconque  $f$  en un arc circulaire de longueur quelconque  $a$ , & de même rayon  $r$  que ce cylindre; l'on y aura par tout  $p.f :: a.r$ . Ce qui donne  $p = \frac{af}{r}$  dont la fraction constante  $\frac{f}{r}$  permet de prendre l'arc  $a$  de longueur absoluë égale à tout ce qu'il y a de corde roulée autour du cylindre en tant de révolutions qu'on voudra, assés pressées & de corde assés menuë pour pouvoir passer toutes pour circulaires: c'est-à-dire, de longueur absoluë moindre, égale, ou plus grande que la circonférence d'une des sections circulaires de ce cylindre de rayon quelconque  $r$ .

COROL. II.  $a, b$ , les longueurs absoluës des arcs circulaires comprimés de deux cylindres, ou de ce qu'il y a de corde roulée sur chacun d'eux.  
 Donc en  $r, s$ , les Rayons quelconques de ces cylindres ou de ces arcs  $a, b$ .  
 appellant  $p, \pi$ , les pressions de ces cylindres en ces arcs quelconques.  
 $f, \phi$ , les forces ou puissances qui les compriment en toutes les longueurs  $a, b$ , de de ces mêmes arcs.

L'on aura (corol. 1.)  $\left\{ \begin{array}{l} p.f :: a.r. \\ \phi.\pi :: s.b. \end{array} \right\}$  Ce qui (en multipliant par ordre) donne  $p\phi.\pi f :: as.br$ . D'où résulte la formule generale  $p\phi br = \pi f as (A)$ .

## L E M M E II.

Si en prenant encore  $a, b$ , pour les longueurs absolües des arcs comprimés comme ci-dessus ; &  $r, s$ , pour leurs rayons quelconques ; on prend presentement  $n, v$ , pour les nombres de degrés de ces arcs circulaires, fussent-ils de plus de 360. degrés : l'on aura en general  $avs = bnr$  (B).

DEMONSTR. Soit un troisiéme arc circulaire de longueur absolüe  $c$ , de même rayon  $r$  que l'arc  $a$ , & de même nombre  $v$  de degrés que l'arc  $b$ .

Ayant ainsi  $\left\{ \begin{array}{l} a, c, b, \text{ pour les longueurs absolües de ces} \\ \text{trois arcs;} \\ r, r, s, \text{ pour leurs rayons;} \\ n, v, v, \text{ pour les nombres de leurs degrés;} \end{array} \right.$

L'on aura  $\left\{ \begin{array}{l} a. c :: n. v. \\ c. b :: r. s. \end{array} \right\}$  Ce qui donne  $a. b :: nr. vs$ .

Et en consequence  $avs = bnr$  (B). Ce qu'il falloit démontrer.

COROL. I. Cette formule B donnant  $n. v :: as. br :: \frac{a}{r} . \frac{b}{s}$ . fait voir tout d'un coup que les nombres  $n, v$ , des degrés de deux arcs circulaires de longueurs absolües quelconques  $a, b$ , sont toujours entr'eux en raison des quotiens de ces longueurs  $a, b$ , divisées par les rayons  $r, s$ , des arcs dont elles sont les longueurs absolües.

La même formule B donne de même  $a. b :: nr. vs$ . Et  $r. s :: av. bn :: \frac{a}{n} . \frac{b}{v}$ .

COROL. II. Or la formule  $p \phi br = \pi fas$  (A) du corol. 2. du lem. 1. donne  $a. b :: p \phi r. \pi fs$ . Et  $r. s :: \pi fa. p \phi b$ . Donc (corol. 1.)  $nr. vs :: p \phi r. \pi fs$ . Et  $av. bn :: \pi fa. p \phi b$ . Ce qui donne également  $n. v :: p \phi. \pi f$ . Et en consequence  $p \phi v = \pi fn$  (C) pour seconde formule generale des pressions  $p, \pi$ , comprises dans le lem. 1. dont le corol. 2. y a donné la premiere A. •

*Formules generales des Pressions des cylindres.*

$$p \phi br = \pi fas (A)$$

$$p \phi v = \pi fn (C)$$

USAGE I. La formule *A* donnant  $p. \pi :: as. b \phi r.$  fait voir en general que les pressions totales  $p, \pi$ , des arcs circulaires  $a, b$ , de cylindres de rayons quelconques  $r, s$ , sont toujours entr'elles en raison composée de la réciproque de ces rayons  $r, s$ , & des directes tant des longueurs absolües  $a, b$ , des arcs comprimés, que des puissances  $f, \phi$ , qui les compriment dans toutes ces longueurs  $a, b$ .

USAGE II. La formule *C* donnant  $p. \pi :: fn. \phi v.$  fait aussi voir en general que ces mêmes pressions  $p, \pi$ , des cylindres sont de même en raison composée des directes des nombres  $n, v$ , des degrés compris dans les arcs comprimés, & des forces  $f, \phi$ , qui les compriment dans toutes leurs longueurs  $a, b$ , quelles que soient ces longueurs absolües  $a, b$ , & les rayons  $r, s$ , de ces arcs, puisque cette formule *C*, ne comprenant ni ces longueurs absolües, ni ces rayons, les laisse dans tels rapports qu'on voudra.

USAGE III. Si  $\left\{ \begin{array}{l} a = b \\ r = s \\ f = \phi \end{array} \right\}$  la formule *A* donnera

$$\left\{ \begin{array}{l} p. \pi :: fs. \phi r. \\ p. \pi :: af. b \phi. \\ p. \pi :: as. br. \end{array} \right\} \text{ C'est-à-dire que}$$

1°. Si les longueurs absolües  $a, b$ , des arcs circulaires comprimés, sont égales entr'elles; leurs pressions totales  $p, \pi$ , seront entr'elles en raison composée de la directe des forces comprimantes  $f, \phi$ , & de la réciproque des rayons  $r, s$ , de ces arcs.

2°. Si ces rayons  $r, s$ , des arcs comprimés  $a, b$ , sont égaux entr'eux; les pressions totales  $p, \pi$ , de ces arcs seront entr'elles en raison composée des directes des longueurs absolües  $a, b$ , de ces mêmes arcs, & des puissances  $f, \phi$ , qui

les compriment dans toutes ces longueurs.

3°. Si les puissances ou forces comprimantes  $f, \Phi$ , sont égales entr'elles ; les pressions totales  $p, \pi$ , qui en resulteront aux arcs circulaires  $a, b$ , qu'elles compriment, seront entr'elles en raison composée de la directe des longueurs absolues  $a, b$ , de ces arcs, & de la réciproque de leurs rayons  $r, s$  : desorte que si ces arcs  $a, b$ , étoient en raison de leurs rayons, & conséquemment semblables entre eux ; les pressions totales  $p, \pi$ , qui leur resulteroient alors des puissances comprimantes  $f, \Phi$ , qu'on suppose ici égales, seroient aussi pour lors égales entr'elles.

USAGE IV. Si  $\left\{ \begin{matrix} n = v \\ f = \Phi \end{matrix} \right\}$  la formule C donnera

$\left\{ \begin{matrix} p. \pi :: f. \Phi. \\ p. \pi :: n. v. \end{matrix} \right\}$  C'est-à-dire que

1°. Si les nombres  $n, v$ , des degrés des arcs  $a, b$ , sont égaux, c'est-à-dire (*lem. 2. cor. 1.*) si les longueurs absolues  $a, b$ , de ces arcs sont en raison de leurs rayons  $r, s$ , & conséquemment ces arcs semblables entr'eux ; leurs pressions totales  $p, \pi$ , seront alors entr'elles en raison des puissances  $f, \Phi$ , qui les compriment dans toutes leurs longueurs  $a, b$ .

2°. Si les puissances  $f, \Phi$ , qui compriment ces arcs dans toutes leurs longueurs  $a, b$ , sont égales entr'elles ; les pressions totales  $p, \pi$ , qui en resulteront à ces mêmes arcs, seront alors entr'elles en raison des nombres  $n, v$ , de leurs degrés, quels que soient les rayons  $r, s$ , de ces arcs, & leurs longueurs absolues  $a, b$ .

USAGE V. Si  $\left\{ \begin{matrix} a. b :: r. s. \\ a. b :: \Phi. f. \\ f. \Phi :: r. s. \end{matrix} \right\}$  ou si  $\left\{ \begin{matrix} as = br \\ af = b\Phi \\ fs = \Phi r \end{matrix} \right\}$  la

formule A donnera  $\left\{ \begin{matrix} p. \pi :: f. \Phi. \\ p. \pi :: s. r. \\ p. \pi :: a. b. \end{matrix} \right\}$  C'est-à-dire que

1°. Si les arcs circulaires comprimés  $a, b$ , sont semblables entre eux ; leurs pressions totales  $p, \pi$ , seront alors entr'elles en raison des puissances  $f, \Phi$ , qui les compriment,

ment, ainsi que la formule  $C$  l'a déjà fait voir dans le nomb. 1. de l'usage 4. desorte que si ces puissances  $f, \phi$ , sont égales entr'elles, les pressions totales qui en resultent aux arcs semblables  $a, b$ , seront aussi pour lors égales entr'elles; & conséquemment chaque partie quelconque du moindre de ces deux arcs également comprimés dans toutes leurs longueurs  $a, b$ , aura ici plus de pression à soutenir qu'une partie absolument égale du plus grand de ces deux arcs semblables.

2°. Si les longueurs absolües  $a, b$ , des arcs comprimés dans toutes ces longueurs par les puissances  $f, \phi$ , sont en raison réciproque de ces puissances; les pressions totales  $p, \pi$ , de ces arcs, seront alors en raison réciproque des rayons  $r, s$ , de ces mêmes arcs  $a, b$ ; & conséquemment la pression totale de celui de ces deux arcs qui aura le moindre rayon, sera la plus grande.

3°. Si les puissances  $f, \phi$ , qui compriment les arcs circulaires quelconques  $a, b$ , sont entr'elles en raison des rayons  $r, s$ , de ces arcs; les pressions totales  $p, \pi$ , de ces mêmes arcs, seront entr'elles en raison de leurs longueurs absolües  $a, b$ . Par conséquent la pression totale du plus long de ces deux arcs comprimés dans toutes leurs longueurs absolües  $a, b$ , sera pour lors la plus grande.

USAGE VI. Si  $f. \phi :: n. v = \frac{\phi^n}{f}$ . La substitution de cette valeur de  $v$  en sa place dans la formule  $C$ , la changera en  $\pi f n = \frac{p \phi \phi^n}{f}$ , c'est-à-dire en  $\pi f f = p \phi \phi$ , & lui fera ainsi donner pour ce cas-ci  $p. \pi :: f f. \phi \phi$ . D'où l'on voit que lorsque les puissances  $f, \phi$ , sont entr'elles en raison des nombres  $n, v$ , des degrés des arcs qu'elles compriment dans toutes leurs longueurs  $a, b$ ; les pressions totales  $p, \pi$ , de ces arcs, sont toujours entr'elles en raison des quarrés de ces forces comprimantes  $f, \phi$ , ou des quarrés de nombres  $n, v$ , des degrés de ces mêmes arcs  $a, b$ .

USAGE VII. Si  $p = \pi$ , c'est-à-dire si les pressions totales  $p, \pi$ , des arcs circulaires  $a, b$ , sont égales entr'elles;

Mem. 1717.

. C c

la formule *A* se changeant ici en  $afs = b\phi r$ , y don-

nera  $\left\{ \begin{array}{l} a. b :: \phi r. f s. \\ r. s :: af. b \phi. \\ f. \phi :: br. as. \end{array} \right\}$  Donc alors, si de plus  $\left\{ \begin{array}{l} a = b \\ r = s \\ f = \phi \end{array} \right\}$

l'on aura  $\left\{ \begin{array}{l} f. \phi :: r. s. \\ f. \phi :: b. a. \\ a. b :: r. s. \end{array} \right\}$  C'est-à-dire que

1°. Si des arcs circulaires de longueurs absolûes égales *a*, *b*, soutiennent des pressions égales *p*,  $\pi$ , dans toutes leurs longueurs; les puissances *f*,  $\phi$ , qui les comprimeront, seront alors entr'elles en raison des rayons *r*, *s*, de ces arcs.

2°. Si des arcs *a*, *b*, de rayons égaux *r*, *s*, soutiennent de même dans toutes leurs longueurs des pressions totales égales *p*,  $\pi$ ; les puissances *f*,  $\phi$ , qui les comprimeront, seront alors entr'elles en raison réciproque des longueurs absolûes *a*, *b*, de ces arcs.

3°. Si des arcs circulaires *a*, *b*, comprimés par des puissances égales *f*,  $\phi$ , soutiennent pareillement des pressions égales *p*,  $\pi$ , dans toutes leurs longueurs; ces longueurs absolûes *a*, *b*, seront alors en raison de leurs rayons *r*, *s* de ces arcs; & conséquemment ces mêmes arcs seront alors semblables entr'eux.

USAGE VIII. Dans la même hypothese de  $p = \pi$ , sans se mettre en peine d'aucune autre, la formule *C* donnera  $f. \phi :: v. n.$  c'est-à-dire que lorsque les pressions totales *p*,  $\pi$ , des arcs circulaires quelconques *a*, *b*, sont égales entr'elles; les puissances *f*,  $\phi$ , qui les compriment dans toutes leurs longueurs *a*, *b*, sont toujours entr'elles en raison reciproque des nombres *n*, *v*, des degrés de ces mêmes arcs, qu'elles qu'en soient les longueurs absolûes *a*, *b*, & les rayons *r*, *s*.

*Les précédentes formules A, C, pourroient encore fournir plusieurs autres usages ou corollaires selon plusieurs autres hypothèses qu'on y pourroit encore faire touchant les rapports des grandeurs qu'elles contiennent; mais en voilà*

*assés pour faire sentir la fécondité de ces deux formules générales. Il suffit ici de remarquer que tout ce qui précède, est reciproque à ce qui le donne : c'est-à-dire que si l'on met en hypotheses ce que les précédentes viennent de donner, elles en deviendront réciproquement les conséquences.*

## REMARQUE.

Les nombres  $n, v$ , des degrés des arcs comprimés  $a, b$ , n'étant point dans la formule  $A$ ; & la formule  $C$  ne contenant ni les longueurs absolues  $a, b$ , de ces arcs, ni leurs rayons  $r, s$ : voici une troisième formule generale qui va contenir tout cela avec tout le reste compris dans ces deux-là. Pour la trouver il n'y a qu'à considerer que la formule  $A$  donne  $a. b :: p \phi r. \pi f s$ . Et que le corol. 1. du Lem. 2. donne aussi  $a. b :: n r. v s$ . Puisqu'en multipliant par ordre deux à deux, les termes correspondants de ces deux analogies, elles donneront ensemble  $a a. b b :: p \phi n r r. \pi f v s s$ . d'où resulte  $p \phi n b b r r = \pi f v a a s s$  ( $D$ ) pour cette troisième formule generale des pressions  $p, \pi$ , des cylindres droits de rayons quelconques  $r, s$ : dans laquelle formule se trouve tout ce qu'on voit dans les deux autres  $A, C$ .

Il est vrai que dans le détail cette troisième formule  $D$  ne donne que ce que donneroit chacune des deux autres  $A, C$ , pour les mêmes hypotheses, en y substituant successivement au lieu de  $n, v$ , pour  $A$ , & de  $a, b, r, s$ , pour  $C$ , les valeurs que le corol. 1. du Lem. 2. donne de ces grandeurs. Mais peut-être comptera-t-on pour quelque chose que cette troisième formule  $D$  suffise seule à ce que font ensemble les deux  $A, C$ , dont pourtant chacune par de pareilles substitutions rendroit aussi ce qui resulte de l'autre.

*Voilà jusqu'ici pour les pressions des cylindres droits serrés dans des cordes roulées autour d'eux, & tirées par des puissances quelconques : voici presentement pour de pareilles pressions de Cones droits & de Spheroïdes quelconques.*

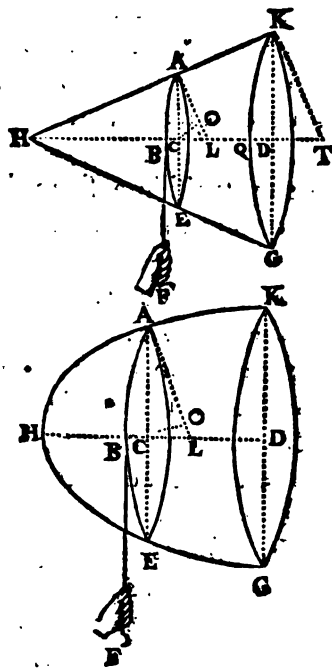
## Des Pressions des Cones &amp; des Sphéroïdes.

## PROBLEME.

12 Juin  
1717.

Soit une corde  $EABF$  attachée par un bout  $E$  à la surface convexe d'un cone droit ou d'un sphéroïde quelconque  $GHK$ , autour duquel fixe cette corde soit roulée & tirée par une force ou puissance quelconque  $F$  qui le comprime en un arc quelconque  $EAB$  d'une section  $EABE$  perpendiculaire à son axe  $HD$ ; laquelle section soit un des petits cercles du sphéroïde comme du cone. On demande la Pression ou la force dont ce cone ou ce sphéroïde sera ainsi comprimé en tout cet arc  $EAB$  par cette puissance  $F$  dirigée parallèlement à la base de ce corps.

## SOLUTION.



I. Imaginons un cylindre droit qui d'axe sur  $HD$ , & de diamètre  $AE$  perpendiculaire à cet axe, auroit la circonférence circulaire  $EABE$  pour section commune de la surface & de celle du cone ou du sphéroïde  $GHK$  percé par ce cylindre suivant leur axe commun  $HD$  en cette section circulaire dont  $C$  est le centre.

II. Cela posé, si l'on appelle  $p$ , la force de la pression totale perpendiculaire que ce cylindre auroit à soutenir en l'arc  $EAB$  sur lequel la corde  $EABF$  tirée par la puissance  $F$ , lui est appliquée, c'est-à-dire, la pression totale de cet arc  $EAB$  vers son centre



$C$ ; le corol. 1. du Lem. 1. donnera ici  $p \cdot F :: EAB \cdot AC$ .

Et conséquemment  $p = F \times \frac{EAB}{AC}$  pour la pression totale de cet arc quelconque  $EAB$  de petit cercle vers son centre  $C$ : pression perpendiculaire à la surface du cylindre, & oblique à la surface tant du Sphéroïde que du Cone.

III. Or si de tous les points  $A$  de cet arc circulaire quelconque  $EAB$  pressé vers son centre  $C$  par la corde  $EABF$  que tire la puissance  $F$ , l'on conçoit autant de perpendiculaires  $AL$  à la surface tant du Cone que du Sphéroïde  $GHK$ , lesquelles rencontrent en  $L$  son axe  $HD$ , & que du centre  $C$  de cet arc circulaire  $EAB$  l'on conçoive autant de perpendiculaires  $CO$  sur les correspondantes  $AL$ , chacune sur chacune : on verra que la pression oblique (art. 2.) de la surface du Cone ou du Sphéroïde  $GHK$  en chaque point  $A$  de cet arc  $EAB$ , suivant chacun de ses rayons  $AC$ , est à ce qu'il en résulte de perpendiculaire à cette surface suivant chaque correspondante  $AL :: AC \cdot AO :: AL \cdot AC$ . Ainsi la raison de chaque  $AL$  à sa correspondante  $AC$  étant par-tout ici la même dans un même cercle  $EABE$ ; la somme  $p$  (art. 2.) des pressions suivant toutes les  $AC$  de l'arc  $EAB$  en tous ses points  $A$  vers son centre  $C$ , fera ici à somme des pressions perpendiculaires à la surface du Cone ou du Sphéroïde  $GHK$  suivant toutes les  $AL$  en tous ces points  $A$ , comme chaque  $AL$  est à sa correspondante  $AC$ . Donc en appelant  $m$ , cette pression perpendiculaire totale de ce Cone ou de ce Sphéroïde  $GHK$  suivant toutes les  $AL$  perpendiculaires à sa surface en tout l'arc  $EAB$  que la corde presse; l'on aura ici  $p \cdot m :: AL \cdot AC$ . Et conséquemment  $p = m \times \frac{AL}{AC}$ .

IV. Donc l'art. 2. venant de donner aussi  $p = F \times \frac{EAB}{AC}$ , l'on aura ici  $m \times \frac{AL}{AC} = F \times \frac{EAB}{AC}$ ; ce qui donne  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ . D'où l'on voit que la pression totale perpendiculaire  $m$ , tant du cone que du sphéroïde  $GHK$  en l'arc  $EAB$  en qui on le suppose comprimé par la puissance  $F$ ,

206 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
est à cette puissance comprimante  $F$ , comme cet arc  
 $EAB$  est à  $AL$  perpendiculaire à la surface de ce corps.  
*Ce qu'il falloit trouver.*

#### COROLLAIRE I.

L'arc  $EAB$  indéterminément pris ici pour une partie  
quelconque de la circonférence du cercle  $EABE$ , pou-  
vant ainsi être pris pour cette circonférence entière ; la  
formule  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$  du précédent art. 4. de la solut.  
fait voir que si le cone ou le sphéroïde quelconque  $GHK$   
étoit comprimé en cette circonférence entière  $EABE$  par  
une révolution entière de la corde, & que l'on appellât  $\mu$   
tout ce que la puissance  $F$  qui tire cette corde y causeroit de  
pression perpendiculaire sur lui ; cette pression y seroit alors  
 $\mu = F \times \frac{EABE}{AL}$ .

#### COROLLAIRE II.

FIG. I. On voit de-là pour le cone droit en particulier, que la  
fraction  $\frac{EABE}{AL}$  y étant constante, en quelque nombre de  
cercles entiers inégaux  $EABE$  qu'il soit successivement  
comprimé dans autant de tours entiers de la corde tirée  
par une même puissance quelconque  $F$  ; les pressions per-  
pendiculaires  $\mu$  qui lui en resulteront en chacun de ces  
cercles entiers, l'une après l'autre, seront toutes égales en-  
tr'elles, quelques inégaux que ces cercles soient entr'eux.

#### COROLLAIRE III.

Donc si cette puissance quelconque  $F$  comprime ce  
cone en plusieurs cercles entiers à la fois par autant de ré-  
volutions entières de la corde, assés serrées pour pouvoir  
passer toutes pour circulaires, & qu'on prenne  $n$  pour le  
nombre de ces cercles ou de ces révolutions complètes ;  
l'on aura (cor. 1.)  $n\mu = F \times \frac{n \times EABE}{AL}$  pour tout ce qu'il en  
resultera de pression perpendiculaire à la surface de ce cone

en tous ces cercles entiers inégaux & contigus. Ainsi ce qu'il en soutient de plus en l'arc  $EAB$  d'un nouveau cercle contigu commencé en  $E$ , & au point  $B$  duquel les révolutions de la corde finissent, étant (*solut. art. 4.*)  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ ; l'on aura ici  $n\mu + m = F \times \frac{n \times EABE + EAB}{AL}$  pour toute la pression perpendiculaire que toutes les révolutions contiguës de la corde tirée par la puissance  $F$  parallèlement à la base du cône, causeront à la surface de ce cône  $GHK$ .

## COROLLAIRE IV.

Soient présentement en la base  $GKQG$  de ce cône la droite  $KT$  perpendiculaire à la surface convexe, comme  $AL$  l'est (*hyp.*) à cette même surface; & de plus l'arc  $GKQ$  semblable à l'arc  $EAB$ . Cette construction (en prenant par tout ici  $GKQG$  pour la circonférence entière de la base du cône, comme l'on y prend  $EABE$  pour chacune des circonférences entières des cercles comprimés par autant de révolutions complètes & contiguës de la corde que tire la puissance  $F$ ) donnera par-tout  $\frac{EABE}{AL} = \frac{GKQG}{KT}$  avec  $\frac{EAB}{AL} = \frac{GKQ}{KT}$ ; & conséquemment  $F \times \frac{n \times EABE + EAB}{AL} = F \times \frac{n \times GKQG + GKQ}{KT}$ . Donc en prenant ici  $P = n\mu + m$ , l'on aura aussi (*cor. 3.*)  $P = F \times \frac{n \times GKQG + GKQ}{KT}$  pour toute la pression perpendiculaire que toutes les révolutions circulaires contiguës de la corde tirée par la puissance  $F$  parallèlement à la base du cône, causeront ici à la surface de ce cône  $GHK$ .

## COROLLAIRE V.

La formule  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$  de l'art. 4. de la solut. fait encore voir pour ce cône droit, que les pressions ( $m$ ) qu'il auroit à soutenir en des arcs semblables  $EAB$  de cercles  $EABE$  comprimés séparément ou à la fois par une même puissance quelconque  $F$ , y seroient toutes éga-

208 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 les entr'elles ; puisque la ressemblance de ces arcs  $EAB$  y  
 rendroit la fraction  $\frac{EAB}{AL}$  aussi constante que l'est (*hyp.*)  
 cette puissance  $F$ . Ce qui prouve encore, & étend même  
 le corol. 2. les circonférences circulaires entières étant  
 toutes semblables entr'elles.

#### COROLLAIRE VI.

FIG. II. Quant au spheröide quelconque de la Fig. 2. le même  
 art. 4. de la solut. donnant aussi  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$  pour la  
 pression totale perpendiculaire de ce corps faite en son arc  
 circulaire  $EAB$  par une puissance quelconque  $F$  ; l'on  
 voit que si ce spheröide est spherique, ayant alors  $AL$   
 pour le rayon de cette sphere, & conséquemment  $\frac{F}{AL}$   
 pour une fraction constante ; les pressions perpendiculaires  
 ( $m$ ) causées à cette sphere en des arcs circulaires  $EAB$  si  
 grands ou si petits qu'on voudra, seront par-tout comme les  
 longueurs absolües de ces differents arcs, c'est-à-dire, comme  
 les longueurs de ce qu'il y aura de corde employée autour  
 d'eux en tant & en aussi peu de révolutions qu'on voudra,  
 assés serrées pour pouvoir passer toutes pour circulaires.

#### COROLLAIRE VII.

Dans cette indétermination de l'arc circulaire  $EAB$  à  
 être plus grand, égal, ou plus petit que tant ou aussi peu de  
 circonférences entières de cercles contigus de la sphere, c'est  
 à dire, à être égal à tant ou à aussi peu qu'on voudra de révo-  
 lutions complètes ou incomplètes paralleles & contiguës  
 de la corde autour de lui ou de cette sphere ; la précédente  
 formule  $m = F \times \frac{EAB}{AL}$  de l'art. 4. de la solut. donnant ici  
 $m. F :: EAB. AL.$  pour des pressions totales perpendicu-  
 laires  $m$  de cette sphere quelconque en des arcs circulai-  
 res aussi quelconques  $EAB$ , fait voir que la pression totale  
 de cette sphere en un arc quelconque  $EAB$  ; est toujours  
 à la puissance ou à la force constante  $F$  qui la comprime  
 de

de la maniere ici supposée, comme la longueur absolue  $EAB$  de cet arc, ou de ce qu'il y a de corde autour de lui, est au rayon  $AL$  de cette même sphere.

## COROLLAIRE VIII.

I. Cela étant, pour comparer entr'elles les pressions totales perpendiculaires que des forces ou des puissances différentes doivent causer à des spheres différentes en les serrant dans des cordes roulées autour d'elles,

Soient  $\left\{ \begin{array}{l} r, s, \text{ les Rayons des deux Spheres différentes;} \\ a, b, \text{ les longueurs absolues de leurs arcs comprimés, ou de ce qu'il y a de corde roulée sur chacun d'eux;} \\ m, \mu, \text{ les pressions totales perpendiculaires de ces spheres en ces arcs circulaires quelconques;} \\ f, \phi, \text{ les forces ou puissances qui les compriment par le moyen des cordes roulées autour d'eux.} \end{array} \right.$

Suivant ces noms le précédent corol. 7. donnera ici  $\left\{ \begin{array}{l} m.f :: a.r. \\ \phi.\mu :: s.b. \end{array} \right\}$  Donc (en multipliant par ordre)  $m\phi :: \mu f :: as.br.$  pour toutes sortes de spheres comprimées comme jusqu'ici. D'où resulte

*Formule Generale des Pressions des Spheres.*

$$m\phi br = \mu f as (Q).$$

II. Cette formule  $Q$  donnant  $m.\mu :: f.as.\phi.br.$  fait voir en general que les pressions totales perpendiculaires  $m, \mu$ , des spheres de rayons quelconques  $r, s$ , sont toujours entr'elles en raison composée de la réciproque de ces rayons  $r, s$ , & des directes tant des forces ou puissances comprimantes  $f, \phi$ , que des longueurs  $a, b$ , de ce que leurs cordes ont de roulé autour de ces spheres, en cercles contigus, ou des longueurs absolues des arcs circulaires en qui ces spheres sont comprimées par ces cordes.

*Mem. 1717.*

. D d

## REMARQUE.

I. On voit que la précédente formule  $m\phi br = \mu fas$  ( $Q$ ) des pressions perpendiculaires  $m, \mu$ , des spheres, ne differe de la premiere  $p\phi br = \pi fas$  ( $A$ ) des pressions perpendiculaires  $p, \pi$ , des cylindres droits, qu'en ce que dans cette formule  $A$  les rayons  $r, s$ , le sont non seulement des cylindres, mais aussi de leurs arcs comprimés  $a, b$ , tous de cercles égaux en chacun de ces cylindres; au lieu que les rayons  $r, s$ , compris dans l'autre formule  $Q$ , ne le sont que des spheres comprimées en des arcs de cercle inégaux de chacune de ces spheres, & d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de son centre.

II. Quant aux noms  $m, \mu$ , qu'on donne ici aux pressions des spheres dans la formule  $Q$ , on ne les a pris différents de ceux  $p, \pi$ , qu'on a donnés aux pressions des cylindres dans la formule  $A$ , que pour empêcher que la ressemblance totale des lettres de ces deux formules ne les fit prendre pour la même: outre que les noms  $p, \pi$ , dans la formule  $A$ , y expriment des pressions vers les centres des arcs  $a, b$ , comprimés; & que les noms  $m, \mu$ , dans la formule  $Q$ ; n'y expriment que des pressions dérivées de celles-là vers le centre de chacune des spheres comprimées en ces arcs  $a, b$ , comme ils n'expriment par-tout ici dans les Cones & les Spheroïdes que des pressions ainsi dérivées perpendiculairement à leurs surfaces; lesquelles pressions sont toutes vers le centre de la sphere; lorsque le spheroïde en est une.

*Le détail de cette formule  $Q$  des pressions des spheres se fera comme l'on a fait celui des formules  $A, C$ , des pressions des cylindres dans le §. 1. Ainsi l'on ne s'arrêtera pas ici davantage.*

**DESCRIPTION**  
**D'UNE VALVULE SINGULIERE**  
**DE LA VEINE-CAVE INFERIEURE.**

*à l'occasion de laquelle on propose un sentiment nouveau  
 sur la fameuse question du TROU OVALE qui sem-  
 ble également appuyé par les preuves favorables aux  
 deux opinions contraires.*

Par M. WINSLOW.

**I**L y a plus d'un siècle & demi qu'Eustachius, célèbre 7 Avril  
 Anatomiste Romain, a donné la description & la figure 1717.  
 d'une Valvule très singulière, située à l'embouchure du  
 tronc de la Veine-cave inférieure. Il ne l'appelle pas Val-  
 vule, mais seulement une Membrane d'un artifice mer-  
 veilleux, laquelle couvre l'orifice de cette Veine. Cette  
 Valvule étoit devenuë par la suite aussi inconnuë que les  
 opuscules de l'Auteur étoient devenus rares, jusqu'à ce  
 que M. Boerhaave, sçavant Professeur de Leyde, les ait  
 remis au jour par une nouvelle édition : cependant Cas-  
 par Bauhin en avoit fait mention dans son Theatre Ana-  
 tomique, & il en avoit donné la figure dans son Appen-  
 dice avec toutes les Tables des opuscules du même Au-  
 teur. L'illustre M. Lancisi, premier Medecin de Sa  
 Sainteté, à qui le Public a l'obligation d'avoir recouvré  
 les autres Tables d'Eustachius, si estimées, & qu'on avoit  
 cru perduës, a parlé en particulier de cette Valvule dans  
 son explication de la 16<sup>e</sup>. Table, où après avoir renvoyé  
 à la 8<sup>e</sup>. qui représente aussi la même figure avec l'explica-  
 tion de l'Auteur, il ajoute que cette Valvule empêche  
 que le sang qui descend des Veines jugulaires par la cave

D d ij

superieure, ne heurte avec trop d'impetuosit  contre le sang qui monte par la Veine-cave inferieure. Eustachius lui-même n'a rien dit de sa fonction: il a seulement marqué qu'il en donnoit la description, afin que quelqu'un en cherchât l'usage.

Il y a long-temps que j'ai cherché cette Valvule dans l'homme & dans les animaux; non pas que je s usse qu'Eustachius en avoit parlé, mais uniquement parce que j'avois là que Riolan dans son discours des Valvules dit qu'il n'a jamais p  observer dans la Veine-cave les Valvules dont Sylvius & Charles Etienne, tous deux Medecins de Paris, ont fait mention. J'en trouvois bien dans le Mouton, mais seulement aux ouvertures des grosses branches hepaticques, de la même manière qu'on en trouve ordinairement aux embouchures des petites veines dans les gros rameaux. Ces Valvules ou Membranes sont apparemment celles dont parle Charles Etienne, qui en désigne plusieurs, mais Sylvius paroît en avoir e  en v ue une autre particuliere: il faut remarquer en passant qu'il étoit avant Eustachius.

Je ne me laissois point de la chercher dans l'homme, profitant de toutes les occasions que je pouvois avoir, d'autant plus que je ne voyois aucune Valvule dans tout le tronc de la Veine-cave inferieure, & que je n'étois nullement content du raisonnement ordinaire sur le conflant des deux Veines-caves. Dans cette recherche il m'a paru tantôt que le tronc de la Veine-cave, à l'endroit où elle est comme nichée dans le Foye, étoit plus étroit qu'au dessus & au dessous, tantôt qu'il y avoit un replis circulaire dans sa capacité presque semblable au Pylore, environ à l'endroit où le tronc traverse le Diaphragme. Ce retrecissement & ce replis me donnoient beaucoup de courage, mais aussi me trouvois-je presque découragé, quand très souvent je n'en voyois plus. A la fin je remarquai le 11 Octobre 1714 dans un Enfant d'environ un an quelques inégalités fibreuses & membraneuses sur la



surface interne du tronc de la Veine-cave, un peu au dessous de la partie inferieure de l'Oreillete droite, mais plus lateralement. Je fis reflexion en même temps sur ce que ces inégalités étoient placées comme vis-à-vis le cul de sac de cette Oreillete, & à l'endroit où le tronc de la cave est exterieurement garni de beaucoup de fibres charnuës. Mais toutes ces belles apparences ne se rencontroient pas toutes les fois que je cherchois ; je veux dire ni le retrecissement, ni le replis circulaire, ni ces franges ou ces inégalités fibreuses. A l'égard des deux-premiers, peut-être que les differentes manieres dont je m'y suis pris en dissequant, les ont fait paroître ou disparoître : car tantôt je détournois le Foye ou en haut ou vers le côté pour découvrir la Veine-cave, ce qui ne se peut faire sans la tirailier ; tantôt ayant peur de déranger la moindre chose, je fendois le Foye par devant, j'y faisois differentes coupes, & j'emportoïs de sa substance le plus doucement que je pouvois, pour parvenir au tronc de la cave sans rien déplacer de la situation naturelle. Mais je ne peux pas me souvenir laquelle de ces manieres m'a donné lieu de voir le retrecissement & le plis circulaire ; car j'ai oublié de mettre cette circonstance parmi mes remarques. Et comme on est très souvent obligé de menager un sujet pour l'examen de plusieurs parties, ces sortes de recherches restent en arriere, au grand préjudice de l'avancement de l'Anatomie. Ainsi n'ayant pas la commodité de renouveler mes experiences là-dessus, je me suis cependant opiniâtement attaché à ce que j'avois observé de fibreux ou frangé, & bien des fois encore sans succès, jusqu'à ce que je me fusse avisé de prendre un chemin opposé à celui que j'avois suivi auparavant ; ç'a été de fendre la Veine-cave par sa partie posterieure. Je rapporte tous ces événements & toutes ces circonstances exprés pour confirmer ce que j'avançai l'année passée touchant les recherches anatomiques & les attentions particulieres qu'il faut avoir pour y réussir, & pour surmonter les difficultés qui s'y rencontrent

Ainsi je parvins à trouver ce que j'avois cherché tant de fois ; je veux dire, une Valvule très considérable, d'une grande beauté, en partie membraneuse, & en partie en forme de rezeau. Je la portai à l'Academie, & comme les Tables d'Eustachius publiées par M. Lancisi m'étoient venues en main, je l'appellai du nom de cet Auteur, ajoutant le mot *reticulaire*, à cause de sa forme, sans en oser déterminer l'usage, soupçonnant que celui de M. Lancisi ne renfermoit pas seul tout le mystere. La Compagnie la regarda avec plaisir, comme une chose qui n'y avoit pas encore été démontrée depuis son établissement, & on souhaita que j'en donnasse un Memoire. Ensuite ayant trouvé les anciens opuscules d'Eustachius & vû dans son Traité de la Veine *azygos* une description de cette Valvule plus étendue que celle qui se trouve avec la figure dans son Traité des Reins, je ne songeai plus à en donner un Memoire, quoi-que son usage me tint en inquietude. Au reste je fus content non seulement de l'avoir trouvée & démontrée, mais aussi d'avoir découvert la cause de tous les mauvais succès que j'avois eûs avant d'y parvenir ; savoir, qu'ayant toujours fendu la Veine-cave par sa partie anterieure j'avois détruit cette Valvule en la coupant en deux, desorte que ses moitiés ou ses lambeaux s'étoient retirés & dérangés de côté & d'autre, d'une maniere à ne pas donner lieu d'y faire attention. Et c'est peut-être cette inadvertance qui a fait douter premierement de son existence, & qui l'a fait tomber ensuite dans un entier oubli. Ceci m'obligea de me remettre de nouveau à rechercher pour découvrir la raison de cette varieté, & par le même moyen quelque usage particulier de la Valvule.

Des observations répétées m'ont appris que nôtre Valvule est disposée à peu-près comme celles des veines, en maniere de croissant, dont la concavité est en haut, & la convexité en bas. Une de ses cornes se termine entre l'orifice de la veine Coronaire & l'extremité anterieure de l'arcade charnuë de la cloison des Oreillettes, laquelle ar-

cade forme en partie l'ouverture appelée *trou ovale* dans le Foetus ; l'autre corne aboutit entre l'extrémité postérieure de cette arcade & le bord voisin de l'Oreille droite. Le reste de la Valvule est presque demi-circulaire & attaché intérieurement à la paroi antérieure de la Veine-cave inférieure. Elle n'est pas toute membraneuse quand elle est dans son entier, car depuis environ les deux tiers de sa largeur jusqu'au bord qui flotte, elle devient comme fibreuse, & forme un beau rezeau, ce qui m'avoit donné occasion de l'appeller *reticulaire*. Elle est fort étendue, desorte qu'étant voutée, elle s'applique sur la cloison des Oreillettes près la base du Cœur, & ainsi couvre l'orifice de la Veine-cave inférieure.

Cette description s'accorde en plusieurs choses, quoique non pas en toutes, avec celle d'Eustachius, qui ajoute à la fin de la sienne que cette Valvule, qu'il appelle seulement Membrane, n'a pas quelquefois ce tissu de fibres, & ressemble pour lors à un croissant comme celle qu'il avoit trouvée à l'embouchure de la veine Coronaire, & qu'elle est quelquefois si retrecie, qu'à moins que d'y faire attention, on passera là-dessus comme s'il n'y avoit rien. C'est ce que nous allons examiner dans un moment.

La figure qu'il en a donnée ne répond pas assés ni à sa beauté, ni à sa vraie conformation ; & il est très difficile d'en donner une figure exacte, à moins que d'en faire la démonstration ou la représentation dans un vaisseau avec de l'eau claire, dans laquelle elle puisse flotter & s'étendre comme je l'ai démontrée à la Compagnie. Certainement c'est le moyen le plus sûr pour avoir une exacte connoissance des parties qui flottent naturellement : car sans cela, elles sont toujours plissées en différentes manieres, étant fraîches ; & étant sèches elles diminuent toujours d'étendue, & perdent leur conformation naturelle.

Mais depuis que j'ai découvert la maniere de trouver cette Valvule, il m'est arrivé plusieurs fois, comme à Eustachius, de la chercher avec toutes les précautions que je

sçavois être nécessaires, sans en rencontrer aucun vestige, ou d'en rencontrer seulement quelques portions plus ou moins grandes. Ce fut encore un nouvel embarras, & qui m'engagea à une nouvelle recherche, dont les observations suivantes furent le fruit. Je remarquai que je ne l'avois pas trouvée d'abord dans les adultes, quoi-que j'en eusse vû quelques traces, mais que je l'avois souvent observée dans les jeunes sujets avec quelque difference de plus ou de moins; que toutes les fois que je ne l'ai pas trouvée dans son entier, c'étoit la partie reticulaire qui manquoit le plus, desorte qu'il n'y avoit souvent qu'un croissant membraneux fort étroit avec quelque peu de filets, & enfin que je trouvois cette Valvule dans son entier dans les plus petits Enfants, & fort diminuée dans ceux qui étoient plus avancés. De plus sa diminution me paroissoit proportionnée à celle du trou ovale, & s'effacer à mesure que ce trou se ferme; & quand je l'ai trouvée dans les adultes, j'y ai aussi trouvé la cloison des Oreillettes percée. Voilà bien des circonstances particulieres que ni Eustachius ni personne, que je sçache, n'ont remarquées: c'en étoit assés, ce me semble, pour me porter à penser que cette variété n'est pas un jeu indifferent de la nature, ou une singularité personnelle, mais qu'elle pourroit dépendre de l'âge. Enfin il n'étoit pas possible de n'être point frappé de la grande conformité qui est entr'elle & le trou ovale dans leur accroissement & leur diminution; & il étoit bien naturel de soupçonner que cette Valvule pouvoit avoir du rapport à la circulation particuliere du sang dans le Foetus, & par conséquent que c'étoit ici principalement qu'il falloit chercher ou placer son usage. Ce soupçon paroît même favorisé par la disposition, puisque lorsqu'elle est voutée contre le bas de la cloison des Oreillettes, elle forme une cavité, ou une espece de cul de sac dont l'ouverture regarde celle qu'on nomme communement *Trou ovale*; & qu'étant ainsi appliquée, elle peut non seulement empêcher le sang de la Veine-cave supérieure de trop heurter contre celui

celui de l'inférieure, comme M. Lancisi l'a fort bien remarqué, mais qu'elle peut encore empêcher le même sang aussi-bien que celui de la veine Coronaire, & celui qui pourroit s'échapper par le Trou ovale dont je parlerai après, d'entrer dans la Veine-cave inférieure; & enfin, ce qui merite le plus d'attention, celui de cette dernière veine d'y retomber, quand il a passé la Valvule.

Pour rendre raison de ma pensée sur l'usage de cette Valvule par rapport au Fœtus, il faudroit auparavant rapporter les observations & les remarques que cette Valvule m'a donné occasion de faire sur les autres organes particuliers au Fœtus, principalement sur celui qui regarde la circulation du sang; mais comme elles peuvent seules faire un Memoire assés étendu, je me contenterai de parler de l'ouverture qui est entre les deux Oreillettes du Cœur, appelée communement Trou ovale & de sa membrane nommée Valvule de ce trou.

Avant d'entrer en matiere, je proteste que je n'ai nulle envie de renouveler la fameuse contestation qui, après avoir si long-temps exercé tant de celebres Anatomistes, a paru à la fin assoupie en quelque maniere par l'entremise de la Compagnie. Mes recherches & mes observations là-dessus à l'occasion de la Valvule d'Eustachius m'ont conduit presque necessairement à un sentiment nouveau, qui m'a semblé d'autant plus heureux, qu'il est appuyé par les raisons favorables aux deux partis opposés, qu'il fait sentir l'obligation que nous avons aux travaux & à la constance de l'un & de l'autre parti, & enfin que ce nouveau sentiment fait voir en même temps la sage conduite de l'Academie, qui recueille les faits avec soin, les examine avec justesse, & n'en tire aucune consequence décisive, tandis qu'il reste la moindre difficulté. Ceci servira aussi de réponse à la censure de M. Manget sur le jugement de l'Academie, inserée dans sa dissertation contre M. Mery, qui se trouve dans son Theatre Anatomique, & à la fin du second tome de l'Anatomie de Verheyen de l'édition de Geneve.

Mais pour revenir à notre sujet, j'avoüe que l'ancien système du passage du sang par cette ouverture m'avoit paru absolument incontestable pendant plus de quinze ans, non pas tant à cause du grand nombre de ses habiles défenseurs que par rapport à mes propres expériences. C'est Galien qui en est proprement l'Auteur ; car c'est lui qui sans avoir eu égard à la circulation qu'il ne sçavoit pas, a écrit fort distinctement, qu'il y a un trou de communication dans le cœur du Fœtus, & que la nature y a fabriqué une membrane en maniere de couvercle, laquelle se renverse facilement dans le vaisseau pulmonaire, afin de céder au sang qui vient avec impetuosité de la Veine-cave, & d'empêcher aussi qu'il n'y retourne. Il a encore parlé du Canal artériel dont il n'est pas question dans ce Memoire. Tous les Anatomistes depuis lui jusqu'à la découverte de la circulation, ont suivi la même idée, parmi lesquels il paroît que c'est Cæcilius, élève de Fallope, qui en a écrit le plus distinctement depuis Vesale, qui a dit le premier que la figure de ce trou est ovale. Harvée n'y a rien ajouté ni changé, sinon qu'il l'a accommodée à celle de la circulation.

Après Harvée on est demeuré dans une grande tranquillité sur cet article, je veux dire sur le passage du sang par ce trou de droit à gauche & sur l'empêchement de son retour par la membrane qui dans la suite a été nommée Valvule du trou ovale. Louver a ajouté que c'est la plus grande partie du sang de la Veine-cave qui passe par ce trou. Stenon dans son Anatomie de la Raye avoit donné lieu d'attendre de lui quelque chose de particulier là-dessus ; mais ses Opuscules posthumes que j'espere donner au public font voir qu'il n'avoit que l'ancienne opinion. A la fin du dernier siècle, M. Mery publia un système tout contraire ; sçavoir, qu'il passe une portion du sang pulmonaire par ce trou dans l'Oreille droite, qu'il n'y a point de Valvule, & qu'il n'y passe point de sang de droit à gauche. Il s'est attiré sur les bras

presque tous les Anatomistes de l'Europe, il s'est défendu vigoureusement de la manière que l'on voit dans les Mémoires de l'Académie, mais la question est demeurée indécise, & peu d'Anatomistes se déclarent pour lui.

Il y a environ six ans que j'eus pour la première fois une conversation assez longue avec lui là-dessus. J'étois pour lors si prévenu de l'ancien système, que ni son discours ni la démonstration de ses pièces préparées ne firent aucune impression sur moi. Dans la suite ayant eu plusieurs fois occasion de l'entendre parler à d'autres sur la même matière, j'y trouvois de plus en plus quelque chose qui attiroit mon attention; néanmoins tout me paroissoit toujours fort obscur. C'est l'idée du rapport de la Valvule d'Eustachius avec le trou ovale, qui m'a engagé de m'en instruire à fonds, d'autant plus que depuis quelque temps je n'avois plus osé m'opposer au nouveau système. Mais à mesure que je travaillois, je rencontrois des difficultés par-tout, & il me paroissoit que l'un & l'autre système s'éloignoient d'un certain milieu que chacun en particulier donnoit lieu d'envisager, en ce que les défenseurs de chaque système étoient d'accord sur quelques articles, & que les uns passoient aux autres certains points, sans prendre garde qu'ils favorisoient le sentiment contraire & combattoient le leur.

On convient de part & d'autre que le Fœtus ne respire pas, & que ses Poumons sont sans cette fonction. On est d'accord, qu'au défaut de l'usage de cet organe, il faut que quelque chose y supplée pour entretenir les qualités du sang nécessaires à la circulation. Et on croit de part & d'autre l'avoir trouvé dans le sang qui revient par la veine ombilicale. C'est par rapport à cela qu'on avoue aussi qu'il faut que le chemin de la circulation dans le Fœtus soit abrégé.

A l'égard du premier de ces points, qui est de suppléer au défaut de respiration, les uns & les autres ont été assez embarrassés malgré leur aveu commun. Verheyen,

un des plus zelés défenseurs de l'ancien système, a trouvé que le nouveau système prive tout-à-fait la tête & les autres parties superieures de cet avantage, en ce qu'elles ne recevroient qu'un sang qui a déjà passé par les Poux-mons sans être renouvelé, au lieu que les parties inferieures recevroient continuellement un sang ranimé par celui de la Veine ombilicale. Et lui-même soutenant toujours l'ancien système, étoit neantmoins contraint d'abandonner la plus grande partie de cet avantage aux parties inferieures; en ce que, selon lui, le sang qui tombe dans le ventricule droit, est seulement mêlé avec celui de la Veine-cave superieure, au lieu que le sang qui entre dans le gauche, outre ce mélange est encore affoibli par le sang pulmonaire; ce qui ne s'accorde guere avec ce que cet Auteur avoit avancé un peu auparavant; sçavoir, que le sang qui monte vers les parties superieures en doit être mieux pourvu pour plusieurs raisons.

Quant à l'autre point, qui est d'abreger le chemin de la circulation dans le Foetus, il me sembloit que selon l'ancien système le Canal arteriel auroit suffi sans le trou, & que selon le nouveau, ce Canal auroit été inutile, & le Trou seul auroit pû satisfaire, comme j'expliquerai dans la suite.

Ces inconveniens, & beaucoup d'autres, qui m'embarassoient d'autant plus, que je ne trouvois ni dans l'un ni dans l'autre système le moyen d'y remedier, me firent prendre le parti de les laisser tous deux, & de chercher, comme si je n'avois jamais ouï parler de l'usage de ces organes particuliers du Foetus. Ce nouveau travail me fit entrevoir qu'il y avoit quelque chose dans chaque système dont la liaison pourroit resoudre toute la difficulté avec une grande simplicité, mais qu'il y avoit aussi dans l'un & dans l'autre un certain obstacle qui m'empêchoit d'y réussir. En effet, j'en trouvai un principal de chaque côté; sçavoir, que dans l'ancien système on s'étoit trop attaché à con-



server l'idée d'une Valvule , & que dans le nouveau on s'est aussi trop attaché à la difference des vaisseaux, des ventricules & des oreillettes.

Je remettrai à une autre fois à dire de quelle maniere j'ai surmonté le dernier obstacle. A l'égard du premier, voici comme je m'y suis pris, & comme je crois avoir trouvé le dénouement de tout le mystere. M. Mery a fort combattu cette Valvule dans le Foetus humain, soit par rapport à son étendue, soit par rapport à sa conformation, à quoi il a encore ajouté l'injection & le soufflé. En effet, je vis clairement que quoi-qu'elle paroisse plus grande dans le veau Foetus que dans le Foetus humain, principalement quand on l'examine en la faisant flotter dans l'eau, ou quand on la souleve en soufflant de droit à gauche, & quoi-qu'elle paroisse pour lors en quelque maniere avoir la forme de valvule, neantmoins elle n'est pas disposée pour faire la fonction des vraies valvules, lesquelles sont toutes situées de maniere, que pour s'opposer au retour du sang, elles s'écartent des parois auxquelles elles sont attachées, & résistent à ce retour par leur concavité. Et quoi-qu'on la puisse étendre un peu sur l'ouverture, l'y tenir par une certaine maniere de souffler, quand rien ne s'y oppose de l'autre côté, neantmoins pour peu qu'on remue la piece, on voit que cette experience ne réussit plus. Par-là on comprend bien que cela n'a point de lieu dans le vivant, où cette partie flotte en quelque maniere dans le sang, en étant environnée de côté & d'autre, & où elle est exposée à un mouvement continuel. Deforte que je fus convaincu que, quoi-que cette membrane paroisse un peu plus étendue dans le Veau Foetus que dans le Foetus humain, elle ne fait pas pour cela davantage la fonction de valvule pour empêcher le passage du sang de gauche à droit dans l'un & dans l'autre.

Voilà ce que les experiences de M. Mery avoient à la fin gagné sur moi ; sçavoir, d'abandonner mon attache-

ment à la Valvule. Mais cela n'étoit pas capable de me faire adopter son système de la circulation dans le Foetus. Car les défenseurs de l'ancien système avoient aussi par leurs expériences si vigoureusement soutenu le passage du sang de droit à gauche, qu'à la fin M. Mery a avoué lui-même que les liqueurs seringuées & l'air soufflé passent également de part & d'autre dans le Foetus, & dit que ces expériences étoient inutiles pour décider le cours du sang dans le Foetus vivant: de plus il a même assuré qu'il est impossible de faire des expériences convenables pour cela dans l'animal vivant. Ainsi le tout bien considéré, ces faits & ces expériences ne prouvent autre chose à mon égard que la liberté réciproque du passage du sang. La conséquence que chacun tire à sa façon des capacités, des puissances, des résistances, des vitesses, &c. sont enveloppées de trop de difficultés pour engager ceux qui veulent voir clair de prendre un parti préférablement à l'autre.

L'Académie Royale des Sciences a bien observé ce dernier point dans ses jugements. Elle a permis l'impression de M. Mery l'an 1699. sur le rapport que Messieurs les Examineurs avoient fait; sçavoir, que les conséquences qu'il en tire meritoient d'être proposées au public. Dans l'Histoire de 1701. dont M. Mery rapporte un Extrait dans le Memoire de 1703. elle dit positivement que les deux systèmes ne roulent que sur des conséquences, & quoi-qu'elle ajoute que celui de M. Mery se trouva victorieux dans un cas qui étoit extraordinaire, elle n'a pas pour cela donné une décision générale ni une approbation de son système; c'est ce que l'on voit assez clairement dans l'Histoire de la même année 1703. où en citant l'Histoire de 1699. elle rapporte un autre cas extraordinaire d'un Foetus, en qui elle dit en termes exprés, que la circulation se faisoit certainement contre l'opinion de M. Mery. Elle dit encore au même endroit qu'il paroîtroit assez étrange que les deux systèmes contraires pussent

lent être vrais en même temps, que cependant il n'y a peut-être pas d'impossibilité, & le reste qui merite attention & qui finit par ces termes: En cas que la nature fit prendre au sang, tantôt une route tantôt l'autre, quand même l'une des deux seroit la plus communément usitée, il n'y auroit pas lieu de s'étonner que cette question eût long-temps partagé les Anatomistes, & eût fourni aux deux partis des armes assés égales.

Je rapporte ceci pour deux raisons. Premièrement, pour faire connoître que cette Compagnie n'a pris aucun parti dans cette dispute, bien-loin d'avoir eû aucune prévention ou mauvaise complaisance, comme M. Manget l'en accuse avec une espece d'étonnement dans sa dissertation, où il répond aussi à l'observation de M. Littré de 1701. En second lieu, parce que ce trait de l'Histoire de l'Académie m'a fait naître cette nouvelle idée, après que la Valvule d'Eustachius m'eût engagé à m'instruire plus à fond sur cette matiere. Voici mon sentiment.

Je considere les deux Oreillettes du Cœur du Fœtus, comme une seule par rapport au Trou de communication, & les deux ventricules comme un par rapport au Canal arteriel. Il faut ici, avant que d'aller plus loin, rendre justice à Harvée, qu'il a eû d'abord cette pensée, mais il l'a abandonnée aussi-tôt pour s'être attaché à l'idée d'une Valvule. Je suis encore plus étonné de voir que Verheyen, dans son Traité posthume, ait avancé qu'il ne faut pas croire que la Valvule ferme jamais le trou dans le Fœtus, mais qu'elle nage entre le sang de la Veine-cave & le Pulmonaire: & qu'après cela il dispute le passage du sang de gauche à droit, & établit celui de droit à gauche comme une verité incontestable; tant il étoit préoccupé de l'ancienne opinion.

Il me semble donc naturel de regarder les Pôumons du Fœtus par rapport à la circulation du sang comme un autre viscere, dont j'ignore l'usage dans cet état, me contentant de sçavoir que celui qu'il a dans l'adulte

est nul ici de l'aveu de tout le monde. Ainsi ce trou de communication entre les deux Oreillettes, étant toujours ouvert, suivant les experiences de l'un & de l'autre parti, il me paroît très naturel & très simple que le sang pulmonaire & celui des Veines-caves se rencontrent sans impetuosit  dans les Oreillettes, s'y mêlent réciproquement dans leur diastole, & par-là deviennent une masse uniforme & également ranim e de ce que le Placenta a fourni; que cette masse ainsi mixtionn e se partage dans la systole des Oreillettes, selon la proportion quelconque des capacités, pour être poussée par les deux ventricules comme par un seul, & pour être uniformément distribuée par l'artere pulmonaire, par le canal de communication & par l'Aorte comme par un seul tronc arteriel à toutes les parties en general. Par-là on n'a pas besoin de se tourmenter sur le calcul des capacités, des puissances, des resistances, des vitesses, &c. car cette idée s'accommode à tout, soit que ces choses ou ces circonstances se trouvent plus à droite, soit qu'elles se trouvent plus à gauche, ou enfin soit qu'elles soient égales de côté & d'autre; elle est conforme à la structure naturelle & aux experiences des deux partis, & par consequent elle ne doit choquer personne, elle leve sans peine les difficultés mentionnées ci-dessus; elle est toute simple, & enfin elle revient le plus au jugement de l'Academie, auquel neantmoins je la soumets de tout mon cœur. A quoi sert donc la membrane flottante, & pour ainsi dire valviforme ! Ce n'est pas pour s'opposer au retour du sang dans le Fœtus, mais uniquement pour fermer le passage & former une cloison entiere après la naissance. C'est ce que M. Mery a fort bien remarqué après Vesale, qui avant que l'idée de la circulation f t en vogue, l'avoit déjà insinué dans son Examen des Observations de Fallope, où il parle aussi d'une membrane orbiculaire dans l'orifice du canal arteriel, de laquelle je rendrai compte dans la suite.

Mais pour revenir à l'usage de la Valvule d'Eustachius;  
attendu

attendu qu'elle se trouve avec son étendue entière dans le Foetus & dans les petits Enfants plus ordinairement à proportion que dans les grands & avancés en âge, elle paroît être nécessaire pour empêcher que le sang des deux Oreillettes étant si bien mêlé de la manière que je viens de proposer, ne regorge dans la Veine-cave inférieure, d'où il pourroit arriver deux inconveniens ; sçavoir, l'affoiblissement de ce mélange, & le reflux du sang ombilical dans le Placenta, par le défaut de Valvules dans la Veine ombilicale, & cela au préjudice de l'avantage que le Foetus doit tirer du Placenta. On pourra m'objecter que cette Valvule se trouvant aussi dans les adultes, son usage ne doit pas être restreint au Foetus. J'y répondrai dans la suite de ce Memoire, où je parlerai de l'ouverture du trou ovale dans les adultes, & d'autres ouvertures particulieres que j'ai trouvées dans la Veine-cave supérieure, qui communiquent avec la grosse branche supérieure des Veines pulmonaires droites, aussi-bien que du défaut du trou ovale dans le Foetus, observé par M. Vieussens, & par la même occasion de ce qu'il avance en particulier, dans son dernier Traité du Cœur, sur le changement de forme de la prétendue Valvule par la systole & la diastole des Oreillettes. J'y rendrai raison de la situation de cette membrane valviforme à gauche, & de la disposition que l'on observe dans la cloison des Oreillettes de se vouter à droit ; & j'y ajouterai quelques observations sur le passage du sang ombilical au travers de la Veine-porte, lequel merite beaucoup d'attention, & peut-être demande un Memoire exprés.



**DU CHANGEMENT DES SELS**  
*acides en Sels alkalis volatiles urineux.*

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

3 Juillet  
1717.

**L** Es sels auxquels les Chimistes ont donné le nom de *sels alkalis* sont de deux sortes, ou fixes ou volatiles. Les sels fixes sont ceux qui résistent à la violence du feu sans pouvoir être enlevés au moins sensiblement. Les volatiles au contraire sont ceux qui s'élèvent à la moindre chaleur. Ils ont encore donné le nom de *sels lixiviels* aux alkalis fixes qu'ils tiroient par la lessive des cendres des Plantes brûlées, & le nom de *sels urineux* à ceux qui dans les distillations des Plantes & des Animaux s'élèvent avec les autres principes volatiles du mixte, & rendent une odeur forte & pénétrante, telle qu'elle exhale de l'urine échauffée ou fermentée.

L'un & l'autre de ces sels sont les produits du feu, non pas toujours à la vérité du feu grossier de nos fourneaux, mais du feu principe, ou de la matière subtile qui excite dans les corps mixtes la fermentation & la pourriture. Car, outre les sels alkalis fixes ou volatiles qu'on retire des différentes parties des Plantes & des Animaux par le moyen du feu, nous voyons souvent les substances du règne végétal & du règne animal se fermenter jusqu'au point de découvrir par leur odeur pénétrante & leur goût piquant le sel volatile qu'elles contiennent; telle est, par exemple, dans le règne végétal l'*Isatis*, ou Pastel, qui fournit sans feu par la seule force de la fermentation du sel volatile: telles sont la plupart des liqueurs des animaux qui en pourrissant deviennent très acres au goût & d'une odeur très pénétrante, donnant toutes les marques d'alkalis urineux très puissants. Je dis que les sels alkalis tant fixes

que volatiles sont les produits de la matiere du feu, parce qu'avant l'action du feu ces substances n'existoient point dans ces mixtes telles qu'elles paroissent ensuite.

Ces sels alkalis ne sont autre chose que des sels acides concentrés dans quelques molecules de terre & unis avec quelques parties d'huile par l'entremise du feu, soit dans la fermentation, soit dans la déflagration : c'est ce que l'experience fait voir.

La difference des sels alkalis volatiles d'avec les sels alkalis fixes dépend principalement de la quantité de terre plus ou moins grande, qui se trouve unie avec les acides & les soufres. Dans les sels fixes il y a beaucoup de terre qui leur sert de base, & dans laquelle les acides sont engagés avec quelque peu d'huile. Dans les sels volatiles au contraire il y a très peu de terre & beaucoup d'huile qui donnent corps aux acides.

Le regne vegetal nous fournit une fort grande quantité de sel alkali fixe & peu de sel alkali volatile : & au contraire le regne animal produit beaucoup de sel alkali volatile & peu de fixe. Le regne mineral nous donne quelque peu de sel alkali fixe naturel : tels sont le *Natrum* d'Egypte, & les sels tirés par la lessive de quelques terres salines qui se ramassent dans certains temps autour de Smyrne & dans plusieurs endroits de l'Orient. La Chimie a aussi trouvé moyen de convertir le Salpêtre en sel alkali fixe. Mais jusques ici on n'avoit point encore fait voir de sel alkali volatile produit par les acides du regne mineral. Cependant si les sels acides du regne vegetal sont capables de se transformer en sels alkalis soit fixes soit volatiles, pourquoi ceux du regne mineral ne seront-ils pas susceptibles des mêmes changements ! puisqu'ils ne sont pas fort differents des acides vegetaux, comme je l'ai fait voir ailleurs. Je ne puis mieux prouver la possibilité de cette transmutation, qu'en faisant voir par experience differents acides minéraux changés en sels volatiles urinaires. C'est ce que je vais faire dans ce Memoire.

Mais auparavant il est à propos de démontrer de quelle maniere dans les regnes vegetal & animal les acides s'y transforment en sels alkalis à l'aide de la fermentation ou de la deflagration, afin que par l'exposition que je ferai de ce qui se passe dans la production de ces sels dans ces deux regnes, on puisse juger plus facilement de ce qui se passe dans nos operations sur le regne mineral.

C'est une chose connuë de tous les Chymistes, que si après avoir tiré le suc de quelque Plante, & sur-tout des Plantes acides, on le laisse pendant quelque temps en repos dans un lieu frais, il s'y forme des cristaux qui s'attachent aux côtés & au fonds du vaisseau où ce suc est contenu, & ces cristaux sont acides au goût. On donne à ce sel le nom de *sel essentiel*, à cause qu'il contient en lui à peu près les mêmes principes dont la Plante est composée. C'est le sel acide contenu dans le suc de la Plante, concentré dans un peu de terre, de parties huileuses & d'eau.

Si au lieu de tenir ce suc dans un lieu frais, on le laisse exposé à l'air chaud, il fermente, & en bouillonnant il pousse en écume & en lie à sa circonference toutes les parties grossieres & terrestres répandues dans la liqueur: pour lors la plus grande partie des acides débarassés de leur terre, étendus dans les parties d'eau, atténués par la matiere subtile qui agite la liqueur, rarefiés par les parties d'huile qui se mêlent entre eux, composent une liqueur vineuse, qui piquant doucement la langue, n'y cause qu'un chatoüillement agreable.

Si on laisse aller la fermentation sans l'interrompre, en laissant la liqueur dans le même lieu exposée à l'air chaud, la matiere subtile ne cessant point d'agiter cette liqueur, en subtilise les parties huileuses à un tel point qu'elles s'exhalent & abandonnent les parties salines avec lesquelles elles étoient entremêlées. Les sels acides restant pour lors presque à nud agissent sur la langue plus vivement qu'auparavant. Tel est l'effet du Vinaigre ou des liqueurs aigries.



Jusques-ici nous n'apercevons que de l'acide ou en forme liquide dans les liqueurs vineuses & aigres, ou en forme solide dans les sels essentiels & dans le Tartre du Vin, c'est-à-dire, étendu dans l'eau dans ceux-là, & concentré par un peu de terre dans ceux-ci : & l'on n'y sçau-roit découvrir de sel alkali soit fixe soit volatile qu'à l'aide du feu, ou par le moyen de la fermentation outrée & poussée jusques à pourriture.

Ainsi au lieu d'exprimer le suc de ces herbes, si on le laisse sur le marc dans un lieu temperé, non seulement la matiere s'aigrit promptement, mais encore les parties salines acides rencontrant beaucoup de terre & d'huile grossiere dans le marc de ces herbes, elles se concentrent dans ces parties huileuses, & se changent bientôt avec elles en sel volatile mêlé d'huile grossiere & à demi exaltée, ce qui fait l'odeur penetrante, mais puante & desagréable des fumiers d'herbes pourries.

Si on expose au feu les liqueurs vineuses ou le Vinaigre pour les distiller, le feu à la fin de la distillation y développe ou plustôt y produit quelque peu de sel volatile qui ne se manifeste que par une grande violence de feu. Au contraire les fumiers d'herbes pourries donnent plus de sel volatile, & cela presque dès le commencement de la distillation avec un feu très moderé.

Il en est à peu près de même du Tartre & des autres sels essentiels. Ces sels avant que de passer par le feu ne donnent aucune marque d'alkali. En les distillant ils fournissent beaucoup de liqueur acide & d'huile grossiere : ensuite le feu pousse de l'esprit urineux & du sel volatile. Il reste dans les cendres beaucoup de sel fixe.

Au contraire si, pour joindre la fermentation à l'action du feu, on humecte le Tartre d'un peu d'eau, & qu'on le laisse dans un lieu temperé se fermenter jusqu'à pourrir, il donnera pour lors beaucoup moins de sel fixe & une beaucoup plus grande quantité de sel volatile & plus promptement.

Dans ces opérations le sel acide débarassé par le secours du feu ou de la fermentation de la terre grossiere avec laquelle il étoit uni, se joignant aux parties huileuses, se change avec elles & avec les parties de feu dont elles sont pénétrées en un sel urineux.

Il est vrai que quelques-uns ont pensé que ces sels urineux étoient déjà dans le mixte avant l'action du feu, qu'ils y étoient absorbés par la grande quantité d'acides, desorte qu'ils n'étoient point capables de s'y manifester par aucun signe. Il ne seroit pas même aisé de les convaincre du contraire, si nous n'avions pas d'autres experiences pour démontrer la production des sels alkalis par des mélanges de matieres qui n'en contiennent point. C'est ce que nous allons voir par le changement des sels acides minéraux en sels alkalis.

La premiere de ces operations est connuë de tous les Chymistes : c'est la préparation du Nitre fixé, par laquelle on voit naître ce sel alkali fixe du mélange du Salpêtre & du Charbon dans le feu en cette maniere.

On prend une livre de Salpêtre qu'on fait fondre dans un creuset placé entre les charbons. On y jette peu à peu de la poudre de charbon, il se fait aussi-tôt une forte détonation avec flamme. Lorsque la fulmination est passée, qui ne cesse que lorsque le charbon est consumé, on y rejette de nouveau charbon, ce que l'on continue jusqu'à ce qu'il ne se fasse plus de fulmination. On retire pour lors la matiere du feu, & on trouve dans le creuset un sel fixe qui donne toutes les marques de sel alkali.

On ne peut pas dire que ce sel fixe vienne du charbon, puisqu'on n'employe quelquefois dans cette operation que trois ou quatre onces de charbon, & qu'on retire jusqu'à dix ou douze onces de sel fixe purifié, & qu'une livre entiere de charbon ne donne que quelques gros de cendres & quelques grains de sel fixe.

Quelques-uns pourroient croire que ce sel existeroit tel que nous le voyons dans le Salpêtre où il seroit ab-

forbé par l'acide nitreux, comme nous voyons que l'on compose du Salpêtre avec l'acide du Nitre joint au sel alkali du Tartre.

Il ne me seroit peut-être pas bien difficile de faire voir que le sel de Tartre se décompose dans l'action de ces deux sels l'un sur l'autre, & qu'il ne reste de ce sel que la terre jointe à l'acide nitreux pour former le Salpêtre artificiel, ou, comme parlent les Chymistes, le *Nitre resuscité*. Ce sera une chose à examiner dans un autre temps. Mais pour ce qui est du Salpêtre, c'est un sel salé composé de l'acide nitreux uni très étroitement avec une terre subtile assez semblable à la *graye* ou à la terre de la Chaux, & à laquelle les Chymistes ont donné le nom de terre alkaline ou absorbante, parce qu'elle fermente avec les acides, & que s'unissant à eux elle en reprime l'action. J'estime que dans une livre de Salpêtre raffiné & cristallisé il peut y avoir moitié d'eau, un quart de terre & autant de sel acide.

Ce que je presume de ce qu'en distillant le Salpêtre avec un intermede convenable & propre à séparer l'acide nitreux de sa terre, on retire de chaque livre de Salpêtre douze ou quatorze onces de bon esprit acide qui s'élève en vapeurs rouges & qui se condense en une liqueur jaunâtre acide très corrosive & qui fume continuellement. La terre reste dans la cornue unie à l'intermede, & dont on ne peut retirer aucun sel alkali par la lessive.

Cet esprit contient environ quatre onces de sel acide, puisqu'une once de cet esprit versé sur une once de sel de Tartre bien desséché après une nouvelle exsiccation du mélange qui a enlevé tout le phlegme qui étoit joint à l'acide, en a augmenté le poids de deux dragmes & demi. Par conséquent les quatorze onces d'esprit contiennent environ quatre onces d'acide qui nagent dans dix onces de phlegme.

Tout ce phlegme ne vient pas à la vérité du Salpêtre; il en vient un peu de l'intermede pour bien desséché qu'il

puisse être. Une livre de Salpêtre purifié, tel qu'on le vend ordinairement, contient pour l'ordinaire moitié d'eau, c'est-à-dire environ huit onces; ce qu'on peut reconnoître si on prend du Salpêtre raffiné, & si on le fait fondre dans un creuset jusqu'à ce qu'il ne bouillonne plus, & qu'il reste en une fonte tranquille, qui est une marque qu'il n'y a plus d'humidité superflue. Si on pese ensuite la masse saline restante, lorsqu'elle sera refroidie & figée, on trouvera son poids diminué de près de moitié. Si on la fait dissoudre ensuite dans l'eau, & si on la cristallise, on trouvera qu'elle aura repris à peu près sa premiere pesanteur, en absorbant presque son poids égal d'eau.

Y ayant donc dans une livre de Salpêtre environ demi-livre d'eau, & quatre onces de sel acide, il ne peut y avoir guere plus de quatre onces de terre absorbante ou alkaliné.

Comment donc une livre de Salpêtre fournira-t-elle jusqu'à dix & douze onces de sel alkali fixe, sur-tout en faisant l'operation dans des vaisseaux fermés, s'il n'y a dans le Salpêtre que quatre ou cinq onces au plus d'alkali fixe, & si le charbon n'en donne que quelques grains. Il faut convenir necessairement qu'il s'y est formé du mélange des autres principes du Salpêtre & du charbon. Il faut, dis-je, qu'une bonne partie de l'acide du Salpêtre soit demeurée concentrée dans cette terre avec la terre du charbon & quelque portion de ses soufres pour composer cette masse saline par l'entremise de la matiere du feu.

Si ces preuves ne suffisoient pas pour démontrer la transmutation de l'acide du Salpêtre en sel alkali, on en feroit encore pleinement convaincu, en considerant ce qui se passe dans cette operation de la fixation du Salpêtre. Une partie du Salpêtre y est enlevée & se dissipe en flamme & en fumée, & une autre partie beaucoup plus considerable s'y fixe en sel alkali. On ne découvre dans tout cela aucune marque d'acide, & ce sel paroît y être entierement changé de nature. Tout le phlegme qui en-  
troit

troît dans la composition du Salpêtre, se dissipe en vapeurs, & ces vapeurs sont blanches, au lieu que celles de l'esprit acide sont très rouges : une portion de l'acide nitreux agissant avec le feu sur les soufres grossiers du charbon, se dissipe avec eux en flamme, & il s'élève avec eux quelque peu de la terre tant du Salpêtre que du charbon qui se mêle avec les vapeurs du phlegme. En même temps une autre portion de l'acide nitreux se concentra dans le reste de la terre du Salpêtre & dans celle du charbon, où quelques parties sulphureuses & la matière du feu l'engagent & le joignent très étroitement. Il résulte enfin de ce mélange un composé tout différent de ce qu'étoit le Salpêtre, un sel alkali au lieu d'un sel salé, & nulle marque de sel acide.

Cette operation nous fait voir très manifestement la transmutation de l'acide nitreux en un sel alkali fixe, peu différent du sel fixe du Tartre & des autres sels qu'on retire des cendres des Plantes par la lessive.

Jusques ici la Chimie ne nous fournit que cet exemple de la transformation du sel acide en sel alkali fixe dans le regne mineral. Mais ayant fait reflexion sur ce qui se passoit dans cette operation, & considerant qu'il y avoit là les mêmes principes qui nous donnoient le sel volatile urineux dans la distillation du Tartre & des Plantes, je crus qu'il se pourroit bien faire que la même operation donnât du sel volatile urineux, & que ce sel trop rarefié dans la grande quantité de vapeurs que produit cette fulmination se dissipât sans le faire sentir. Je résolus donc d'examiner avec plus de précision ce qui se passoit dans cette operation, en ramassant autant qu'il me seroit possible les vapeurs qui se perdoient, car il n'y a pas moyen de faire cette operation dans des vaisseaux exactement fermés, à cause de la violente fulmination du Salpêtre avec le charbon qui creveroit tout.

Pour cela, après avoir mêlé égales parties de Salpêtre raffiné & de charbon ( augmentant la quantité du char-

bon, afin de moderer l'action du Salpêtre) je plaçai dans un fourneau de reverbere une cornuë tubulée, à laquelle j'adaptai plusieurs récipients à deux becs, afin de donner plus d'étendue & de liberté aux vapeurs pour circuler & se condenser. Après avoir échauffé cette cornuë jusqu'à en rougir le fonds, j'y jettai par petites portions le mélange. Je me suis apperçû dans le cours de l'opération que les vapeurs qui s'élevoient par l'ouverture superieure de la cornuë, lorsque je la débouchois, avoient une odeur urineuse très penetrante, & que les dernieres vapeurs qui sortoient par les ouvertures que j'avois laissées entre les deux derniers ballons n'en avoient qu'une foible mêlée de quelque odeur d'huile empyreumatique très legere : ce qui faisoit que cette odeur n'étoit pas desagréable.

Toutes les projections étant faites, j'ai poussé le feu pour chasser le reste des vapeurs qui auroient pû s'arrêter dans la cornuë : & à la fin de l'opération j'ai trouvé dans les récipients une liqueur d'une odeur urineuse penetrante, d'un goût salé. Elle étoit claire, mais elle avoit été obscurcie par quelques fuliginosités & par un peu de la poussiere même du charbon qui s'étoit élevée & qui avoit passé avec les vapeurs dans le temps de la déflagration, l'ayant laissée reposer quelque temps, elle est restée fort claire.

Cette liqueur outre son odeur a encore donné toutes les marques d'un sel volatile alkali urineux. Elle a fermenté vivement avec les acides, elle a donné la couleur verte au Sirop violat, la couleur bleuë a la dissolution du Cuivre, & elle a caillé, & ensuite précipité en blanc la solution du sublimé corrosif, sans donner aucune marque d'acide.

Pour m'assurer si cet esprit volatile urineux ne venoit point du charbon, j'en ai mis dans une cornuë au feu de reverbere, & je l'y ai laissé pendant plusieurs heures. J'en ai tiré un phlegme d'une odeur empyreumatique qui ne donnoit aucune marque d'acide ni d'alkali. Ayant retiré

ensuite ce charbon tel que je l'y avois mis, je m'en suis servi pour faire la fixation du Nitre qui m'a fourni le même esprit urinaireux.

On ne peut donc pas dire que cet esprit urinaireux vienne du charbon. Il ne sort pas non plus du Salpêtre, qui avant cette operation ne donnoit aucune marque d'alkali. Cet esprit n'étoit donc contenu ni dans l'une ni dans l'autre de ces matieres tel que nous le voyons; il a sans doute été formé de la réunion de quelques-uns des principes de ces deux substances: & il est à presumer que comme dans le regne vegetal le sel urinaireux paroît être formé de l'union de l'acide avec l'huile & un peu de terre par le secours du feu. Dans le regne mineral pareillement & particulièrement dans cette operation l'acide nitreux joint avec l'huile du charbon & quelque peu de terre par l'entremise du feu, produisent le sel urinaireux contenu dans cet esprit, ce qui paroît d'autant plus évident que nous n'avons que ces trois substances qui puissent composer ce sel dans cette occasion.

Cette experience m'ayant engagé à faire plusieurs tentatives sur les autres acides du regne mineral pour les convertir en sel volatile urinaireux de même que l'acide du Salpêtre, j'en suis venu à bout avec l'acide vitriolique de cette maniere.

J'ai pris une partie de fleurs de soufre & deux parties de sel de Tartre, j'ai mêlé exactement ces deux matieres, j'en ai fait la projection dans un creuset rougi entre les charbons: à mesure que les matieres se mettoient en fonte elles bouillonnent & exhalent une vapeur fort différente pour l'odeur de la vapeur acide du soufre quoi que très penetrante. Elle étoit urinaireuse & un peu bitumineuse, comme elle s'éleveroit d'un mélange d'esprit volatile de sel ammoniac mêlé de Petrole ou d'huile de Succin. Ce mélange est long-temps sur le feu dans le creuset rougi sans s'enflammer, encore même ne s'enflamme-t-il que très foiblement à la fin, de sorte qu'on n'apperçoit cette

lueur que dans l'obscurité & plutôt au dehors du creuset qu'au dedans.

J'ai fait la même operation dans une cornue de verre, à laquelle j'avois adapté un recipient pour ramasser cette vapeur, & j'en ai retiré par la distillation une liqueur d'une odeur forte & desagréable semblable à celle des œufs pourris ou du magistère de soufre. Cette liqueur d'ailleurs étoit chargée de sel volatile urinaire, elle précipitoit en blanc la solution du sublimé corrosif, fermentoit avec les acides, verdissoit le Sirop violat, & donnoit une teinture bleue à la solution de Cuivre par le Vinaigre.

Il est vrai que cette liqueur étoit en très petite quantité. Mais si on la veut avoir en plus grande abondance, il faut prendre égales parties de sel de Tartre & de soufre, les fondre ensemble dans un creuset, retirer la masse & la fondre dans une suffisante quantité d'eau, la laisser dans un matras dans un lieu modérément chaud, elle y acquerra une odeur très puante. En distillant cette liqueur on en retirera une bonne quantité d'esprit volatile urinaire très foetide.

Dans ces operations une partie de l'acide vitriolique contenu dans le soufre se joint avec le sel alkali du Tartre, & forme avec lui un sel neutre qui est le Tartre vitriolé, & qui reste fixe au fonds du vaisseau, pendant qu'une autre partie de cet acide joint avec toute l'huile bitumineuse du soufre rarefiée par le feu, s'élève en vapeurs, & produit par le nouvel arrangement de leurs parties ce nouveau sel volatile urinaire.

Pendant que je travaillois sur cette matiere je trouvai dans l'Histoire Latine de l'Academie Royale des Sciences écrite par M. du Hamel une experience fort singuliere faite par M. Bourdelin, qui peut servir de preuve à tout ce que je viens d'avancer touchant la composition des sels alkalis urinaires.

Ce sçavant Academicien prit de la limaille de Fer, il l'imbiba d'une quantité d'eau suffisante pour en faire une



pâte. Ayant laissé sécher la masse, il l'imbiba d'eau de nouveau ; comme il pesoit la limaille à chaque imbibition, il remarqua qu'elle augmentoit de poids. Il continua de l'humecter jusqu'à ce qu'il s'aperçût que sa pesanteur n'augmentoit plus. Pour lors il fit distiller cette limaille dans une cornue, & il en retira une liqueur urineuse ou chargée de sel alkali volatile en assez bonne quantité.

Il arrive dans cette occasion à peu près la même chose que dans l'opération précédente. Le Fer contient beaucoup d'huile bitumineuse & de sels vitrioliques. Lorsqu'on l'humecte avec un peu d'eau, cette limaille s'échauffe très considérablement, fume & rend une odeur un peu sulphureuse. Dans cette occasion les sels vitrioliques contenus dans le Fer, étant dissouts & mis en mouvement par l'eau, agissent sur la partie terrestre du Fer. En même temps la matiere subtile ou la matiere du feu excitée par cette premiere action des sels sur la terre rarefie l'huile bitumineuse du metal, & avec elle quelques sels acides. Ces trois matieres s'unissent ensemble de maniere qu'elles forment un nouveau composé qui est le sel volatile urineux.

Cette derniere experience desabusera ceux qui auroient pû croire que dans les operations précédentes il se feroit moins un changement de l'acide du Salpêtre ou du soufre en sel volatile urineux, qu'une volatilisation du sel alkali fixe du Tartre ou du Nitre fixé, puisqu'il ne se rencontre point de sel fixe dans celle-ci.

On peut conclure de toutes ces experiences qu'il n'y a pas moins de difference essentielle entre les sels alkalis volatiles qu'il y en a entre les sels alkalis fixes, contre le sentiment de quelques Chimistes, qui ont pensé que tous les sels alkalis volatiles étoient homogenes lorsqu'ils étoient bien dépurés, & qu'il en étoit de même des sels alkalis fixes. J'ai fait voir dans un autre Memoire que les sels alkalis fixes tirés des cendres des Plantes, étoient fort differents, & qu'ils gardoient toujours le caractere des sels acides qui les avoient formés. Et l'on voit par ceci que

238 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 les sels volatiles urineux doivent aussi differer essentiellement l'un de l'autre, l'un étant formé d'un acide nitreux, l'autre d'un acide vitriolique, &c. que ces sels doivent avoir des propriétés très différentes, & que par conséquent il n'est pas à propos de les employer l'un pour l'autre indifferemment, comme quelques Chymistes le presume.

## CONSTRUCTION D'UNE HORLOGE qui marque le Temps vrai avec le moyen.

Par M. DE LA HIRE.

### PREPARATION ET DEMONSTRATION.

28 Aoust 1717. SOIT tirée une ligne droite  $MYG$  qui represente la ligne de l'apogée du Soleil, & sur cette ligne soit pris le point  $M$  pour la Terre. Si sur le centre  $M$  on décrit un cercle  $YOP$  dont le diametre soit  $MY$ , & qu'on prenne  $MC$  égale à la trentième partie de  $MY$ , laquelle soit divisée en deux également en  $Z$ . Sur le centre  $C$  ayant décrit un autre cercle  $GE$  égal au cercle  $YOP$ , si du point  $Z$  on tire quelque ligne  $ZE$  qui rencontre le cercle  $YOP$  en  $L$  &  $GE$  en  $E$ , ayant aussi mené les lignes  $CE$ ,  $ML$  qui se rencontrent en  $S$ , il est démontré que le point  $S$  sera sur une Ellipse dont  $ZG$  sera le demi-axe, & les points  $C$  &  $M$  en seront les foyers.

Et comme  $MC$  a été prise égale à la double excentricité du Soleil, le point  $S$  sera le vrai lieu du Soleil vû de la Terre en  $M$ , donc l'angle  $YCS$  est celui du moyen mouvement, & l'angle  $YMS$  est celui du vrai depuis l'apogée en  $G$ , ce qui s'ensuit du système elliptique du Soleil.

On pourra donc par ce moyen diviser le cercle  $YOLP$  qui a son centre en  $M$  dans tous les arcs comme  $YL$  du

vrai lieu du Soleil par rapport aux arcs  $GE$  du cercle  $GE$  égal au cercle  $YOL$ , lesquels représenteront le moyen mouvement du Soleil.

Maintenant si l'on prend sur le cercle  $YOP$  l'arc  $YO$  égal à la distance de l'apogée du Soleil depuis le premier point du Cancer qui est de  $8^{\circ} \frac{1}{2}$  dans ce tems-ci ; & l'apogée étant en  $Y$  ; on tirera la ligne  $OMD$  qui doit représenter le colure des Solstices sur ce même plan , & sur lequel le cercle  $YOLP$  représentera l'Equateur. Ayant donc élevé du point  $M$  la ligne  $KMP$  perpendiculairement à la ligne  $OMD$  jusqu'à ce cercle en  $P$  &  $K$ , le point  $P$  nous représentera le Pole du Monde dans le colure élevé perpendiculairement sur  $OMO$ . C'est pourquoi si l'on prend l'arc  $PQ$  de  $23^{\circ} 29'$ , la ligne  $KQ$  rencontrera  $OM$  en  $T$  qui représentera le Pole de l'Ecliptique.

Enfin si l'on prend sur le cercle  $OPO$  les arcs  $OX$ ,  $OV$  chacun égaux à l'arc  $PQ$ , & que du point  $K$  on tire les lignes  $KX$ ,  $KV$  qui rencontrent  $OMO$  en  $I$  & en  $D$ , ayant divisé  $ID$  en deux également en  $F$ , & du centre  $F$  & du demi-diametre  $IF$  ayant décrit le cercle  $IPDK$ , il représentera l'Ecliptique dont les points  $I$  &  $D$  seront les commencements des signes du Cancer & du Capricorne. Tout ceci est évident, car ce n'est que la projection de la Sphere sur un plan qu'on appelle communement l'Astrolabe Polaire, l'œil étant placé en  $K$ .

On connoît dans cette espece de projection que si du point  $T$  on mene des lignes comme  $TL$  à tous les points  $L$  de l'Equateur, lesquelles rencontrent l'Ecliptique aux points  $H$ , tous ces points  $H$  donneront sur l'Ecliptique des divisions semblables à celles de l'Equateur. Par exemple, si l'arc  $OL$  de l'Equateur est de  $30^{\circ}$  de ce cercle, l'arc  $IH$  de l'Ecliptique représentera aussi dans cette projection  $30^{\circ}$  de l'Ecliptique.

Mais comme nous avons trouvé sur le cercle  $OLP$ , sans considérer que ce fut l'Equateur, tous les points  $L$

240 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

qui marquoient les vrais lieux du Soleil par rapport à des lieux ou à des tems moyens, nous aurons aussi sur l'Ecliptique les points *H* qui représenteront les mêmes vrais lieux du Soleil.

Mais ce n'est pas encore assés, il faut marquer sur cette projection l'ascension droite de ces vrais lieux du Soleil qui sont placés sur l'Ecliptique, ce que les lignes *MHN* détermineront, puisque le point *M* représente le Pole, & que les ascensions droites sont déterminées par des cercles meridiens qui sont ici représentés par les lignes droites *MHN*, & par les arcs de l'Equateur qui en donnent la quantité.

Enfin il résulte de-là que si par le point *M* on mène la ligne *MB* parallèle à *CE*, elle marquera le moyen lieu du Soleil, & que *MHN* marquera l'ascension droite du vrai qui répond à ce moyen, & ces lieux seront marqués sur le même cercle *OLP* qui a son centre en *M*.

Voici maintenant de quelle maniere on peut construire une machine fort simple qui donnera la position des lieux moyens & vrais du Soleil, sans y employer aucune courbe ni même de cercle.

Soit une Aiguille *CE* comme sont celles du Cadran d'une Montre ordinaire, laquelle soit mobile sur le point *C*, & dont la longueur *CE* soit égale au rayon *CG* ou *MO* du cercle *OLP*, & que cette aiguille porte à son extrémité *E* une petite cheville *E*. Soit encore une autre aiguille égale à la première & mobile sur le point *M* avec sa cheville en *L*. De plus soit une règle *ZE* mobile au point *Z* & plus longue que *ZE*, & que cette règle ait vers son extrémité une petite fente, laquelle soit faite dans la ligne de foi qui vient de son centre *Z*, laquelle fente puisse recevoir justement les chevilles *E* & *L* des deux aiguilles précédentes pour s'y engager justement, & que les deux aiguilles & la règle puisse couler l'une sur l'autre sans s'y accrocher.

Il est évident que dans cet état, ces trois pieces se  
mouvant

mouvant ensemble comme elles sont engagées l'une avec l'autre, détermineront toujours les positions des points *E* & *L* comme elles sont dans la figure dans toutes les positions qu'elles pourront prendre autour des points *C* & *M*, dont l'une *CE* marquera le moyen mouvement du Soleil, & l'autre *ML* le vrai, comme on l'a expliqué ci-devant.

Enfin qu'il y ait encore une troisième aiguille *FH* mobile sur le point *F*, & qui soit de la longueur *FI* du rayon de l'Ecliptique, laquelle porte à son extrémité une cheville *H* qui lui soit attachée comme les autres. Dans le mouvement de cette aiguille, la cheville *H* décrira l'écliptique *IHD*. Mais qu'il y ait aussi une règle *THL* mobile au point *T*, & qui ait une fente dans sa ligne de foi *TH* qui puisse recevoir justement la cheville *H* de l'aiguille précédente *FH* & la cheville *L* de l'aiguille *ML*; en sorte que les trois premières pièces que j'ai décrites, seront engagées avec ces deux dernières, & ne pourront point se mouvoir les unes sans les autres.

Il doit encore y avoir une règle *MN* mobile sur le point *M*, & qui ait une fente dans sa ligne de foi pour recevoir aussi la cheville *H* de la règle *FH*.

Je ne dis point comment ces règles & ces aiguilles avec leurs chevilles pourront se mouvoir en passant les unes sur les autres, puisque quelques-unes de ces chevilles peuvent être en dessus, & les autres en dessous, & en se servant de quelques canons au centre de leur mouvement, comme les Horlogers le pratiquent ordinairement.

On pourra enfin appliquer des rouës & des pignons aux endroits où ces pièces se meuvent, pour augmenter tant qu'on voudra l'apparence de leurs mouvements qui se réduisent à la ligne *CE* du moyen mouvement ou de sa parallèle *MB*, & à la ligne *MHN* de l'ascension droite du vrai mouvement du Soleil qui marque le tems vrai.

## S E C O N D E M É T H O D E.

On peut faire marquer le vrai tems à une Pendule qui montre le tems moyen en minutes sans rien changer à son mouvement ni sans y rien ajouter, mais seulement par le moyen d'une aiguille qui marquera ce tems vrai sur les mêmes divisions du Cadran des minutes, & d'une maniere très simple.

Les Pendules ordinaires qui marquent les minutes ont un Cadran particulier qui est divisé en ses 60 minutes, & je demande ici un espace circulaire de 6 lignes environ de largeur au dehors ou au dedans de ce Cadran. Dans cet espace, je décris une courbe onnée comme elle est représentée dans la figure suivante, & par la regle que je vais expliquer. Cette courbe doit être tracée le plus proche qu'il sera possible du Cadran des minutes, & qu'il y ait seulement entre deux & entre ses circonvolutions autant d'espace qu'il est nécessaire pour y écrire les jours des mois.

On commence à tracer cette courbe au premier point de la division du Cadran des minutes; sur ce point de la courbe je marque le premier jour de Novembre, & je continué à décrire cette courbe & sur laquelle je marque en retrogradant les jours des mois autant éloignés les uns des autres que demande l'équation des jours, ou la différence entre le moyen & le vrai mouvement du Soleil en tems pour ces jours là; ces jours seront marqués sur la courbe par le moyen d'une ligne droite tirée du centre du Cadran des minutes jusqu'à ce Cadran, mais de peur de confusion je marque seulement les divisions de 5 en 5 jours, ou de 10 en 10, suivant que l'espace entre les divisions le peut permettre. Ainsi cette courbe sera divisée par l'équation des jours pour toute l'année, où l'on remarquera qu'elle va tantôt en retrogradant comme au commencement, & tantôt directement comme vers la fin, suivant la nature de l'équation; & enfin cette courbe

se termine à la ligne tirée du centre au point de la division des minutes où elle a commencé : cette courbe a dû être en onde à cause que l'équation du tems est tantôt additive & tantôt soustractive.

Cette division étant faite, on prendra une autre aiguille outre celle qui sert pour les minutes, laquelle doit se mouvoir sur le même centre de la première, & cette aiguille doit être aussi longue que l'autre, & même plus, si la courbe a été décrite au dehors du Cadran des minutes, & on la doit dorer par son extrémité pour la distinguer de l'autre qui est bleuë, & l'on pourra aussi lui ajouter vers son extrémité un petit bouton plat ou un petit Soleil doré, pour faire connoître que c'est elle qui marque le tems vrai.

Je suppose maintenant que l'Horloge est bien réglée sur le tems moyen, & par conséquent que l'aiguille bleuë des minutes marque exactement ce tems ; mais pour mettre l'aiguille dorée du tems vrai au lieu qui lui convient, on attendra à une ou deux heures devant ou après midi, que l'aiguille bleuë soit arrivée au point de 60', & dans le même tems on placera l'aiguille dorée en la faisant passer par le jour où l'on est, lequel est marqué sur la courbe, ayant égard au jour qu'il sera, & qui devrait être marqué entre les divisions de 5 & 5, si la distance sur la courbe est assez grande pour faire cette attention. On voit donc qu'il faudra que l'aiguille dorée puisse se mouvoir librement pour lui faire changer de place, sans alterer le mouvement de l'autre. Ensuite on les laissera mouvoir toutes deux du mouvement de l'Horloge, & l'aiguille bleuë montrera le tems moyen, pendant que l'aiguille dorée montrera le tems vrai sur le même Cadran des minutes de l'autre.

Par exemple, en considérant la figure suivante le 21 Septembre à quelque heure vers midi, l'aiguille bleuë *CH* du moyen mouvement étant arrivée au point de 60 minutes sur son Cadran, dans ce moment on placera l'ai-

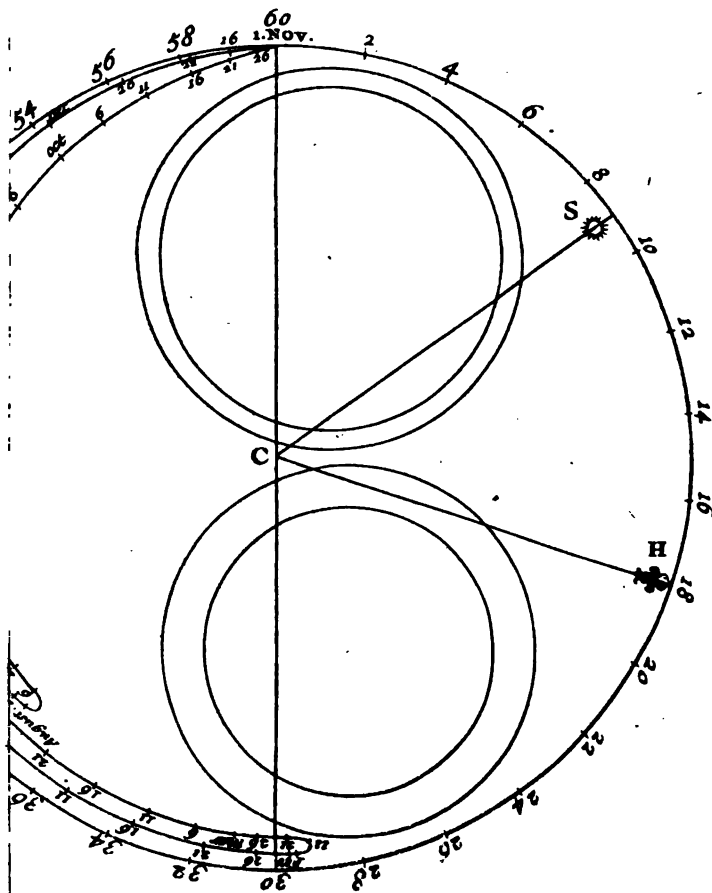
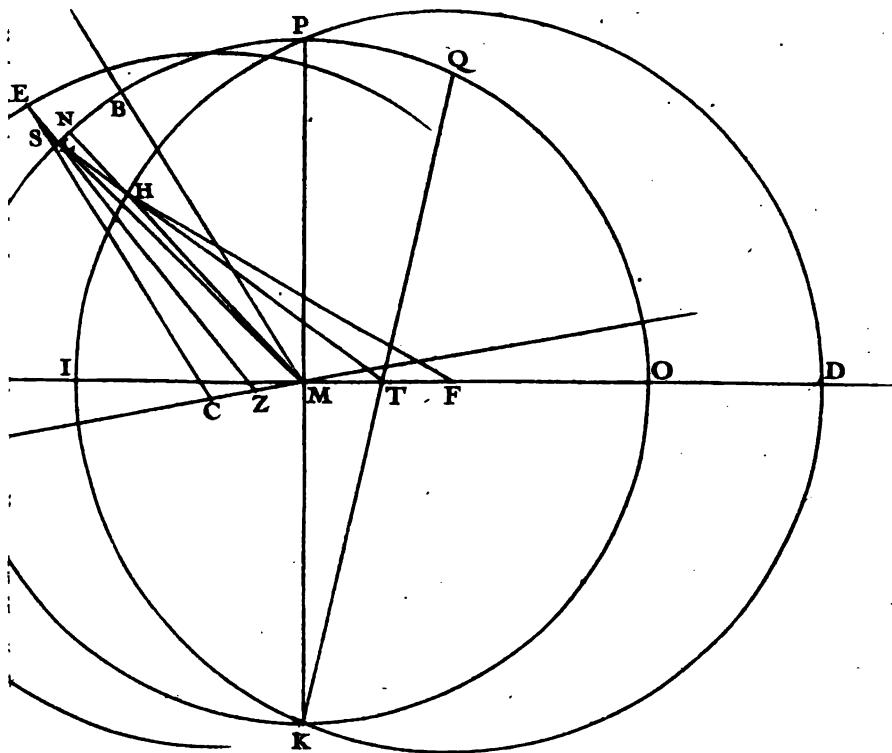
H h ij

244 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

guille dorée *CS* enforte qu'elle passe par le point du 21 Septembre marqué sur la courbe; les deux aiguilles étant donc emportées par le mouvement de l'Horloge, si après quelque heure de ce jour l'aiguille bleuë *CH* marque 18' sur le Cadran des minutes, il sera alors 18' de tems moyen après l'heure marquée par le Cadran des heures, mais alors l'aiguille dorée *CS* ne marquant que 9' sur le même Cadran, on sçaura qu'il n'est encore que 9' de tems vrai après l'heure de l'Horloge; & l'on doit remarquer que lorsque l'aiguille dorée se trouvera placée dans son mouvement, enforte qu'elle marque plus de minutes que l'aiguille bleuë, alors il faudra imputer la minute marquée par l'aiguille dorée à l'heure qui précède celle qui est marquée par l'Horloge. Par exemple, dans la disposition où sont ces aiguilles dans la Figure, si l'aiguille bleuë *CH* ne marquoit que 4' après 10 heures qui seroient de tems moyen, l'aiguille *CS* marquerait 5.5', ce qui signifieroit qu'il seroit 5.5' après 9<sup>h</sup> de tems vrai.

On voit donc par ce qui a été dit ci-devant, qu'il faut bien placer d'abord l'aiguille *CS* du vrai mouvement par rapport à celle du moyen *CH*, & lorsque les jours sur la courbe occupent un espace considerable, il faudroit recommencer à faire souvent la même operation, mais l'Horloge étant bien réglée sur le moyen mouvement, lorsque l'aiguille *CS* aura été mise à sa place pour quel jour on voudra, suivant ce qu'on a enseigné ci-devant, il sera assez facile de juger de quelle quantité il faudra l'avancer ou la reculer pour les jours suivans sans avoir égard à l'aiguille *CH*. Par exemple, on voit que si du centre *C* on tiroit deux lignes par les points du 11. & du 16 Decembre jusqu'au Cadran des minutes, ces lignes intercepteroient  $1\frac{1}{3}$  à peu près pour la difference de ces 5. jours entre le 11 & le 16, ce qui donneroit pour chaque jour un peu plus d'un quart de minute dont il faudra faire retrograder l'aiguille *CS* pour un jour sans s'assujettir à l'aiguille *CH*, je dis retrograder, car alors le vrai tems s'éloigne







du moyen , comme on le voit par l'ordre des jours marqués sur la courbe.

On pourra par cette même methode prendre ou regler le tems vrai avec le moyen en quel jour on voudra de l'année comme au commencement de chaque mois. Car si l'on place l'aiguille du moyen mouvement *CH* sur le commencement de ce mois à midi , & que l'aiguille *CS* du vrai lieu lui soit jointe , ces deux aiguilles marqueront alors ensemble le moyen & le vrai tems , mais comme dans les jours suivans il faudra changer l'aiguille du vrai *CS* de place , ce qui se fera lorsque l'aiguille *CH* du moyen sera venue sur le premier jour du mois , l'aiguille *CS* marquera successivement le vrai tems par rapport à l'aiguille du moyen qui ira toujours selon le mouvement moyen , & cela jusqu'à la fin du mois , où l'on verra l'écart du vrai d'avec le moyen , où il faudra avoir égard si en changeant l'aiguille *CS* on l'a avancée , ou si on l'a reculée ; car si elle a été avancée , le temps vrai sera toujours plus grand que le tems moyen , & au contraire si elle a été reculée.

Enfin si l'on a aussi un bon Cadran solaire , ou une ligne meridienne tracée exactement , on pourra regler une Pendule sur le moyen mouvement , en se servant de cette machine. Car si dans quelque jour on place les deux aiguilles l'une sur l'autre , & qu'on les mette sur l'heure marquée par le Soleil , & que quelques jours après , quand ces aiguilles seront venues au jour de la courbe où on les avoit mises d'abord , si l'on en écarte l'aiguille du vrai sur la courbe de la quantité des jours entre les observations , il faudra , lorsque le Soleil marquera le même tems qu'il marquoit la premiere fois quand les deux aiguilles étoient ensemble , que l'aiguille du vrai marque aussi ce même tems , sinon l'Horloge ne sera pas bien réglée au moyen mouvement , & il faudra l'avancer ou la retarder pour la faire convenir selon qu'elle retardera ou avancera.

Par exemple , le 11 Decembre on met les deux aiguil-

les ensemble, & on les place à midi au commencement de la division du Cadran des minutes lorsqu'il est midi au Soleil, & dix jours après lorsque ces aiguilles seront revœnuës ensemble à la division du 11 Decembre sur la courbe, ayant avancé celle du vrai sur la courbe jusqu'au 21 Decembre, il faudra, lorsque le Soleil sur le Cadran solaire ou à la Meridienne marquera midi, que l'aiguille du vrai tems marque aussi midi, sinon l'Horloge n'est pas réglée sur le moyen mouvement, car alors l'aiguille du moyen qui emporte celle du vrai, & qui doit montrer l'équation de l'Horloge par rapport à celle du vrai pour ces dix jours, sera trop ou trop peu avancée; il faudra donc retarder ou avancer l'Horloge, en abaissant ou élevant le poids du Pendule, tant qu'on trouve, comme on vient d'expliquer, que l'aiguille du vrai s'accorde avec le Soleil. Mais on a des moyens fort commodes & fort justes par les observations des Etoiles fixes pour regler les Pendules sur le moyen mouvement du Soleil jusqu'aux secondes.

On doit bien remarquer, comme j'ai dît ci-devant, que lorsqu'on fait mouvoir l'aiguille du vrai mouvement, il ne faut pas avancer ni retarder l'aiguille du moyen.

---

## SUR LA VOLATILISATION *vraie ou apparente des Sels fixes.*

Par M. LEMERY.

14 Juillet  
1717.

DANS le dernier Memoire que j'ai eu l'honneur de lire à la Compagnie, j'ai avancé que les Sels alkalis tant fixes que volatiles n'étoient point tels, c'est-à-dire, alkalis dans la plante ou dans l'animal dont on les retire; mais qu'ils y habitoient sous la forme d'un Sel salé ou acide concret, & qu'ils ne devenoient ensuite alkalis que par les moyens mêmes dont on se sert pour les retirer, & qui en leur enlevant une portion de leurs acides, les met-

toient par-là en état d'admettre autant de nouveaux acides qu'ils en avoient perdus d'anciens ; qu'enfin ces Sels alkalis étoient , à proprement parler , des Sels à demi décomposés , & qu'il étoit facile de recomposer ou de rétablir dans leur premier état , en leur restituant les mêmes acides qu'on leur avoit ôté : par exemple , dans l'opération du Nitre fixé par les charbons , on chasse des pores de la matrice terreuse du Salpêtre une grande quantité d'acides nitreux , ce qui donne une forme alcaline à ce Sel ; & en y versant ensuite de l'Esprit de Nitre , on le recompose de maniere qu'on lui fait perdre sa forme alcaline , & qu'il redevient parfaitement tel qu'il étoit avant l'opération , c'est-à-dire , un véritable Salpêtre.

Quant à la volatilité des Sels , j'ai dit dans le même Mémoire , que c'étoit l'ouvrage de la fermentation , qui dans les animaux , par exemple , volatilisoit le même Sel , qui un peu auparavant étoit fixe dans la plante où il habitoit , & qu'il arrivoit souvent aussi que ce qui étoit volatile dans l'animal redevenoit fixe dans la plante , & tout cela suivant que le corps volatile s'associoit à des parties terreuses qui le fixoient , ou que le corps fixe déposoit une portion de ses parties terreuses , & recevoit en place des parties huileuses qui le rendoient plus léger & plus facile à être emporté en l'air. Ces parties huileuses se manifestent assez dans les Sels volatiles par le goût & l'odeur d'huile brûlée & fœtide que répandent ceux qui ont été tirés des plantes & des animaux.

Pour prouver la maniere dont je suppose que les Sels se volatilisent , je n'ai point allegué une expérience de M.<sup>r</sup> Homberg qui favorise parfaitement mon opinion , & qui se trouve à la fin de ses Essais de Chimie donnés en 1702. Je ne me suis point étendu non plus sur la maniere dont les Sels salés ou acides concrets deviennent alkalis , parce que ce détail m'auroit trop détourné de mon objet principal que je ne voulois point perdre de vue ; & je me suis engagé à traiter une autre fois cette matiere,

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
en examinant quelle est la matrice veritable du Salpêtre  
& du Sel armoniac nitreux.

Cependant j'avois en main depuis fort long tems une Experience curieuse, dans laquelle on pourroit dire que le Sel fixe & alkali du Tartre qu'on y employe devient volatile par le moyen du Soufre du Fer, & peut-être aussi d'un acide nitreux & vitriollique qui se trouve dans le mélange: & comme M.<sup>r</sup> Geoffroy vient de nous donner une Experience dans laquelle il paroît aussi avoir fait un Sel volatile par un autre procédé, & avec des ingredients differents; sçavoir avec le charbon & le Salpêtre; de plus, comme il nous a donné son sentiment sur la nature & la formation des Sels alkalis, j'ai crû que par la raison que nous avons parlé en même tems sur le même sujet, je devois aussi rapporter dans le même tems mon observation sur la volatilisation des Sels; mais je ne le fais aujourd'hui que pour prendre datte, d'autant que mon experience meritant bien d'être suivie, viendra encore dans la suite accompagnée de plusieurs autres qui n'ont été imaginées qu'à son occasion.

Deux ou trois assemblées avant celle ou le Czar nous honora de sa presence, je rapportai à l'Academie une Observation que j'avois faite sur le Fer dissout par plusieurs fortes d'Eaux fortes & d'Esprit de Nitre; c'est que quand la liqueur est autant chargée de Fer qu'elle le peut être, ce qu'on reconnoît parce qu'elle est devenuë d'un rouge foncé, qu'elle a acquis une consistence sirupeuse, & qu'elle ne fermente plus ou très peu avec de nouveau Fer; si on la passe alors par un papier gris, il reste ordinairement ensuite sur le filtre une espece de marc rougeâtre, & ce marc lavé en y versant de l'eau pure, laisse passer une liqueur quelquefois un peu rougeâtre, d'autre fois ou jaunâtre ou verdâtre, ce qui forme une seconde liqueur ou dissolution de fer qui se trouve assés souvent très différente de la premiere qui étoit très rouge, & qui a passé d'abord sans le secours de l'eau; car au lieu que l'huile  
de

de Tartre versée sur la première dissolution ne détruit point sa couleur rouge , & ne forme qu'une espèce de coagulum de la même couleur , avec lequel on peut faire de belles végétations ; l'huile de Tartre versée sur la seconde liqueur forme à l'instant même un coagulum verdâtre & très abondant , avec lequel je n'ai jamais pu faire de végétations ; ce qui m'a donné lieu de conjecturer que l'Eau n'emportoit alors qu'un Vitriol ordinaire, ou un Fer dissout par un acide vitriolique, & cela d'autant mieux que le Vitriol vert ordinaire fondu dans l'Eau & mêlé avec un Sel fixe forme à l'instant un coagulum verdâtre & parfaitement semblable à celui de notre dissolution : nous vérifierons plus particulièrement dans la suite cette conjecture.

Je remarquai encore que quoi-que les acides du Salpêtre fassent la base de l'Eau forte & de l'esprit de Nitre, & même que plusieurs Chimistes n'imaginent pas qu'il y ait dans ces deux liqueurs d'autres acides que ceux dont on vient de parler , il y a cependant tout lieu de croire que ces deux liqueurs contiennent réellement aussi des acides vitrioliques , & quelquefois en une quantité fort considérable ; comme les effets que je rapporterai en leur lieu , le dénotent très clairement.

Enfin, comme je n'avois en vûë pour lors que de faire sentir à la Compagnie qu'il se pourroit bien faire que dans la distillation de l'Eau forte & de l'esprit de Nitre, outre les acides nitreux qui s'élèvent du Salpêtre employé dans ces deux opérations, il s'élevoit aussi des acides vitrioliques fournis par la terre grasse ou le Vitriol employés aussi dans ces opérations, je ne fis remarquer autre chose que la couleur verdâtre du coagulum qui se formoit par le mélange de l'huile de Tartre , & de notre seconde dissolution du Fer , & je tû une autre circonstance que je n'avois pu m'empêcher de remarquer un grand nombre de fois , mais que je ne voulois point publier que je n'eusse fait à cette occasion plusieurs autres expériences pour m'assurer plus parfaitement de la vérité du

fait ; & comme j'étois alors occupé à un autre travail, j'avois remis à un autre temps l'examen dont il s'agit.

La circonstance que j'avois passé sous silence, c'est que quand on verse du sel de Tartre sur notre seconde dissolution du Fer qui produit un coagulum verdâtre, il s'élève aussi-tôt du mélange une forte odeur d'urine ou de sel volatile, qui augmente à mesure qu'on augmente la dose du sel de Tartre. Il y a environ deux mois qu'en faisant ce mélange en présence de quelques gens pour leur faire voir la couleur du coagulum dont il a été parlé, ils furent frappés en même temps les uns & les autres, sans que je leur en parlasse, de l'odeur urineuse de la liqueur ; & l'un d'eux prit le mélange dans le dessein de vérifier si c'étoit véritablement à des sels volatiles qu'étoit dûe l'odeur urineuse, ne le pouvant faire moi-même alors par les raisons qui ont été dites ; mais je n'ai point appris depuis que cette expérience eût été exécutée, & effectivement elle ne l'a point été ; & Samedi dernier ayant promis, à l'occasion du Memoire dernier de M. Geoffroy, que j'apporterois à la Compagnie l'expérience dont il s'agit, je l'ai refaite depuis, & je l'ai en quelque sorte rachevée en faisant distiller le mélange.

Je mêlai donc Lundi dernier dans une petite cucurbite, une bonne quantité d'huile de Tartre avec notre seconde dissolution de Fer, & il s'éleva aussi-tôt une grande quantité de vapeurs urineuses ; je couvris la cucurbite de son chapiteau ; & soit parce qu'elle étoit dans un lieu où le Soleil donnoit de temps en temps, soit par la seule fermentation du mélange, il monta une si grande quantité d'esprits volatiles urineux au chapiteau, que l'ayant ôté de dessus la cucurbite, & y ayant porté le nés, j'en fus vigoureusement frappé & obligé même de me reculer promptement, parce qu'il ne m'étoit pas possible de soutenir l'effort des parties spiritueuses qui s'en exhaloient.

Le lendemain, après avoir bien luté les jointures, je fis distiller la liqueur, d'abord à un petit feu, & peu de temps



après je voulus voir ce qui étoit monté dans le récipient, & qui devoit être la portion la plus chargée de sels volatiles: je trouvai en effet qu'elle portoit fortement au nés comme font les sels volatiles, & qu'elle avoit une saveur très piquante; il me parut même très sensiblement qu'elle ne différoit point, quant à l'odeur, d'un esprit volatile ammoniac assés fort, & l'ayant senti d'assés prés, j'en fus surpris & incommodé de la même manière: enfin j'en mêlai avec la solution du sublimé corrosif, ce qui fit un précipité très blanc & très abondant, & ce qui ne me laissa aucun lieu de douter que je n'eusse retiré par cette voye un veritable sel volatile alkali.

La seconde portion qui est venuë ensuite par une chaleur un peu plus forte, avoit une odeur d'urine moins considerable, mais quand on en mettoit sur la langue, elle la piquoit vivement, & faisoit en même temps le nés. Elle a fait un précipité très blanc & très abondant avec le sublimé corrosif.

La troisième & la quatrième portion, pour lesquelles on avoit encore augmenté le feu, avoient une odeur & un goût fade; cependant elles ont fait avec le sublimé un lait moins chargé à la verité que les deux premieres portions.

La matiere restée dans la cucurbite après la distillation y étoit sous la forme d'une masse calcinée qui tenoit au fond du vaisseau. Pour l'en détacher, j'y ai versé de l'Eau qui en a dissout toute la partie saline, & il est resté au dessous de la liqueur une poudre verdâtre ou noirâtre qui teignoit le liquide de la même couleur, quand on agitoit & qu'on broüilloit le tout; après quoi la poudre se précipitoit au fond comme auparavant; la dissolution saline dont on vient de parler, mêlée avec le sublimé corrosif, a fait un jaune foncé; & la poudre verdâtre séparée de la liqueur qui nageoit dessus, est devenuë ensuite fort jaune: il me reste quelques autres experiences à faire sur la masse restée au fond de la cucurbite après la distillation.

Il m'en reste encore d'autres à faire sur la solution du

Vitriol ordinaire comparée à nôtre seconde dissolution du Fer, & sur un grand nombre de dissolutions de Fer faites par differents acides. Tout ce qui m'a paru jusqu'ici, c'est que quand on verse de l'huile de Tartre sur la premiere portion de nôtre dissolution de Fer faite avec l'esprit de Nitre ordinaire, on n'apperçoit point d'odeur urineuse, ou si elle en fait sentir, ce qui est fort rare, c'est toujours très peu de chose en comparaison de ce que produit la seconde portion qui verdit avec l'huile de Tartre comme il a été dit. Je suivrai plus particulierement toutes ces experiences, & j'en rendrai compte à la Compagnie.

Au reste, quoi-qu'il paroisse très vrai-semblable que M. Geoffroy & moi nous ayons trouvé le secret de faire un veritable sel volatile qui n'existoit point, quant à sa forme, avant nos experiences, & qui pour cela même devoit être considéré comme un sel volatile de nôtre façon, ou comme une production de l'art, cependant il me reste encore des doutes & des scrupules sur la formation de ce sel, & quelques épreuves que je medite pour la verification de ces doutes pourroient bien nous ôter à l'un & à l'autre la gloire d'avoir fait un sel volatile, & ne nous laisser que celle d'avoir développé & fait paroître un sel volatile caché auparavant, & comme enseveli dans une matiere où communément on ne s'avisoit point de le soupçonner: mais enfin quoi-qu'il en soit nous gagnerons toujours beaucoup tous deux en découvrant la verité.

J'ajouterai ici une reflexion que l'amour de la verité ne me permet pas de passer sous silence, c'est que soit que par les procedés & avec les matieres dont nous nous sommes servis, nous ayons effectivement donné lieu à la formation d'un veritable sel volatile alkali; soit que nous n'ayons fait autre chose par nos procedés que de dégager un sel qui étoit auparavant tout formé, toujours est-il vrai de dire que d'autres avant nous avoient déjà fait la même chose par des procedés particuliers & avec des matieres semblables aux nôtres, c'est-à-dire, qu'on ne soupçonnoit

guere de contenir des sels volatiles, & pour en être convaincu, il n'y a d'abord qu'à lire la seconde édition des Secrets du feu Sieur Rousseau, p. 56 & 57, on y verra que le Vitriol de Venus donne par la distillation un véritable sel volatile, & qu'on retire un sel de la même espece, en redistillant & poussant par un dernier degré de feu le *caput mortuum* de tous les Vitriols, qui a été auparavant exposé à l'air.

Dans la seconde édition de l'Histoire Latine de l'Academie faite par M. du Hamel, on voit p. 219, que M. Bourdelin, après avoir humecté & desséché ensuite & à différentes reprises de la limaille d'Acier, de manière qu'elle ne se chargeoit plus de nouvelle eau, & qu'elle avoit beaucoup augmenté de poids, en avoit retiré en cet état par la distillation une liqueur chargée de sel volatile, & qui fermentoit vigoureusement avec l'esprit de sel. Cette experience s'accorde parfaitement avec celles du feu Sr. Rousseau; car si le Fer donne si aisément un sel volatile, comme ce metal sert de base à une grande quantité de Vitriols naturels, il n'est pas étonnant que ces mêmes Vitriols donnent aussi du sel volatile; & ce qui confirme encore ces mêmes experiences, c'est que du Vitriol artificiel fait avec du Fer, fournit aussi un sel volatile, comme il paroît par l'experience de ma façon que j'ai rapportée, & qui fait le sujet de ce Memoire.

Nous ne parlerons point ici de ce que M. Homberg a donné dans les Memoires de l'Academie de 1702 & de 1714 pour la Volatilisation des Sels, car ce ne sont point de sels volatiles alkalis, mais de sels salés dont il s'agit dans ces Memoires; nous rapporterons seulement une Experience curieuse du même M. Homberg qui se trouve dans la seconde édition de l'Histoire Latine de l'Academie Royale des Sciences.

Il jette une partie d'Alun & deux parties de sel de Tartre dans une cornue à laquelle il applique un vaste récipient, & la matiere poussée par un feu gradué, donne

d'abord un esprit urineux, puis un sel volatile très beau & très pénétrant. Il recommande de faire l'opération en grande quantité, c'est-à-dire, de mettre au moins dans la cornue quatre livres & demi de matière, sans quoi l'opération ne réussiroit pas; & cela, parce qu'une petite quantité de sel étendue dans un grand récipient pourroit à peine être reconnoissable & recueillie.

M. Homberg ne s'attribue point la formation du sel volatile dont il s'agit, il croit qu'il étoit tout formé & contenu dans l'une des deux matières qu'il avoit employées, mais il ne pense pas que ce fut dans l'Alun, où il ne reconnoît qu'un acide vitriolique & une terre. C'est donc dans le sel de Tartre qu'il prétend que le sel volatile en question est engagé & arrêté, & il suppose que ce sel volatile se débarasse & s'élève par le secours de l'acide de l'Alun, qui se joignant au sel fixe, l'oblige par-là à lâcher & laisser partir le sel volatile.

Mais on ne voit pas trop par quel endroit deux sels alkalis se trouvent si étroitement unis ensemble; ce qu'on sçait, & ce que j'ai déjà remarqué dans un autre Memoire, c'est que les parties integrantes des sels alkalis sont si peu propres à s'unir qu'elles ne se cristallisent point ou presque point, & qu'on les sépare les unes des autres avec la dernière facilité.

On conçoit encore moins comment le sel volatile que M. Homberg suppose joint avec le sel fixe du Tartre, & auquel on ne peut refuser par sa nature de sel volatile une disposition très grande à s'envoler, comment, dis-je, ce sel volatile a été assez fortement arrêté par le sel fixe pour avoir résisté en cet état à l'action du feu de calcination qu'on a coutume d'employer dans l'opération ordinaire du sel de Tartre, & en general de tous les sels fixes.

On trouve donc plus vrai-semblable de supposer ou que le sel volatile dont il s'agit est artificiel & de la façon de M. Homberg, ou qu'il habitoit réellement dans l'Alun; & en effet le Vitriol qui ne diffère de l'Alun que par sa matrice, & qui contient aussi-bien que lui une grande quan-

tité de la même espèce d'acide ; le Vitriol, dis-je, sans le secours & le mélange du sel de Tartre donne par la distillation un sel volatil , comme il a déjà été dit : de plus on sçait qu'il entre de l'urine dans la fabrique ordinaire de l'Alun, de manière qu'il paroîtroit en quelque sorte qu'il y a réellement du sel volatil dans le Fer, & peut-être même dans d'autres matieres metalliques ; que c'est de-là que les Vitriols naturels & artificiels empruntent celui qu'ils donnent par la distillation ; que celui qu'on retire de l'Alun lui a aussi été apporté ou par sa matrice ou par l'urine dont on se sert dans la fabrique de ce sel ; que le sel volatil dans l'Alun & dans le Vitriol se trouve joint avec l'acide vitriolique dont ces sels sont composés ; qu'il y forme une espèce de sel ammoniac, & que le feu venant à agir sur ce composé, oblige le sel volatil à se desunir de l'acide qui ne peut s'élever aussi haut ni aussi promptement que lui. On pourroit dire encore que quand on mêle un sel fixe alkali avec le Vitriol ou l'Alun, ce sel fixe ne fait en cette occasion que s'unir à l'acide vitriolique qui tenoit au sel volatil, & donner lieu par-là à une plus grande quantité de sel volatil de se dégager & de s'élever sous la forme ordinaire & avec les propriétés de cette espèce de sel. Ce qu'il y a de vrai, c'est que la promptitude avec laquelle le sel volatil s'élève du Vitriol artificiel de notre experience, dès que ce Vitriol a été touché par le sel de Tartre , que cette promptitude, dis-je, est une espèce de préjugé contre la production artificielle du sel volatil qui sembleroit demander un temps plus considerable pour sa formation. De plus on sçait que quand le sel ammoniac ordinaire a été humecté & mêlé avec un sel fixe alkali, le sel volatil que contient le sel ammoniac s'en dégage aussi-tôt & s'élève avec la même promptitude & dans les mêmes circonstances que dans notre experience, ce qui sembleroit favoriser encore l'idée d'un simple développement : & s'il ne se passe pas autre chose dans notre experience, il est aisé de prouver très clairement que toutes les autres, sans en excepter

256 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
aucune, sont précisément dans le même cas; c'est ce que  
nous trouverons peut-être occasion de vérifier plus par-  
ticulièrement dans la suite.

---

DE LA GRANDEUR  
DES ETOILES FIXES,  
ET DE LEUR DISTANCE A LA TERRE.

Par M. CASSINI.

13. No-  
vembre  
1717.

Les premiers qui ont considéré les Etoiles fixes, n'ont  
eu que des idées fort imparfaites de leur grandeur &  
de leur distance à la Terre.

Accoutumés à ne juger des objets que par l'impression qu'ils excitent sur les sens, ils se sont imaginés qu'elles étoient attachées fixement dans la concavité d'une voûte celeste qui se terminoit à l'horison, qu'ils ont appelée *azurée*, à cause de sa couleur bleuë en apparence.

A peine l'élevation de cette voûte surpassoit-elle celle des plus hautes Montagnes, si l'on en croit ce qui est rapporté par plusieurs anciens Auteurs d'Atlas qui soutenoit le Monde sur ses épaules.

On peut aussi juger de l'idée qu'ils avoient de la grandeur des Etoiles par les noms qu'ils ont attribué à des Constellations qui en renferment un grand nombre. Car pour ne point parler des personnages qui se sont signalés sur la Terre par de grandes actions, & que la flatterie a cru pouvoir immortaliser en les transportant dans le Ciel après leur mort, ils ont donné à quelques-unes de ces Constellations les noms de divers Animaux, & même des plus vils & abjets tels que le Scorpion, qui n'a pas laissé d'être admis au nombre des Signes celestes, & d'occuper une des places des plus éclatantes du Ciel.

A mes-

A mesure que nos connoissances augmentèrent, à mesure les Etoiles parurent s'éloigner de nous. On rejetta l'opinion de ceux qui croyoient que le Soleil se couchoit tous les jours dans la Mer oceane, & qui, au rapport de Possidene cité par Strabon, asseuroient que vers les Côtes d'Espagne on entendoit le bruit qu'il faisoit en se plongeant dans la Mer, & on plaça le Soleil à une distance de la Terre assés grande pour qu'il ne fut point sujet à de pareils accidents.

Ayant ensuite considéré le mouvement des autres Planetes, dont trois furent reconnues être au dessous du Soleil & trois au dessus, on attribua à chacune de ces Planetes une Sphere particuliere à laquelle on donna une certaine épaisseur, afin qu'elles ne se fissent point d'obstacle les unes aux autres dans leurs révolutions, & on plaça au dessus une huitième Sphere qui enveloppoit les autres, & fut destinée pour les Etoiles fixes.

L'Astronomie s'étant ensuite perfectionnée, on trouva la méthode de déterminer exactement la distance de la Terre à la Lune, qui est la plus proche de toutes les Etoiles, puisqu'elle les éclipse par sa rencontre. Les Etoiles fixes se trouverent par-là encore plus éloignées qu'on ne l'avoit crû jusqu'alors; mais telle est la force des préjugés qu'ils n'osèrent leur assigner des limites aussi étendues que celles qui resultoient de leurs Observations.

Il leur paroissoit absurde que la Terre qu'ils croyoient fixe au centre du Monde, & autour de laquelle ils prétendoient que tous les Astres faisoient leurs révolutions, fut cependant plus petite que la plupart de ces Etoiles, & qu'on pût s'imaginer, par exemple, que le Soleil la surpassa un million de fois en grandeur.

Pour nous qui ne reconnoissons point de bornes à l'immensité des ouvrages de Dieu, qui nous a appris par son Prophete que les Cieux & le Firmament nous faisoient connoître sa gloire & l'excellence de ses ouvrages, nous examinerons sans aucun préjugé quelle est la grandeur

des Etoiles fixes qui resulte de nos Observations.

On ne peut guere séparer la consideration de la grandeur des Etoiles fixes de celle de leurs distances, puisque ces deux connoissances sont si étroitement unies ensemble, que l'une étant déterminée, l'autre en resulte necessairement.

En effet, la Geometrie nous apprend qu'ayant déterminé la grandeur apparente d'un objet éloigné & sa distance, on sçait sa grandeur veritable, & que réciproquement connoissant la grandeur apparente de cet objet & sa grandeur veritable, on peut déterminer sa distance.

A l'égard de la grandeur apparente des Etoiles fixes, il est difficile de la connoître exactement, à cause que les rayons qu'elles jettent de toutes parts & la vivacité de la lumiere qui les environne, empêchent de distinguer le terme de leur circonference.

Entre les méthodes qu'on peut employer pour la déterminer, nous avons preferé celle qui resulte de la comparaison de leur grandeur à celle des autres Planetes qui est connue assés exactement.

Nous avons choisi pour cette recherche Sirius dans le grand Chien, qui est la plus belle & la plus éclatante des Etoiles fixes qui paroissent sur nôtre horison.

Pour diminuer la vivacité de sa lumiere, nous avons appliqué au Verre objectif d'une Lunette excellente de 34 pieds un Carton qui couvroit la plus grande partie de ce Verre, & ne laissoit qu'une ouverture ronde d'un pouce & demi de diametre.

La Lunette étant ainsi préparée, nous l'avons dirigée à Sirius dont le disque nous a paru assés bien terminé & dépouillé de la pluspart des rayons étincellents qui l'environnent ordinairement.

Jupiter étant alors sur l'horison, nous l'avons observé avec la même Lunette, & l'ayant comparé avec Sirius, nous avons trouvé que son diametre étoit dix fois plus grand que celui de cette Etoile.

Le diametre apparent de Jupiter étoit alors de 50 se-



condes, d'où il résulte que celui de Sirius étoit d'environ 5 secondes.

Si l'on pouvoit présentement connoître la distance de cette Etoile à la Terre, on auroit sa grandeur véritable, mais il faut avouer qu'on ne peut pas assigner de limites exactes à la distance des Etoiles fixes. Tout ce que l'on en sçait de certain, & qui est généralement reçu de tous les Astronomes, est que leur distance à la Terre surpasse celle de toutes les Planètes, dont la plus éloignée de nous, qui est Saturne, l'est d'au moins 100 mille diamètres de la Terre ou 300 millions de lieux.

Supposant cette distance & le diamètre apparent de Sirius de 5 secondes, tel que nous venons de le déterminer, si l'on fait comme le sinus total est au sinus de 5 secondes, ainsi 100 mille diamètres de la Terre sont à un quatrième nombre, on aura la grandeur du diamètre de cette Etoile de deux diamètres & un tiers de la Terre, ou de 7000 lieux, & cela dans la supposition que la distance de Sirius à la Terre n'est pas plus grande que celle de Saturne, ce qui est la moindre étendue qu'on puisse lui assigner, car on a lieu de conjecturer que cette Etoile est à une distance beaucoup plus grande, comme on le verra dans la suite de ce discours.

Si l'on suppose avec quelques Philosophes que les Etoiles fixes sont autant de Soleils, & qu'étant de la même nature & également lumineuses en elles-mêmes, elles sont aussi à peu près de la même grandeur, la distance du Soleil à la Terre étant pour le moins de 10 mille diamètres de la Terre, & le diamètre apparent de Sirius étant à celui du Soleil comme 1 à 384, on aura la distance de Sirius à la Terre de trois millions 840 mille diamètres de la Terre.

Pour ce qui regarde les autres Etoiles fixes, si on juge que plusieurs d'entre elles ont une grandeur uniforme, & qu'elles ne paroissent plus petites les unes que les autres que parce qu'elles sont plus éloignées, leur distance à la

Terre doit être presque incompréhensible. Car sans parler de celles que l'on apperçoit à la vûë simple, & qui sont très petites par rapport aux Etoiles de la premiere grandeur, nous en distinguons encore une infinité d'autres par le secours de nos plus grandes Lunettes qui paroissent de la même grandeur que les plus petites que nous discernons à la vûë simple, & plus nous employons de grandes Lunettes, plus nous en découvrons, en sorte qu'il n'est pas possible d'en définir le nombre.

Quelques-unes des Lunettes que nous employons augmentent plus de 200 fois la grandeur des objets, ainsi si l'on suppose que le diametre apparent des plus petites Etoiles que l'on peut discerner à la vûë simple est six fois plus petit que celui des Etoiles de la premiere grandeur, on aura le diametre apparent de quelques-unes de celles que nous observons par nos Lunettes douze cent fois plus petit que celui des plus grandes Etoiles, & supposant leur grandeur uniforme, ces Etoiles seront douze cent fois plus éloignées de nous que Sirius, dont la distance a été trouvée de trois millions huit cent quarante mille demi-diametres de la Terre.

Quelque prodigieux que soit cet éloignement, il doit être encore sans comparaison plus grand, si l'on considère la distance des Etoiles fixes à la Terre qui résulte de l'hypothese de Copernic, laquelle est la plus généralement reçüe des Philosophes à cause de sa merveilleuse simplicité.

Suivant ce système le Soleil & les Etoiles sont fixes; la Terre fait une révolution autour de son axe en 24 heures, ce qui produit l'apparence du mouvement journalier des Planetes & de toutes les Etoiles.

Elle acheve aussi dans l'espace d'une année sa révolution autour du Soleil, en décrivant un cercle qu'on appelle Ecliptique ou Orbe annuel.

On attribüe même le mouvement apparent des Etoiles fixes à un mouvement presque insensible de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique qui s'accomplit en 25000 années.

Il résulte de ce système que la Terre parcourt dans l'espace de six mois la moitié de son Orbe, & est transportée par ce mouvement à l'opposite du lieu d'où elle étoit partie dont elle se trouve éloignée du double de sa distance au Soleil, c'est-à-dire, de plus de 20 mille diamètres de la Terre.

Si donc l'on suppose une Etoile fixe placée à une distance quelconque, la Terre décrivant par son mouvement propre l'Orbe annuel, cette Etoile doit répondre à divers points du Ciel, à l'égard desquels elle forme un angle qu'on appelle parallaxe de l'Orbe annuel.

On peut se former une image sensible de cette parallaxe, en faisant attention à ce qui nous arrive dans les voyages où nous voyons de côté & d'autre du chemin deux Arbres, deux Clochers ou deux autres objets dont l'un est fort éloigné, se répondre en ligne droite. A mesure que nous avançons, l'objet le plus proche semble se détacher & s'éloigner de celui qui est le plus éloigné, à proportion de la distance, & la Geometrie pratique nous apprend à déterminer l'éloignement de ces objets, pourvu que nous connoissions le chemin que nous avons parcouru & les angles qu'ils ont formé à ses extrémités.

Il résulte de-là que connoissant la distance du Soleil à la Terre, si l'on peut discerner dans la situation d'une Etoile fixe quelque variation d'une saison de l'année à l'autre causée par le mouvement de la Terre autour du Soleil, on aura la distance de cette Etoile à la Terre, & que connoissant son diamètre apparent, on aura aussi sa grandeur véritable.

Cette recherche est d'autant plus importante, que si l'on pouvoit parvenir à établir la Parallaxe de l'Orbe annuel, on auroit une preuve solide du mouvement de la Terre, au lieu que cette Parallaxe étant nulle ou insensible, on en tire un des plus forts arguments contre ce mouvement, à cause de la prodigieuse distance des Etoiles fixes & de leur énorme grandeur qui en résulte.

C'est aussi dans ce dessein que divers Astronomes ont essayé de découvrir s'il y avoit quelques variations dans les Etoiles fixes qui pût favoriser cette Parallaxe.

Il est fait mention dans le voyage d'Uranibourg & dans les Memoires de l'Academie du 31 Juillet 1693 des Variations observées dans la hauteur de l'Etoile Polaire en différentes saisons de l'année, mais comme elles ne s'accordoient pas toutes à ce qui devoit resulter du mouvement de la Terre, & qu'il y en avoit même qui y étoient contraires, on n'en avoit pû tirer aucune conséquence qui servit à l'établir.

M. Flamsteed, celebre Astronome Anglois, crût être plus heureux dans ses découvertes, & entreprit de prouver dans une Lettre qu'il écrivit à M. Wallis, & qui est inferée dans le troisième Tome de ses Ouvrages, que les Variations qu'il avoit observées dans la hauteur de cette Etoile étoient causées par le mouvement de la Terre autour du Soleil; mais nous avons fait voir dans les Memoires de l'Academie de 1699 que l'on ne pouvoit rien conclure de ses Observations qui favorisa cette hypothese.

Il est souvent dangereux de se prévenir en faveur de quelque système, on rejette comme absurde tout ce qui y est contraire, on prend les moindres apparences pour des preuves solides, & c'est peut-être un des plus grands obstacles pour faire de nouvelles découvertes.

Quoi-que ces tentatives se soient trouvées inutiles, nous n'avons pas laissé d'examiner si les Variations que l'on a observées depuis dans la situation de quelques autres Etoiles fixes pouvoient être favorables au mouvement de la Terre; & comme il y avoit à craindre que les alterations que les instruments peuvent souffrir en diverses saisons de l'année n'en fussent en partie la cause, nous résolûmes de faire de nouvelles Observations avec toutes les précautions qu'il est possible de prendre.

Nous choisîmes pour cette recherche Sirius, que plusieurs raisons nous firent preferer aux autres Etoiles fixes.

La première est que sa lumière étant plus vive & plus éclatante que celle de toutes les autres qui paroissent sur nôtre horizon, on peut l'observer tous les jours à son passage par le Meridien, & choisir les temps où sa Parallaxe doit être la plus sensible, car on l'apperçoit aisément avec des Lunettes de deux ou trois pieds même en la présence du Soleil, lorsque ces deux Astres passent en même temps par le Meridien, qui est le temps où la clarté du jour est la plus grande.

La seconde raison est que si l'on suppose que les Etoiles sont à peu-près égales entre elles, & que les plus petites ne le paroissent ainsi que parce qu'elles sont à une plus grande distance, Sirius doit être une des plus près de nous, & par conséquent des plus propres pour discerner s'il y a quelque parallaxe.

La troisième raison est qu'elle est située proche du cours des Solstices, lequel passe par le Pole de la Terre, sa longitude étant au dixième degré de l'Ecrevisse, d'où il résulte que les variations que le mouvement de la Terre doit causer dans la latitude de cette Etoile sont à peu-près égales à celles que l'on doit appercevoir dans sa déclinaison, tout au contraire de ce qui arrive dans l'Etoile polaire dont M. Flamsteed s'étoit servi pour chercher la Parallaxe.

Enfin la quatrième & dernière raison est que sa déclinaison ne varie que de deux secondes 25 tierces dans l'espace d'une année, desorte qu'ayant déterminé la situation de cette Etoile par rapport à un point fixe dans le Ciel, on doit y distinguer plus facilement toute la variation qui y est causée par la parallaxe.

Pour faire les Observations de cette Etoile avec toute l'exactitude possible, nous y employâmes une Lunette de trois pieds dont le tuyau est de Cuivre, dans laquelle on avoit placé au foyer commun des deux Verres quatre fils qui se croisoient au centre & faisoient entre eux des angles de 45 degrés.

Le tuyau de cette Lunette qui étoit rond entroit vers ses extremités dans deux quarrés de Cuivre de 20 lignes de diametre & de deux lignes d'épaisseur auxquels il étoit soudé. Ces deux quarrés de Cuivre étoient posés sur une alidade ou regle de Fer à laquelle ils étoient attachés par le moyen de quelques vis.

Cette Lunette étant ainsi préparée, nous l'appuyâmes sur un quart de Cercle de six pieds de rayon qui est dans la Tour Occidentale de l'Observatoire, & qui est scellé dans le mur depuis plus de 30 années.

Nous la dirigeâmes à Sirius au commencement d'Avril de l'année 1714, de telle sorte que cette Etoile passa exactement à son Meridien par le centre de la Lunette, & nous l'arrêtâmes en cette situation par le moyen de deux vis qui entroient dans les extremités de l'alidade & du quart de Cercle mural.

Nous avons choisi ce quart de Cercle pour y attacher nôtre Lunette à cause de sa grande solidité qui est moins sujette à ébranlement, & parce qu'ayant été scellé depuis long-temps, il y avoit à presumer qu'il n'y arriveroit point d'alteration sensible dans l'espace d'une année, joint à ce que l'on pouvoit verifier par les Observations journalieres, si le quart de Cercle étoit toujours dans le même état.

En examinant toutes les Observations que nous avons faites de cette Etoile, on voit que le 20 Avril 1714 elle a rasé le bord supérieur du fil horisontal de cette Lunette; qu'elle a passé le 15 Mai & le 6 Juin par son centre; qu'elle a paru un peu au dessous le 27 Juin, & que le 9 Juillet on l'a vû raser la partie inférieure de ce fil; qu'elle a passé le 5 Octobre par le centre, & que le 29 Decembre elle a rasé la partie supérieure de ce fil; que le 18 Janvier 1715, jour du plus grand froid de l'Hiver, elle passa par le centre; que le 27 Mars & le premier Avril elle rafa la partie supérieure du fil horisontal dont elle parut un peu détachée; que le 7 Juin elle passa un peu au dessous du centre, & que le 29 Juin elle parut rase

raiser le bord inferieur de ce fil, desorte que dans le cours d'une année il n'y a eu d'autre variation dans la hauteur Meridienne de Sirius que celle de l'épaisseur du fil horizontal de la Lunette qui paroissoit à peu-près égale au diametre de cette Etoile qu'on a jugé de 5 ou 6 secondes.

Pour examiner presentement s'il y a quelques-unes de ces variations qu'on puisse attribuer au mouvement de la Terre autour du Soleil, il faut considerer que la déclinaison Meridionale de Sirius qui étoit au mois d'Avril 1714 de  $16^d 21' 23''$  devoit être un an après à la fin de Mars 1715 de  $16^d 21' 25' 55''$ , & qu'ainsi la hauteur Meridienne de cette Etoile devoit paroître plus petite à la vûë simple, & plus grande dans une Lunette à deux Verres qui renverse les objets telle que sont celles dont nous nous servons dans nos Observations.

Ainsi cette Etoile qui au commencement d'Avril de l'année 1714 passoit exactement par le centre de la Lunette, devoit à la fin de Mars & au commencement d'Avril 1715 paroître un peu au dessus du centre, conformément à l'Observation où on l'a vû raser la partie supérieure du fil horizontal dont elle paroissoit un peu détachée, ce qui est une preuve que la Lunette n'avoit point souffert d'alteration sensible dans l'espace d'une année.

Dans les autres Observations la déclinaison de Sirius augmentant, cette Etoile devoit paroître s'élever peu à peu au dessus du centre de la Lunette, au lieu qu'elle a paru quelquefois au dessous, comme on l'a remarqué à la fin de Juin des années 1714 & 1715.

Il faut donc examiner si cette déclinaison qui a paru dans Sirius plus petite au mois de Juin que dans les autres temps de l'année est conforme à ce que demande la parallaxe annuelle & le mouvement de la Terre.

Pour donner une idée de la Methode geometrique que nous avons employée à cette recherche, nous considerons le Soleil immobile au centre de nôtre Tourbillon, & de la Sphere celeste dans laquelle est placée Sirius.

Si l'on prolonge jusqu'à cette Sphere celeste les axes de la Terre qui passent par les Poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equateur, la Terre faisant sa révolution autour du Soleil dans l'espace d'une année, ces deux axes ainsi prolongés forment par leurs révolutions des Cercles égaux à ceux de l'Orbe annuel, d'où il résulte qu'une Etoile étant supposée fixe & invariable, les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur s'en trouvent tantôt plus près tantôt plus éloignés.

Dans l'exemple proposé de Sirius dont la longitude est au dixième degré de l'Ecrevisse, & la latitude Meridionale de  $39^{\text{d}} 33'$ , la Terre étant à la fin de Juin à l'opposite du Soleil, c'est-à-dire, au commencement du Capricorne, l'angle que le Pole apparent de l'Ecliptique fait au centre de la Terre avec cette Etoile est plus petit qu'à la fin de Decembre où la Terre répond au commencement de l'Ecrevisse. La latitude Meridionale de cette Etoile & sa déclinaison qui suit la même règle (comme on l'a dit ci-dessus) a donc dû paroître plus petite à la fin de Juin qu'à la fin de Decembre, conformément aux Observations & principalement à celle du mois de Juin 1715, où le mouvement de cette Etoile en déclinaison auroit dû la faire paroître plus grande.

Il reste présentement à considérer si ces variations que nous venons de trouver conformes à celles qui doivent résulter du mouvement de la Terre ne peuvent point être attribuées à l'effet des refractions, & l'on remarquera pour cela que s'il y a quelque inégalité dans les refractions d'une saison de l'année à l'autre, elles doivent être plus grandes en Hiver où l'air est plus condensé qu'en Eté où ce même air est plus dilaté.

Nous en avons même un exemple dans l'Observation de Sirius du 18 Janvier 1715, où le froid étant le plus grand de l'année, la hauteur Meridienne de cette Etoile fut observée plus grande qu'à la fin de Decembre de l'année précédente, ce qui ne peut être attribué qu'à l'effet d'une refraction extraordinaire.



Ayant donc observé au commencement d'Avril de l'année 1714 que Sirius passoit par le centre de la Lunette fixe, la refraction qui devoit être moindre en Été auroit dû faire paroître cet Astre moins élevé à la fin de Juin des années 1714 & 1715 tout au contraire de l'Observation.

Par la même raison la refraction étant plus grande en Hiver qu'en Été, la hauteur Meridienne de Sirius auroit dû paroître plus grande à la fin de Decembre qu'à la fin de Juin tout au contraire de ce qui a été observé.

On ne peut donc point attribuer les Variations que nous avons observées dans la hauteur Meridienne de Sirius aux différentes refractions de l'Été à l'Hiver, qui bien-loin d'avoir causées celles que l'on a remarquées auroient dû faire un effet contraire, & détruire en tout ou en partie l'apparence causée par la parallaxe de l'Orbe annuel, car supposant ces refractions plus grandes en Hiver qu'en Été d'une certaine quantité, la parallaxe de l'Orbe annuel que nous avons remarquée seroit augmentée de toute cette quantité, ce qui seroit favorable au mouvement de la Terre si l'on pouvoit être assuré qu'il n'y ait point eu dans l'air quelque cause extraordinaire qui ait produit ces effets.

Si l'on veut presentement trouver quelle est la distance de la Terre à Sirius qui résulte de ces Variations, & quelle doit être la grandeur de cette Etoile, on fera comme le sinus de la parallaxe observée de 6 secondes est au sinus de la latitude Meridionale de Sirius qui est de  $39^{\circ} 33'$ ; ainsi le diamètre de l'Orbe annuel qui est au moins de 20000 diamètres de la Terre est à la distance de la Terre à Sirius qu'on trouvera de 437 millions 800 mille diamètres de la Terre.

La distance de la Terre à Sirius étant ainsi connue, & son diamètre apparent de 5 secondes, on trouvera la grandeur de son diamètre véritable de 10612 diamètres de la Terre. Le diamètre de la Terre est à celui du Soleil environ comme 1 à 100, donc le diamètre de Sirius suivant ces Observations surpasse de cent fois celui du Soleil

de même que le diametre du Soleil surpasse de cent fois celui de la Terre, & la solidité de cette Etoile est un million de fois plus grande que celle du Soleil, de même que la solidité du Soleil est un million de fois plus grande que celle de la Terre.

On peut avec beaucoup de raison appliquer à la plupart des Etoiles fixes ce que l'on vient de remarquer de Sirius, & juger par-là de leur grandeur énorme & de leur prodigieuse distance à la Terre qui est tout-à-fait surprenante, mais qui n'est pas incompréhensible à ceux qui sont accoutumés à considérer l'immensité des Ouvrages de Dieu.

## D E S C R I P T I O N

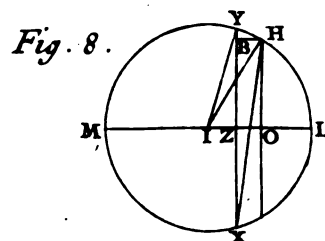
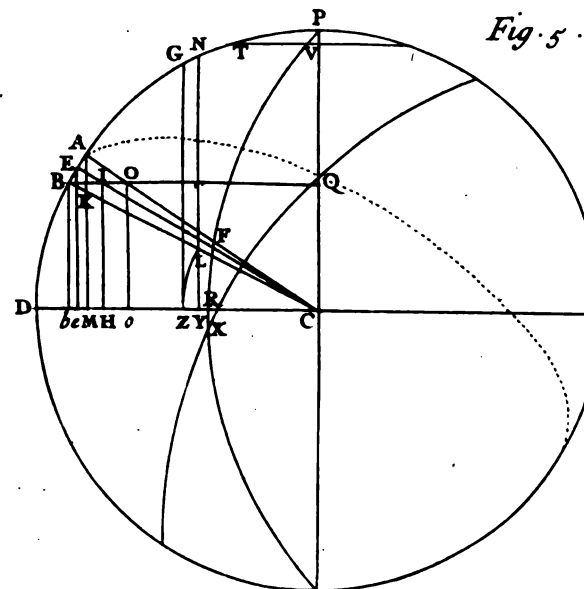
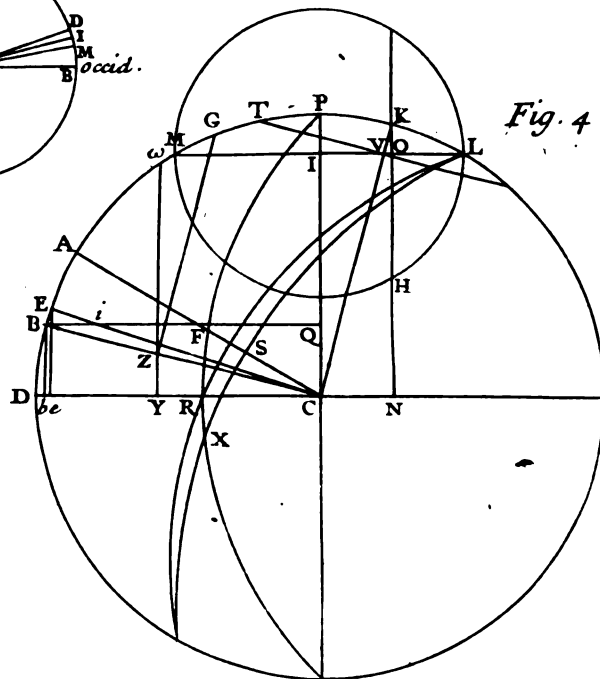
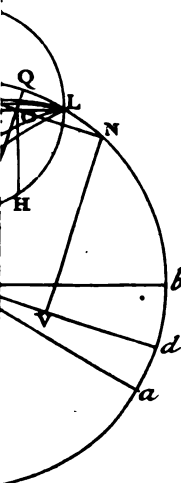
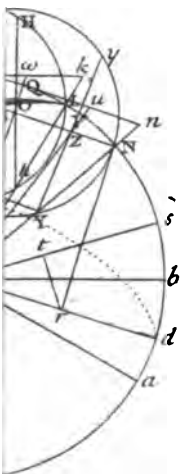
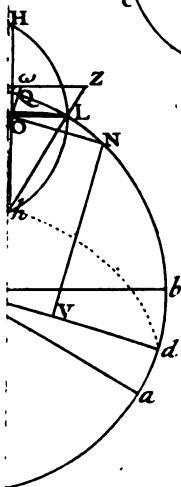
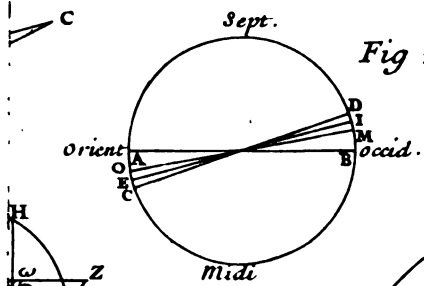
*De deux nouvelles Especes de LAMIMUM, cultivées  
au Jardin du Roy.*

Par M. DANTY D'ISNARD.

18 De-  
cembre  
1717.

**L**E grand nombre de Plantes connues aujourd'hui, & les nouvelles découvertes que l'on en fait tous les jours enrichissent considérablement la science de la Botanique ; cette multitude de Plantes pourroit par la suite apporter quelque confusion dans cette vaste science, également utile & nécessaire, si pour l'éviter les sçavants & éclairés Botanistes qui s'y appliquent sérieusement ne se donnoient dorénavant le soin de faire graver de bonnes figures de celles qu'ils découvriront, & de les décrire avec tant d'exactitude, qu'en évitant la trop grande brieveté, ils rapportent toutes les circonstances nécessaires dans leurs descriptions, afin qu'on ne puisse les confondre avec d'autres Plantes.

Il seroit à souhaiter que quelques-uns des Auteurs de





Botanique qui nous ont précédé, & qui nous ont donné leurs ouvrages sur les Plantes, les eussent travaillé conformément à cette idée : car combien se trouve-t-il de ces ouvrages, dans lesquels les Auteurs rapportent des Plantes comme nouvelles, qu'ils nomment seulement sans en donner de description ni de figure qui peut être sont déjà décrites & figurées ; mais comment s'en assurer !

Que si plusieurs d'entre eux ont donné des descriptions de ces Plantes, il est arrivé quelques fois qu'ils les ont décrites, ou negligemment, ou d'une manière si courte, qu'ils ont omis beaucoup de circonstances nécessaires, ce qui rend ces descriptions si obscures & si imparfaites qu'il en naît continuellement des doutes qui embarrassent les plus habiles Botanistes qui consultent les ouvrages de ces Auteurs.

On sent de quelle conséquence il est d'éviter ces défauts pour m'en écarter, j'ai tâché de décrire & de faire graver avec le plus de soin & d'exactitude dont j'ai été capable les Plantes dont je vais vous faire l'histoire, qui n'ont été décrites ni gravées, que je sçache, par aucun Auteur.

## PREMIERE ESPECE.

*Lamium Italicum*, maximum, flore amplo purpureo.

*Lamium d'Italie*, très grand, à grande fleur couleur de pourpre.

La racine *I* de cette Plante est une touffe de fibres divisées & subdivisées en plusieurs rameaux garnis de chevelu, dont les plus grosses ont une ligne de diamètre, & les plus longues ont six à sept pouces : l'écorce de ces fibres est blanc sale, elle recouvre un corps blanc & ligneux.

Cette racine pousse plusieurs tiges *A* quarrées, longues de trois pieds ; chacune de ces quatre faces ont trois lignes d'épaisseur près du collet, laquelle diminue jusqu'à l'extrémité des tiges : elles sont noueuses d'espace en es-

pace, leurs angles sont colorés de purpurin aux environs des nœuds, glabres (c'est-à-dire sans poils) & branchuës, ses branches sont opposées, elles prennent naissance des aisselles des feuilles.

Si on coupe transversalement ces tiges, on les trouvera creusées en dedans, & on reconnoitra qu'elles sont tapissées interieurement de très peu de moëlle blanchâtre.

Les tiges sont accompagnées de feuilles dont les plus grandes sont longues de trois pouces & demi sur deux pouces quatre lignes de largeur. Ces feuilles representent en quelque maniere un cœur, elles sont échancrées dans l'endroit où s'insere la queue, dentelées en dents de scie sur les bords. On remarque très peu de poils sur les bords des feuilles & sur les côtes arrondies qui sont au dessous de la feuille. Ces feuilles sont colorées d'un verd brun en dessus, & d'un verd plus clair en dessous; elles sont opposées par paires, & sont attachées aux nœuds des tiges par une queue qui aux plus grandes feuilles est longue de deux pouces & large d'une ligne, & aux plus petites elle est longue de trois lignes & large d'un tiers de ligne. Cette queue est creusée en dessus d'un sillon assés profond, & arrondie en dessous.

A la hauteur d'environ quinze pouces de la sommité, la tige est ornée à chaque nœud de plusieurs fleurs qui partent des aisselles des feuilles.

Chaque fleur *B, C, D*, est d'une seule piece en gueule, longue de seize lignes; cette fleur est un tuyau *D* ouvert dans son fond; ce tuyau jusqu'à l'endroit où il s'évase est long de six lignes, blanc dehors, rayé dedans de quelques lignes purpurines, ensuite ce tuyau s'élargit en maniere d'une grosse gorge, qui a quatre lignes de long & autant de large; au dessus de cette gorge ce tuyau est découpé en deux levres, dont l'une est superieure & relevée, & l'autre est inferieure & rabatuë; la levre superieure est creusée en cuilleron, elle est crenelée & garnie de poils, sa partie convexe est couleur de pourpre, & la partie con-

cave est d'un pourpre plus pâle ; la levre inferieure est rabatuë, échancrée en cœur dans son milieu, dont chacun des côtés est crenelé sur les bords, creusé, marqué de points & rayé de lignes purpurines.

Cette fleur contient dans sa cavité quatre étamines blanches, deux desquelles ont six lignes de long, & les deux autres n'en ont que quatre, les sommets sont jaunes, longs d'une ligne.

Le calice *E, F, G*, de cette fleur est verd, d'une seule piece, qui a quatre lignes & demi a cinq lignes de long, dont le pavillon *G* est découpé en cinq parties qui se terminent en pointes ; la plus longue de ces découpures est relevée, elle a deux lignes de long, les deux laterales ont une ligne trois quarts, & les deux inferieures se rabattent & ont une ligne & demie de long.

Du fond de ce calice *F* s'élève un placenta dont le bord est relevé d'un petit cercle membraneux qui reçoit le bas de la fleur. Du centre de la même superficie s'élève un filet *E, F*, fourchu par son extremité, long de quatorze lignes ; ce filet est blanc dans sa partie superieure & lavé d'un peu de purpurin dans sa partie inferieure. La base de ce filet *F* est entourée de quatre embrions de semences qui portent sur le placenta. Quelques-uns ont donné à ce filet le nom de *style* ; quelques autres ne le distinguant point des embrions & du placenta, appellent le tout ensemble *pistile*, & le sçavant M. Malpighi donne judicieusement à cette même partie le nom de *trompe*. Ce filet, conjointement avec les embrions, s'emboënt dans le trou posterieur de la fleur *D*.

Ces embrions deviennent autant de semences *H* grises, hüsantes, triangulaires, arrondies sur le dos, applaties par les côtés qui se touchent, longues d'une ligne & un quart, larges de deux tiers de ligne dans leur partie superieure, se terminant dans leur partie inferieure par une petite pointe qui est d'une couleur grise beaucoup plus claire que le reste de la graine. Elles meurissent dans le calice.

& en tombent aisément lorsqu'elles sont meures.

Ce *Lamium* est vivace, il fleurit en Mai & en Juin.

Cette Plante a une odeur très puante ; j'ai maché sa racine, elle m'a laissé dans la bouche une saveur un peu acre, son goût approche de celui de la Rave.

Ses feuilles machées sont desagréables, un peu ameres, & piquent foiblement la langue.

Les fleurs ont très peu d'odeur ; étant machées elles font encore moins d'impression sur la langue que les feuilles.

Ses racines, ses feuilles & ses fleurs rougissent le papier bleu.

M. Michaël, Botaniste du Grand Duc de Florence, a découvert cette Plante en Italie.

#### S E C O N D E E S P E C E.

*Lamium villosum*, *Catarix folio*, flore diluète purpurascence.

*Lamium velu*, à feuilles de *Cataire*, dont la fleur est couleur de chair.

Ce *Lamium* differe du précédent.

1°. Par ses tiges & ses feuilles qui sont chargées d'un velu cendré ou blanchâtre.

2°. Par ses tiges *L* longues d'un pied & demi, qui sont quarrées comme celles du précédent, mais chacune de leurs faces n'a que deux lignes d'épaisseur près du collet.

3°. Par ses feuilles dont les plus grandes sont longues de deux pouces, larges d'un pouce & demi, ridées & un peu onduées sur les bords : les queues de ces plus grandes feuilles ont un pouce & demi de long sur trois quarts de ligne de large.

4°. Par ses fleurs *M, N, O*, d'une couleur de chair si pâle, qu'elles paroissent presque blanches ; la partie convexe du cuilleron de la levre supérieure est d'une couleur de chair



de chair plus vive, elles sont aussi marquées en quelques endroits de points, soüettées & rayées de lignes de couleur de chair assés vive, ces fleurs ornent le haut de la tige de la longueur de sept pouces.

Il est vivace comme le précédent, il lui ressemble par sa racine *K*, & il fleurit peu de temps avant lui.

Il n'en differe pas par son odeur qui est fort puante, ni par celle de sa fleur qui en a très peu.

Ses racines, ses feüilles & ses fleurs rougissent le papier bleu.

Ce *Lamium* croît sur le Mont Gargan, qu'on nomme aussi Mont de Saint-Ange, situé sous le quarante-deuxième degré de latitude dans la Capitanate, Province du Royaume de Naples. M. Michaël en a pareillement fait la découverte.

Il y a bien de l'apparence que ces deux Plantes ont les mêmes vertus que le *Lamium vulgare, album, sive Archangelica, flore albo*. Park. Theat. 604. & le *Galeopsis procerior, fatida spicata*. I. R. H. 185. puisqu'elles en ont à peu-près le goût & l'odeur.

L'illustre M. Sherard, ci-devant Consul pour la Nation Angloise à Smyrne, aussi versé dans l'étude de la Botanique qu'il l'est dans celle des Belles-Lettres & de l'Antiquité, a remarqué qu'il n'y a guere de meilleur fondant pour la guérison des tumeurs, que l'on appelle *froides*, ou *scrophuleuses*, que l'infusion à froid dans de l'eau commune des feüilles & des fleurs du *Lamium vulgare, album, sive Archangelica flore albo*. Park. Theat. 604. on la prend pour boisson ordinaire, dont on continuë l'usage jusqu'à une entiere guérison; il a cité plusieurs exemples de personnes qui ont été parfaitement gueries par l'usage de ce remede.

Le celebre M. Vaillant, un des Professeurs des Plantes du Jardin du Roy, Associé de cette Academie, un des plus habiles Botanistes de ce temps, s'est assuré par de longues experiences, que le *Galeopsis procerior, fatida*.

Mem. 1717.

. M m

274. MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
*spicata*. L. R. H. 185. est un très excellent fondant & un  
puissant résolutif, il s'en est servi autrefois fort utilement  
pour résoudre de très grosses tumeurs; il faisoit piler  
toute la Plante fraîchement cueillie, dont on formoit un  
cataplasme de l'épaisseur d'un doigt, que l'on appliquoit  
sur la tumeur, lequel on renouvelloit deux fois par jour.

Je ne connois guere de meilleur remede pour la pi-  
queure, ou la blessure des tendons, & pour les ulceres,  
que l'huile où cette dernière Plante a infusé au Soleil.

### EXPLICATION DES FIGURES

qui representent les différentes parties de deux Especes  
de *Lamium*.

#### *Première Espece.*

*A*, une tige diminuée dans toutes ses parties.

*Les parties suivantes sont grandes comme nature.*

*B*, une fleur enchassée dans son calice vû en devant.

*C*, une fleur contenuë dans son calice vû de profil.

*D*, une fleur séparée de son calice vû de profil.

*E*, le calice vû de côté, d'où il sort un filet fourchu.

*F*, le calice ouvert en devant, dans lequel on voit les  
embrions des graines surmontés du filet fourchu.

*G*, le calice vû de côté.

*H*, les semences vûes de front des deux côtés & de profil.

*I*, la racine qui pousse plusieurs tiges.

#### *Seconde Espece.*

*K*, la racine qui pousse plusieurs tiges.

*L*, une tige diminuée dans toutes ses parties.

*Les parties suivantes sont grandes comme nature.*

*M*, une fleur enchassée dans son calice vû en devant.

*N*, une fleur contenuë dans son calice vû de profil.



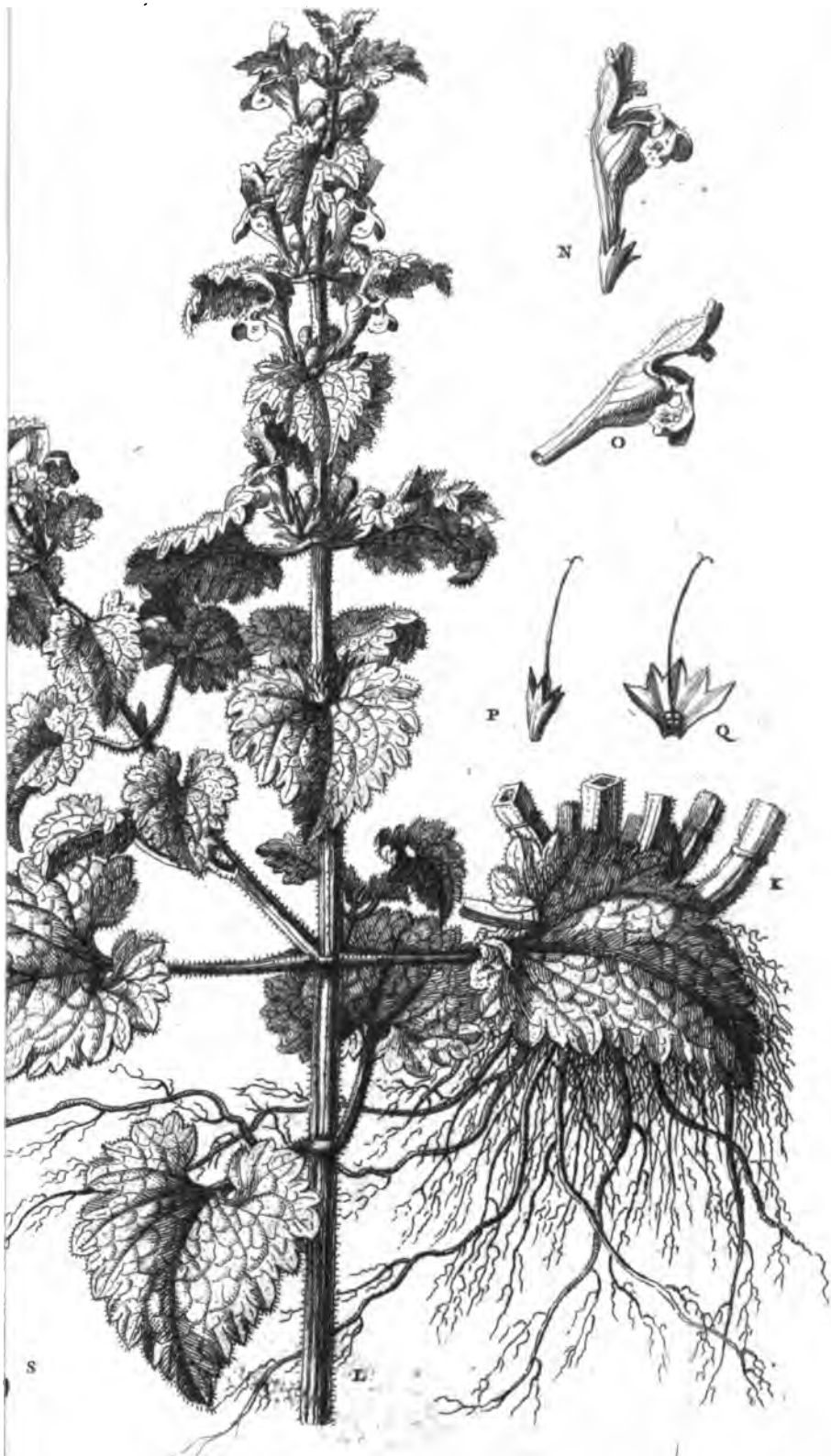
1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is crucial for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

2. The second part outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. This includes both traditional manual methods and modern digital technologies, highlighting the benefits of each approach.

3. The third section focuses on the role of human resources in the data collection process. It discusses how training and support for staff can significantly improve the quality and reliability of the data collected.

4. The fourth part addresses the challenges and limitations of data collection. It identifies common issues such as data quality, access, and security, and provides strategies to mitigate these risks.

5. The final section concludes with a summary of the key findings and recommendations. It stresses the need for a continuous and iterative process of data collection and analysis to ensure the organization remains up-to-date and responsive to changing circumstances.





- O*, une fleur séparée de son calice vû de profil.  
*P*, le calice vû de côté, d'où il sort un filet fourchu.  
*Q*, le calice ouvert en devant, dans lequel on voit les  
 embrions des graines surmontés du filet fourchu.  
*R*, le calice vû de côté.  
*S*, les semences vûes de front des deux côtés & de profil.

## REMARQUES SUR L'AIMAN

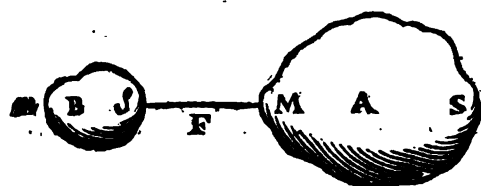
Par M. DE LA HIRE.

ON ne peut pas se persuader facilement comment un 11 De-  
 Aiman peut enlever à un autre Aiman qui est plus cembre  
 fort que lui un morceau de Fer qu'il tient suspendu, car 1717.  
 il semble que la vertu du plus fort doit toujours l'em-  
 porter sur celle du plus foible. Cependant on ne peut pas  
 douter de l'expérience, car je l'ai faite avec soin, pour  
 voir si ce qu'en rapporte M. Rohault dans la Phisique  
 étoit bien certain. Il appelle cette expérience une *belle*  
*difficulté*, & pour la résoudre il n'en donne point d'autre  
 raison, si ce n'est que *le Fer touche alors le plus foible*  
*Aiman en plus de parties qu'il ne touche l'autre*. Il faut re-  
 marquer que cette expérience ne réussit pas toujours, mais  
 seulement quelquefois, comme le dit aussi M. Rohault,  
 & c'est sans doute ce qui lui avoit donné lieu de con-  
 jecturer que cela ne venoit que des differents attouchements  
 du Fer à l'Aiman, ce qui paroît fort probable, mais nous  
 verrons dans la suite si cette raison peut generalement se  
 soutenir, & d'où viennent ces differences.

Je remarque d'abord que pour faire exactement l'ex-  
 perience dont il s'agit ici, il ne faut pas suspendre un  
 morceau de Fer à un Aiman, puisque la pesanteur du Fer  
 tendra toujours à le séparer de l'Aiman superieur : c'est  
 pourquoi il vaut mieux placer l'Aiman en sorte que la li-

Mm ij

gne de ses poles soit horisontale, & que le Fer que je suppose être une petite verge qui sera appliqué à son pole le plus fort soit aussi horisontal dans sa longueur & posé sur un corps poli comme du verre pour y pouvoir glisser facilement, comme on le voit dans cette Figure, où *A* est



le gros Aiman & le plus fort dont le pole *M* est le Meridional qu'on estime le plus vigoureux dans ces pays-ci, & contre le-

quel est appliqué la verge de Fer *F*, & l'Aiman *B* est le plus foible, dont on applique le pole Septentrional *s* à l'autre extremité de la verge *F*, & l'on observe que quand on éloigne l'Aiman *B* de l'Aiman *A* selon la direction de ses poles, quelquefois cet Aiman *B* arrache de l'Aiman *A* la verge de Fer *F*, & l'entraîne avec lui, demeurant toujours appliquée à son pole *s*, & quelquefois l'Aiman *B* se sépare de la verge de Fer qui demeure jointe à l'Aiman *A*, comme il semble que cela devroit toujours arriver.

Mais l'experience que l'on fait d'ordinaire pour reconnoître la direction des poles d'un Aiman, qui est de fermer fort legerement de la limaille d'Acier sur un papier que l'on a placé au dessus d'une pierre d'Aiman & suivant ses poles à peu-prés, m'a fait soupçonner s'il n'y auroit point dans tous les Aimans quelques pores par où la matiere magnetique répandue dans l'air s'y introduiroit bien plus facilement que dans d'autres; car on remarque toujours que les petits grains de cette limaille se disposent en filets séparés les uns des autres & jamais autrement, si ce n'est hors de la sphere de la vertu de la pierre où cette limaille se voit semée indifferemment & sans aucun ordre regulier. C'est pourquoi il se pourroit faire que dans un Aiman qui ne paroît avoir que peu de force, il y auroit pourtant des pores qui recevraient plus de matiere mag-



netique, & qui par consequent pourroient faire un plus grand effet dans les experiences que plusieurs pores d'un Aiman plus gros & plus fort ; & si cela étoit, il seroit facile de voir pourquoi un Aiman plus foible dans une certaine position avec une petite verge de Fer la retiendrait & l'arracheroit à un Aiman plus fort en general , & que dans d'autres positions l'Aiman plus fort retiendrait le Fer quand on-en éloigneroit le plus foible. Mais comme ce que je viens de dire n'est qu'une conjecture, j'ai voulu voir si les experiences ne me pourroient point donner quelque lumiere sur ce sujet.

J'ai pris pour cet effet un gros Aiman qui pese environ 6 livres, & qui est assés fort , puisque la sphere d'activité est sensible sur une aiguille de boussole à 6 pieds loin de l'Aiman ; cet Aiman est tout nud & sans armure, il est un peu irregulier, si ce n'est vers son pole Meridional qui se termine par trois faces, dont il y en a une qui est beaucoup plus grande que les autres, & c'est cette pointe qui a toujours servi à toucher des aiguilles ; & comme j'avois toujours dans la pensée qu'une petite pierre d'Aiman qui ne paroît pas avoir beaucoup de force en la comparant à une autre qui fait de plus grands effets pourroit neantmoins être plus forte dans quelques-unes de ses parties , j'ai pris un petit morceau de Fer d'un pouce de long & de 3 lignes environ de grosseur, & l'ayant aimanté avec ma pierre , j'ai jugé que ce morceau de Fer ne pourroit jamais avoir autant de vertu que la pierre qui l'avoit aimanté, & comme ce Fer est devenu par l'attouchement en quelque façon une pierre d'Aiman, je m'en suis servi au lieu du foible Aiman *B* ci-dessus , pour en faire l'experience par rapport au gros Aiman.

C'est pourquoi j'ai appliqué contre le gros Aiman *A* une petite verge ou fil de Fer d'une ligne environ de grosseur, tel qu'est *F* dans la Figure précédente , & dont la longueur étoit d'un pouce & demi ; ce fil de Fer s'est aimanté aussitôt & tenoit fortement à la pierre, & y de-

meuroit attaché horifontalement fuyant la pofition des poles de la pierre, & j'ai enfuite appliqué à l'autre extrémité de ce fil de Fer *F* le morceau de Fer *B* qui avoit été aimanté d'abord; enforte que les poles de vertu contraire fe touchaffent, c'eft-à-dire, que le pole Septentrional du Fer *B* touchât le pole Meridional du fil de Fer *F*, afin qu'ils fuflent unis plus fortement enfemble & avec l'Aiman *A*, le tout étant pofé de niveau. Enfuite ayant retiré doucement le Fer *B*, le fil de Fer *F* lui eft demeuré attaché & a quitté l'Aiman *A*, & cela eft toujours arrivé de même toutes les fois que j'ai réitéré cette expérience, mais il eft vrai que lorsque j'ai éloigné le Fer *B* de l'Aiman *A* de 2 ou 3 pouces environ, le fil de Fer *F* a quitté auffi le Fer *B*.

J'ai voulu voir enfuite ce qui arriveroit fi j'appliquois d'abord contre l'Aiman *A* le morceau de Fer aimanté *B*, & enfuite contre celui-ci le fil de Fer *F*, & toujours les poles joints aux poles de différente dénomination, car alors le fil de Fer ne touchoit le Fer *B* que dans un petit endroit, & le Fer *B* touchoit l'Aiman *A* dans une place beaucoup plus large, car les extrémités de ces Fers avoient été bien dressés à la lime, & j'ai remarqué avec un peu de furprife, & contre le penchant que je pouvois avoir pour la raifon de M. Rohault, que le fil de Fer étant retiré en arriere emportoit avec lui le Fer *B* qui touchoit l'Aiman *A*, & cela toujours de même dans la répétition de l'expérience.

J'ai cru que je ne devois pas m'en tenir à ces feules expériences, & qu'il falloit encore en faire quelques autres pour tâcher de découvrir la véritable caufe de l'effet dont nous parlons ici; c'eft pourquoi j'ai commencé à placer mon gros Aiman, enforte que fa grande face & fes poles fuflent dans une pofition horifontale, & ayant mis deffus un papier blanc, j'y ai femé de la limaille d'Acier à l'ordinaire, & j'y ai remarqué les poles & les ventres, comme on les appelle, du tourbillon de la matière ma-

gnétique qui circule autour de cette pierre.

Ensuite ayant ôté le papier, & ayant placé la verge de Fer *F* contre l'Aiman *A*, & au bout de ce Fer le Fer *B*, la longueur de ces deux Fers étant dans la ligne des poles de l'Aiman, comme je les avois placés d'abord, j'ai remis le papier par dessus, & y ayant semé de la limaille j'ai observé, comme on le peut voir dans la Figure, que les filets de la matiere magnetique qui sortoient par le pole *M* de la pierre paroissoient se coucher au long de la verge *F* sans y entrer, & que du Fer *B* qui étoit appliqué à cette verge, il sortoit des filets presque perpendiculaires à la longueur de ce Fer, lesquels rencontrant ceux qui venoient du pole *M* de l'Aiman, les emportoient avec eux, & qu'à l'extremité de ce Fer *D* il se formoit une espece de pole ou tourbillon très sensible qui s'étendoit au loin en se joignant à la matiere qui venoit du pole *M*, laquelle pouvoit retourner ensuite vers l'autre pole de l'Aiman. Ce que je dis de la matiere qui sort des poles de la pierre & des Fers se doit entendre de même de celle qui tendroit à y rentrer, ce qui est indifferent & qui feroit le même effet suivant le système de M. Hugens. La même disposition des filets arrive aussi si l'on place le Fer *B* proche de l'Aiman & le Fer *F* au de-là.

Ces experiences pourroient persuader que le Fer ou l'Acier aimanté a plus de force que l'Aiman même qui l'a aimanté, & c'est aussi ce que nous voyons assés souvent qu'une verge ou une regle d'un certain Acier ayant été aimantée par un bon Aiman, soutient ou porte un poids bien plus pesant que ne fait l'Aiman même à nud & sans être armé. Il me semble qu'on pourroit dire encore que cela viendroit de ce que l'Acier ou le Fer étant un corps mou par rapport à l'Aiman, quoi-qu'ils soient de même nature, a ses pores bien plus propres à recevoir l'impresion de la matiere magnetique que non pas l'Aiman qui est un corps dur, puisque ce n'est qu'une pierre, aussi le Fer perd-t-il sa vertu tout d'un coup pour en prendre

une autre toute contraire, ce que ne peut pas faire facilement un Aiman, & ce qui pourroit seulement arriver dans quelques-unes de ses parties qui ne seroient pas tout-à-fait pierre, aussi il reprend peu à peu sa premiere vertu après qu'elle a été changée ou altérée par un plus fort Aiman que lui, & par consequent il pourra s'introduire dans l'Acier une plus grande quantité de matiere magnetique que dans l'Aiman même qui a dirigé & ouvert les pores de l'Acier pour recevoir cette matiere.

Ainsi les deux morceaux de Fer *D* & *F* qui se touchent, & dont l'un est appliqué contre l'Aiman *A* pourroient avoir une vertu bien plus forte que l'Aiman *A*, & principalement lorsqu'ils sont peu éloignés de cet Aiman, dont ils peuvent recevoir une partie de la matiere magnetique de son tourbillon, laquelle se joint à celle qui est répandue dans l'air. Aussi lorsque ces deux Fers sont à une distance un peu trop grande de l'Aiman *A* pour en recevoir de la matiere magnetique, ils diminuent considérablement de force, & c'est ce qu'on remarque ordinairement qu'un morceau de Fer aimanté a bien plus de force pour soutenir un poids en presence de la pierre d'Aiman que quand il en est éloigné. Tout ceci se connoît visiblement par la disposition des filets de la limaille d'Acier.

On pourroit encore apporter pour une preuve de ce que j'ai avancé ci-devant; sçavoir, qu'un Aiman peut communiquer à un morceau de Fer plus de force qu'il n'en a lui-même. Car nous ne doutons point que la Terre ne soit un Aiman, mais un Aiman très foible, à cause que la matiere magnetique qui l'environne est trop dispersée autour de son globe, & qu'il n'y a que peu de ses parties qui puissent rencontrer ce Fer, c'est pourquoi elle ne peut aimanter d'abord que foiblement une longue verge de Fer qu'on dispose en l'air suivant le cours de cette matiere; cependant c'est cette même matiere qui à la longueur du temps en dirige & en ouvre tous les pores

res pour faire devenir ce Fer un fort bon Aiman, après qu'il a changé de nature par la rouille, & qu'il est devenu pierre, comme on l'a vû à Aix en Provence & à Chartres. Ce fût aussi ce qui m'engagea il y a 25 ou 30 ans à enfermer dans une pierre de la même nature que celle du Clocher de Chartres plusieurs fils de Fer suivant le cours de la matiere magnetique, & qui s'étant aimantés d'abord, se sont convertis en pierre en se rouillant & sont devenus des Aimans. La même chose est arrivée à un fil de Fer qui a été suspendu en l'air pendant un fort grand temps.

J'ai fait encore une Observation sur le cours de la matiere magnetique qui passe au travers d'une grosse pierre d'Aiman, ce qui est marqué distinctement par les filets de la limaille qu'on sème sur un papier posé sur l'Aiman, où l'on voit que vers les poles de la pierre il s'y amasse beaucoup de limaille qui forme l'origine d'un tourbillon dont les ventres sont entre les poles, & que la limaille est aussi en assez grande quantité vers les bords de la pierre, & dont les filets sortent presque perpendiculairement de ces bords; mais il n'y a que très peu de limaille dans le milieu qui a des directions différentes suivant les inégalités de la pierre, d'où l'on pourroit juger que la pierre n'auroit que très peu de force dans son milieu. On remarque aussi la même chose à un verge de Fer aimantée. Ceci se trouve confirmé par l'expérience que je fis autrefois sur un Anneau d'Acier de 3 pouces de diametre que j'avois aimanté en approchant seulement le pole de la pierre d'Aiman contre un endroit de cet Anneau, car je connus par la limaille d'Acier semée sur un papier que j'avois placé au dessus de cet Anneau, les deux poles, l'un où il avoit été touché par la pierre, & l'autre à l'extrémité du diametre de l'Anneau qui passoit par l'endroit où il avoit été touché. On y remarquoit aussi les ventres entre ces poles, mais il ne paroissoit rien de sensible dans le milieu de l'Anneau. Ce qui me fit connoître que la vertu de l'Ai-

man avoit passé d'un pôle à l'autre, & s'étoit communiquée au long de l'Anneau, sans que les ventres se confondissent.

Enfin les expériences que j'ai faites sur le cours de la matiere magnetique, comme on a vû dans la Figure précédente, font connoître que lorsqu'on a joint à la pierre les deux morceaux de Fer, toute la vertu passe de son pôle *S* le plus éloigné des Fers au pôle *m* du Fer le plus éloigné de la pierre, & que vers le milieu, où est placé l'autre Fer, il n'y a que très peu de force; car la pierre & les deux Fers ne font plus ensemble que comme une seule pierre d'Aiman, & c'est ce que j'ai connu très clairement sur une excellente pierre qui étoit armée, où la matiere magnetique s'introduisant toute dans les armures qui étoient appliquées contre les pôles, se détournoit toute vers les têtes des armures pour leur faire soutenir un poids très considerable, car alors les côtés des armures vis-à-vis les pôles n'avoient plus aucune force sensible.

Il en seroit ici à peu-près de même où toute la vertu de la pierre passant de son pôle *S* au pôle *m* du Fer le plus éloigné, ne sçauroit plus retenir que très foiblement le Fer du milieu qui demeure attaché au Fer le plus éloigné qui a reçu toute la vertu de l'Aiman dans la Figure, laquelle étant longue, a beaucoup de force pour agir sur le Fer du milieu qui en est proche, & c'est ce qui est marqué par les filets de la limaille qui sortent presque perpendiculairement de ce Fer, ce qui lui donne plus de force pour se joindre au Fer du milieu qu'il n'en reste à l'Aiman pour le retenir.

J'ai rapporté ci-devant que lorsque je faisois cette expérience avec l'Aiman *A* & les deux Fers *B* & *F*, je n'avois point remarqué que le Fer du milieu restât attaché à la pierre *A* lorsqu'on en éloignoit l'autre Fer, mais qu'au contraire il restoit toujours attaché à l'autre Fer & le suivoit, cependant M. Rohault rapporte que cela arrive quelquefois, & c'est ce qui m'a fait soupçonner que l'Ai-

man *A* ayant beaucoup de force, en communiquoit aussi beaucoup au Fer le plus éloigné ou à l'Aiman dont il tient la place. C'est pourquoi au lieu de cet Aiman *A* j'ai pris un morceau de fil de Fer assés gros & long, lequel ayant été aimanté, est devenu un Aiman propre pour ces expériences, & au lieu des deux autres Fers *B* & *F*, j'ai pris un morceau de fil de Fer d'une demi-ligne de grosseur & de trois pouces de long, que j'ai coupé en deux parties, l'une d'un pouce & l'autre de deux, & ayant aimanté ces trois morceaux de Fer, je les ai placés suivant leurs poles sur un verre, en sorte que d'abord le plus court étoit au milieu, & ils se touchoient par leurs extrémités. Ces trois Fers ne composoient alors que comme un seul Aiman, car ces trois Fers se tenoient attachés ensemble en les faisant mouvoir, & il arrivoit aussi que lorsque j'éloignois du plus gros le plus long des deux autres, il entraînoit avec lui le plus court qui étoit au milieu, car le plus gros étoit arrêté ferme, ce qui étoit conforme aux premières expériences, car le plus gros des trois communiquoit assés de vertu au plus éloigné pour lui faire retenir celui du milieu qui étoit le plus petit; mais lorsque j'ai voulu placer le plus petit à l'extrémité, & l'autre qui lui étoit égal en grosseur, mais plus long, au milieu, j'ai observé que quelquefois le plus petit n'entraînoit pas l'autre, lequel s'en séparoit en demeurant joint au plus gros des trois qui étoit immobile, ce qui ne s'accorderoit pas avec les premières expériences, mais aussi je puis dire que le plus petit des deux plus déliés qui étoit le plus éloigné n'avoit pas assés de force pour entraîner l'autre qui lui résistoit par sa pesanteur.

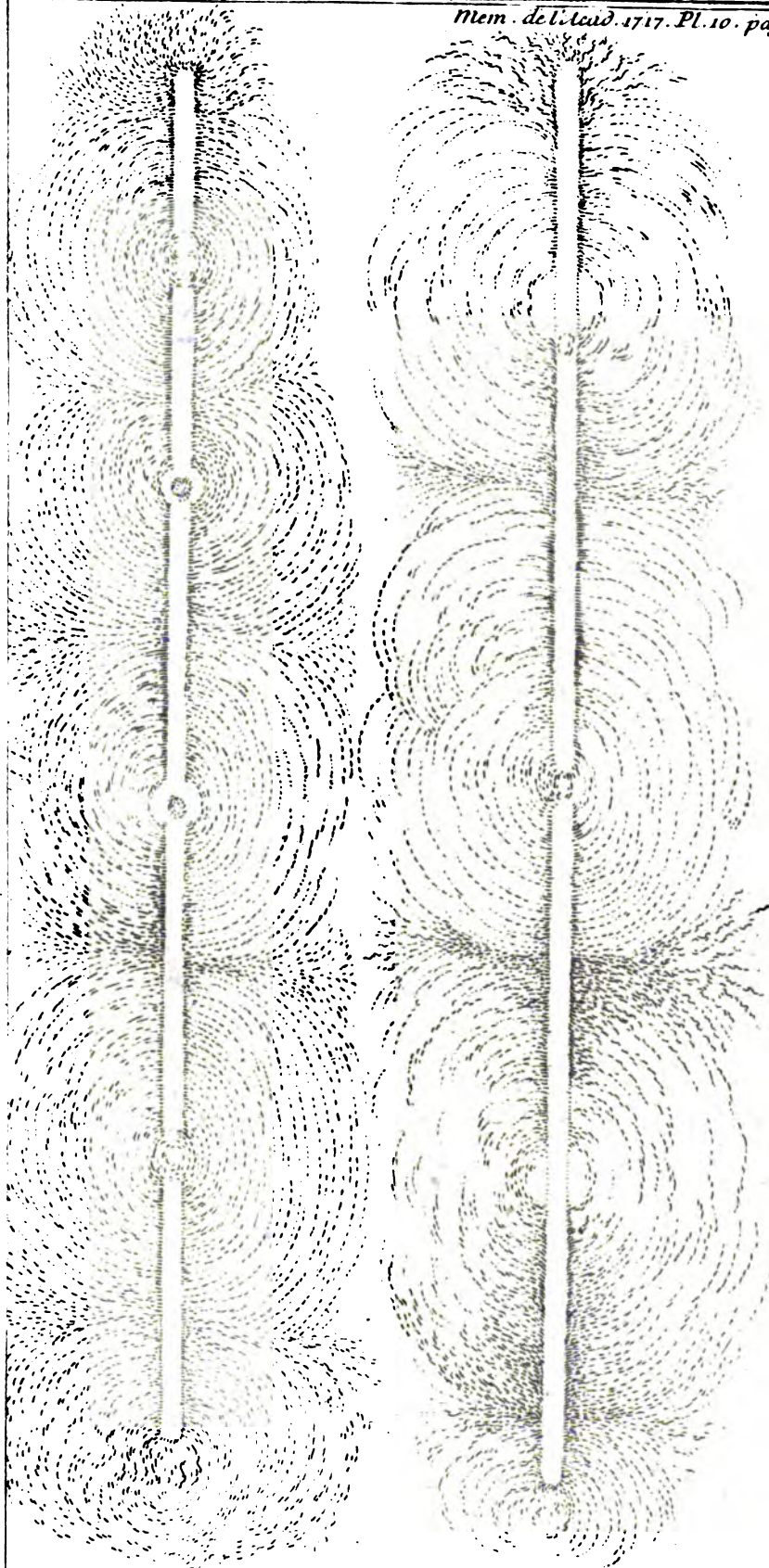
J'ai remarqué aussi, en considérant attentivement la manière dont ces fils de Fer s'appliquoient l'un contre l'autre pour y agir, qu'ils ne joignoient pas leurs extrémités circulaires exactement l'une au bout de l'autre, mais qu'ils s'en détournoient un peu pour se rencontrer par les bords de leur circonférence, car ils avoient été bien dres-

sés par les bouts, ce qui venoit sans doute de ce que la matiere magnetique sortoit en plus grande abondance en cet endroit que vers le milieu, comme il arrive à tous les corps un peu larges, lorsqu'étant aimantés on veut leur faire soutenir un morceau de Fer, comme on le remarque à un couteau dont la pointe est arrondie.

Il faut encore prendre garde dans les experiences qu'il y a des Fers qui ne sçauroient s'aimanter, c'est-à-dire, qui ayant été touchés d'une bonne pierre, & étant d'une figure longue, ne peuvent pas soutenir un Fer très leger à moins qu'ils ne soient en presence d'un Aiman, mais ce n'est pas qu'ils ne soient d'une nature propre pour cela, mais seulement à cause que leurs pores ne peuvent pas retenir la vertu qui leur a été imprimée par l'Aiman.

Mais enfin pour conclusion on doit considerer que les premiers Fers appliqués contre l'Aiman lui font une espee d'armure qui a beaucoup de force vers son extremité, en rassemblant la vertu qui est répandue autour de la pierre, ce qui le fait agir plus puissamment que la pierre même, ce qui est très connu par les armures, & c'est ce qui lui fait arracher à la pierre les autres Fers qui en sont plus proche, car cette espee d'armure se joint très fortement au Fer qui la touche, & qui par consequent doit l'emporter avec elle quand on les veut separer, c'est aussi ce qu'on peut voir en appliquant contre l'un ou l'autre pole de la pierre un Fer qui lui serve comme d'armure sans être attaché à la pierre, car l'extremité de cette armure se joindra très fortement au Fer qu'on lui presentera, enforte qu'ils se separeront ensemble de la pierre, & cela jusqu'à ce que le Fer qui touchoit l'Aiman soit trop éloigné de la pierre pour en recevoir assés de force pour retenir l'autre, & c'est-là, à ce qu'il me semble, la veritable raison de l'effet que nous avons entrepris d'expliquer dans ce Memoire.







## OBSERVATIONS

*Sur un Fœtus monstrueux qui n'avoit qu'un Oeil.*

Par M. LITRE.

**L**A nature a fait voir dans les Monstres de si grandes 22 De-  
bizareries & de tant d'especes differentes, qu'elle ne cembre  
peut presque plus rien produire dans ce genre capable de 1717.  
nous frapper ; au moins n'est-il presque rien qu'on n'ima-  
gine possible de ce qui peut arriver par un retranchement,  
une augmentation ou un déplacement des parties.

Un Fœtus, qui me tomba il y a quelques mois entre les mains, me parut cependant digne d'attention par la ressemblance qu'il avoit avec ces Forgerons monstrueux que nous dépeint la Fable ; il sembloit propre à faire douter si elle n'a point eu un fondement réel. On trouvoit en ce Fœtus ce qu'elle donne de plus extraordinaire aux Cyclopes par rapport à la conformation. Il n'avoit comme eux qu'un œil, placé au milieu de la partie inferieure du front.

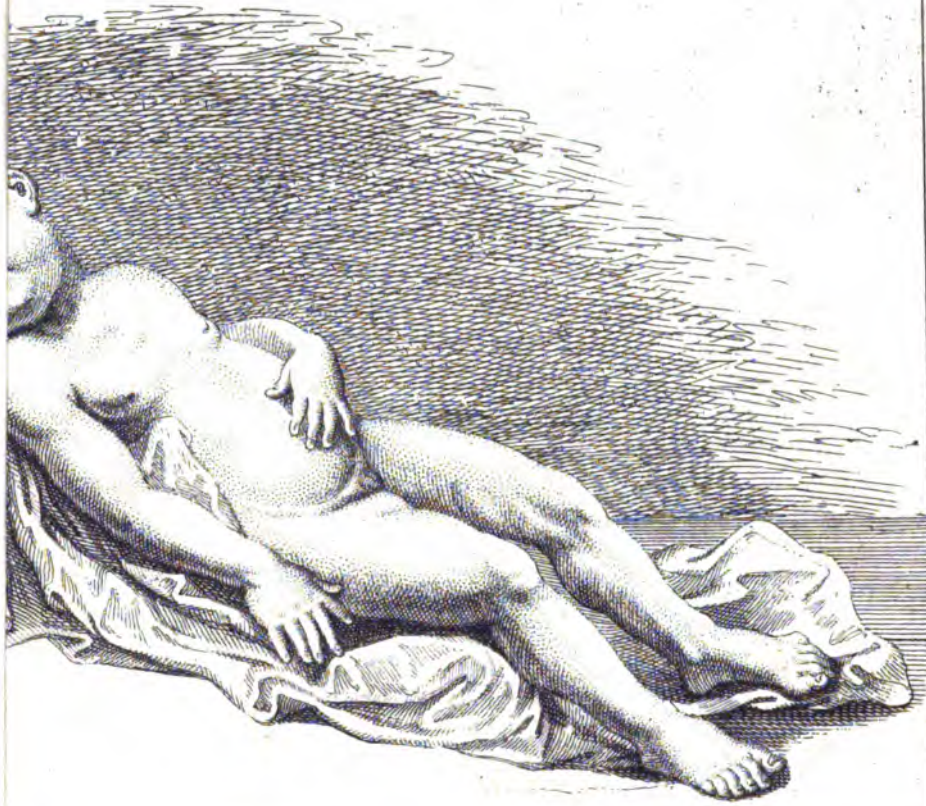
La Compagnie, à qui je le fis voir, jugea qu'il meritoit d'être disséqué avec soin. On a parlé de quelques Fœtus de figure approchante de celle de celui-ci, mais on a négligé d'examiner leur structure interieure. La dissection des Monstres nous y fait découvrir des choses souvent plus singulieres que celles que montre leur exterieur, & quelquefois propres à nous donner des éclaircissements sur leur formation.

Le Fœtus, dont je veux parler, étoit né à sept mois, mort même quelque temps avant sa naissance. Il étoit entierement privé de l'organe de l'odorat. La place, où devoit être le nez, étoit unie, plate & de niveau avec le reste de la face ; elle étoit couverte d'une peau qui n'étoit

percée par aucune ouverture. Le dessous de cette peau étoit tout-à-fait solide, de sorte qu'on n'y trouvoit point les creux nécessaires pour former les deux fosses nasales & pour loger les lames osseuses & la membrane qui les tapisse, aussi tout cela lui manquoit, on n'en observoit même aucun vestige.

Mais ce que le visage offroit de plus singulier, c'est la position de son oeil, qui étoit précisément placé au milieu de la partie inférieure du front : il avoit pourtant deux sourcils, qui avoient conservé leur place ordinaire, par conséquent l'oeil en manquoit. Il avoit ses deux paupieres, mais dénuées de cils.

Le globe de l'oeil étoit rond à l'ordinaire & composé de la membrane appelée *conjonctive*, de la sclerotique & d'une cornée qui étoit de figure ovale. Au travers de cette cornée on distinguoit deux petits corps ronds, l'un à droit & l'autre à gauche. J'ouvris le globe, je remarquai qu'il n'y avoit point de choroïde, & que les deux petits corps étoient, pour ainsi dire, deux yeux renfermés sous une même enveloppe, ou qui n'avoient qu'un globe commun : car chacun de ces deux petits corps avoit son nerf optique, sa retine, ses ligaments ciliaires, son iris, son humeur vitrée, son cristallin. Il n'y avoit que l'humeur aqueuse, qui étoit commune à ces deux petits corps. Toutes leurs parties étoient fort petites, excepté les deux cristallins, qui à peu de chose près avoient leur grosseur naturelle. Les parties propres à chacun de ces petits corps formoient un globe distinct de celui que formoient les parties propres à l'autre. Ils se touchoient un peu par le milieu, mais ils n'avoient entre eux de communication que par leurs vaisseaux, qui partoient immédiatement de la sclerotique ; la choroïde, d'où ils partent d'ordinaire, manquant comme je l'ai dit. Ce que nous avons ici de singulier est donc que la nature eut renfermé deux yeux sous une même enveloppe, & qu'elle ne leur eut donné qu'une seule ouverture placée au bas du front. Pour les



*C. montrent les deux christallins renfermés dans un même globe.*





parties qui devoient composer le nés, ou le Foetus avoit manqué de suc pour leur formation ou pour leur accroissement, ou bien ce suc, au lieu de se porter en dehors pour élever les parties extérieures, étoit resté en dedans & par son épanchement avoit comblé les fosses natales.

J'ouvris le crâne en présence de M<sup>rs</sup>. Duverney & Roüaut. Nous trouvâmes le cerveau fondu & semblable à une bouillie claire, & nous n'y pûmes observer aucune forme de partie. Nous n'y vîmes qu'un seul cordon de nerf, que nous reconnûmes être le nerf optique. Il sortoit du crâne pour s'insérer dans l'orbite de l'œil par un trou percé précisément entre les deux endroits par où passent ordinairement les deux nerfs optiques & à distance égale de l'un & de l'autre. Ces deux trous manquoient, il n'en falloit qu'un pour laisser passer un seul nerf. Mais il est à remarquer que ce nerf optique, quoi-que simple en apparence, étoit réellement double. Il y en avoit deux de renfermés sous une même enveloppe, comme nous l'avons vû des autres parties de l'œil.

Ce Foetus avoit quelques autres singularités, mais moins remarquables, & que nous ne ferons qu'indiquer. Sa main gauche avoit six doigts, dont les deux premiers étoient faits du pouce, qui étoit comme partagé en deux parties presque égales jusqu'à sa racine.

La langue n'étoit pas libre, parce que le filet se continuoît jusqu'au bout de cet organe : l'épiglotte ne l'étoit pas non plus, elle étoit renversée en devant sur la racine de la langue & y étoit étroitement unie. Ce seul vice de conformation eut suffi pour faire bien-tôt perir le Foetus, s'il fût venu au monde vivant, d'autant qu'il n'auroit rien pû avaler, qu'il n'en fut tombé dans la glotte, parce qu'elle manquoit de son couvercle ordinaire. Ainsi il eût été bien-tôt étouffé. A ces deux vices prés, tout étoit dans l'ordre naturel dans la bouche, dans la gorge, & dans les parties du corps dont nous n'avons point parlé.

O B S E R V A T I O N S  
DE L'ECLIPSE DE LUNE

*Arrivée le vingtième jour de Septembre au soir 1717  
à l'Observatoire Royal.*

Par M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE.

27 No-  
vembre  
1717.

LE Ciel auroit été très favorable pour l'Observation de cette Eclipsé, s'il ne s'étoit pas trouvé à l'horison Oriental une vapeur fort noire & épaisse qui s'étendoit jusqu'à 5 degrés de hauteur environ, en sorte que lorsque la Lune se leva on ne pût point la voir ; l'Eclipsé devoit être alors vers son milieu, & l'on ne commença que vers les 6<sup>h</sup> 20' à appercevoir la Lune assés confusement. On voyoit qu'elle étoit fort éclipsée, mais il n'étoit pas encore possible de déterminer la quantité de ce qui en étoit caché, & ce ne fût que vers les 6<sup>h</sup> 28' où elle fût presque entièrement dégagée de cette vapeur. Nous observâmes alors que l'Eclipsé étoit encore de 7 doigts à peu-près, car l'extremité de ce brouillard se mêlant avec la penombre la rendoit encore un peu indéterminée.

Enfin quelque temps après elle passa dans un endroit du Ciel qui étoit très serein, & nous en fîmes les Observations suivantes des doigts & des demi-doigts que nous avons corrigées à l'ordinaire, & rectifiées les unes par les autres, car dans les Eclipses de Lune il y a toujours quelque incertitude, à cause qu'on ne voit que la penombre, laquelle se rencontrant tantôt sur des parties claires & tantôt sur des parties obscures, la font juger ou moins ou plus étendue.

*Temps*



<i>Temps vrais.</i>			<i>Phases.</i>	
H.	M.	S.	Doigt	M.
à 6	28	20	7	0
6	41	25	6	0
6	47	10	5	30
6	52	35	5	0
6	57	35	4	30
7	2	20	4	0
7	6	53	3	30
7	11	19	3	0
7	15	30	2	30
7	19	18	2	0
7	23	3	1	30
7	26	46	1	0
7	30	31	0	30
7	34	15	Fin de l'Eclipse.	

Voici encore les Observations du recouvrement de lumière de plusieurs Taches du disque de la Lune.

H.	M.	S.	<i>Noms des Taches.</i>
à 6	23	5	Grimaldus.
6	29	45	Milieu de Copernic.
6	31	50	Manilius & Menelaüs.
6	39	20	Le bord de la Mer de Crifés.
6	41	45	Pline.
6	56	45	Dionysius.
7	6	50	Promont. aigu & milieu de Tycho.
7	9	53	Fin de Tycho & Taruntius.
7	13	5	Cathar. & Theophilus.
7	16	20	Cyrellus.
7	22	5	Fracastor.
7	27	30	Petavius.
7	30	37	Langrenus.
7	34	15	Fin de l'Eclipse.

*Mem. 1717.*

. O o

290 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Les Observations des doigts ont été faites avec une Lunette de  $7\frac{1}{2}$  pieds qui portoit le Micrometre, & celles de l'Emerſion des Tâches ont été faites avec une Lunette de 6 pieds.

Nous ne pûmes pas observer le diamètre de la Lune avant l'Eclipse, à cause qu'elle étoit encore ſous l'horizon, mais immédiatement après nous l'observâmes avec mon Micrometre de  $31'7''$  à la hauteur de  $16$  degrés, & qui étant réduit à l'horizontal étoit de  $30'58''$ . Nous l'observâmes aussi avec l'ancien Micrometre de M. Picard, & nous le trouvâmes étant réduit à l'horizontal de  $30'55''$ .

R E M A R Q U E S.

On doit remarquer que dans le calcul qu'on fait des Eclipses de Soleil & de Lune, on se sert toujours du diamètre horizontal de la Lune; c'est pourquoi quand les tables donneroient les diametres exactement, la quantité de l'Eclipse qu'on conclura du calcul ne conviendra pas avec la quantité observée, à cause que dans l'Observation on se sert d'une partie du diamètre de la Lune à la hauteur où elle est alors, car le diamètre apparent change de grandeur, & il est toujours plus grand que le diamètre horizontal: il faudra donc dans l'Observation des doigts avoir égard à cette augmentation du diamètre, car pour ce qui est de la grandeur de l'ombre de la Terre sur la Lune, elle se trouve augmentée dans la même proportion que le diamètre apparent, & l'on pourra réduire ce diamètre apparent à son diamètre horizontal par la Table qui a été dressée pour cette réduction. Le reticule de mon Micrometre a cet avantage qu'on peut le faire très commodément & très facilement, puisqu'il n'y aura qu'à tirer sur le Carton une nouvelle ligne droite pour avoir la quantité des doigts augmentée dans la même proportion que le diamètre augmenté; & même aussi-tôt qu'on aura un diamètre observé avant l'Eclipse, on pourra tirer quelques lignes pour les diametres à différentes hauteurs où la Lune

peut monter ou descendre dans la durée de l'Eclipse, ce qui est facile à connoître.

J'avertirai encore ici, comme j'ai fait dans mes Tables, que lorsqu'on se sert de filets de Ver à soye dans des Micromètres pour observer les diamètres du Soleil ou de la Lune, ou de petites distances entre les Astres ou leurs hauteurs sur l'horizon, on ne peut pas voir ces filets qu'avec beaucoup de peine quand le Ciel est fort serein, à cause qu'il paroît très noir au travers de la Lunette, mais que ce n'étoit pas la même chose, s'il y avoit dans l'air une vapeur ou un nuage léger, car le Soleil ou la Lune l'éclairant, formoit une blancheur qui faisoit appercevoir distinctement ces filets; c'est pourquoi pendant la nuit on éclairoit le verre objectif de la Lunette, ce qui faisoit à peu-près le même effet; mais il n'est pas aisé d'éclairer ce verre si la Lunette est longue, à cause qu'il est toujours un peu enfoncé dans le tuyau, & de plus le vent ne le permet pas pour l'ordinaire, & il faut encore que la lumière soit assez forte, car la blancheur qui paroît ne vient que des petites inégalités du verre qui sont éclairées, & souvent la lumière ou la lanterne où elle est nous cache l'Astre. Je pensai donc à faire cette blancheur, en posant sur l'extrémité du tuyau de la Lunette une gaze ou toile de soye blanche & très fine, qui pouvoit recevoir la clarté d'une chandelle de loin, & donner à l'air la blancheur nécessaire pour voir distinctement les filets, ce qui m'a très bien réussi dans les Observations. Cependant j'ai remarqué que dans les Eclipses de Lune où le Ciel est bien serein, la Lune avoit encore assez de lumière pour éclairer par trop la gaze, ce qui alteroit la grandeur de la pénombre, & dans ce cas il faudra faire une espece de gaze fort claire avec les mêmes filets de la gaze ordinaire, en les appliquant sur un morceau de carton percé dans son milieu d'une ouverture un peu plus grande que l'ouverture du verre objectif, & en colant ces filets de soye sur le bord du carton, ou en les y arrêtant avec un peu de cire

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
molle ; on pourra aussi en avoir plusieurs de différente  
force ou épaisseur pour choisir celle qui conviendra le  
mieux à l'Observation.

Pour ce qui regarde les Observations des distances des  
Etoiles ou des Planetes & leurs hauteurs sur l'horison ,  
ce sera la même méthode , & il faut prendre garde que  
la gaze étant éclairée , ne fasse pas perdre de vûe par sa  
blancheur les Astres qu'on observe.

---

## O B S E R V A T I O N DE L'ECLIPSE DE LUNE

*faite le 20 Septembre 1717.*

Par M. MARALDI.

27 No-  
vembre  
1717.

ON s'étoit préparé à faire l'Observation de cette  
Eclipse sur la Terrasse de l'Observatoire, d'où l'on  
pouvoit découvrir tout l'horison, & voir la Lune à l'O-  
rient & le Soleil à l'Occident, car la Lune devoit se lever  
éclipsée pendant que le Soleil devoit se coucher à l'oppo-  
site, & ces deux Astres devoient paroître en même temps  
sur l'horison. Cette apparence de la Lune éclipsée en pre-  
sence du Soleil paroît difficile à comprendre, parce que  
dans les Eclipses de Lune cet Astre étant opposé au So-  
leil, l'un doit être couché lorsque l'autre se leve, & réci-  
proquement. Ce phenomene vient en partie de ce que  
les rayons du Soleil & de la Lune se plient dans l'At-  
mosphere, & venant à l'œil ainsi pliés, représentent ces  
deux Astres élevés sur l'horison lorsqu'ils sont encore au  
dessous.

Plin rapporte qu'on avoit observé une fois la Lune  
éclipsée à son coucher, lorsque le Soleil étoit sur l'horison.

son, & il remarque cette Eclipsé comme surprenante.

Cleomede dit qu'il est impossible que cette apparence arrive, & que cela n'est qu'une fiction inventée pour rendre douteuses les raisons que donnent les Astronomes & les Philosophes des Eclipses. Il ne laisse pourtant pas d'en donner quelque explication, en disant entre autres choses que par le moyen de l'humidité de l'air il peut arriver au Soleil, ce qui arrive à un anneau qui est dans un vase, & qui étant caché par ses bords à un œil placé à une distance convenable, se rend visible en remplissant le vase d'eau. Cette expérience étoit connue dès le temps d'Euclide, qui la rapporte dans sa Catoptrique.

Quoi-que l'expérience rapportée par Cleomede & l'apparence de la Lune éclipsee vienne du même principe, qui est de la refraction des rayons qui se fait en passant d'une matiere rare dans une plus dense, il faut avouer que Cleomede n'a pas bien expliqué cette apparence qui se fait dans les Eclipses, & que ce n'est que depuis environ deux siècles qu'elle a été bien connue.

Les Astronomes modernes ont observé aussi des Eclipses de Lune en presence du Soleil, mais elles sont fort rares, à cause que cette apparence dure peu de temps, & que les nuages & les vapeurs qui sont pour l'ordinaire à l'horison nous empêchent souvent de voir le Soleil & la Lune dans cette situation.

C'est ce qui est encore arrivé dans la dernière Eclipsé, car il se rencontra un nuage qui cacha le Soleil avant qu'il fut entièrement couché, & les vapeurs épaisses qui étoient à l'Orient au lever de la Lune ne permirent pas de la voir que lorsqu'elle étoit élevée sur l'horison de tout son diamètre. Mais quoi-qu'on ne pût pas voir ces deux Astres en même temps, on reconnut qu'ils auroient été visibles sans ces empêchements, car un moment après que le bord supérieur du Soleil cessa de paroître, on aperçût la Lune à l'Orient tout élevée sur l'horison.

Monsieur le Duc du Maine & Madame la Duchesse se

294 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
trouverent à cette Observation avec M. le Cardinal de  
Polignac, M. le Prince de Dombes & M. de Malezieu.

On commença de voir la Lune à 6<sup>h</sup> 3', qui parut  
éclipsée plus de la moitié, mais les vapeurs & le grand  
jour ne permirent pas de déterminer exactement la partie  
éclipsée de la Lune qu'à 6<sup>h</sup> 25'; elle l'étoit pour lors de  
7<sup>d</sup> 17', & on s'aperçût que l'Eclipsé alloit en diminuant.

A 6 <sup>h</sup> 33'			L'ombre passoit par Manilius & par Menelaüs.	
			La partie de la Lune éclipsée	
			est de .....	7 <sup>d</sup> 6'
6	36		Partie éclipsée .....	6 35
6	40	0	.....	6 22
6	45	30	.....	5 56
6	46	15	L'ombre à Plinius.	
6	50	20	.....	5 25
6	55	15	.....	5 0
6	57	15	Proclus est découvert.	
7	0	0	Dionisius éloigné de l'ombre de son diametre.	
7	4	17	Tycho commence à se découvrir.	
7	4	17	.....	3 50
7	7	0	<i>Promuntorium acutum</i> est sorti.	
7	8	0	Le second bord de Tycho sortoit de l'ombre.	
7	13	0	.....	2 57
7	16	15	.....	2 37
7	19	15	.....	2 15
7	23	0	.....	2 6
7	27	0	.....	0 58
7	32	30	.....	0 54
7	33	50	.....	0 38
7	35	30	Fin de l'Eclipsé.	

Le terme de l'Ombre n'étoit pas bien marqué sur la  
Lune, ce qui rend l'Observation un peu douteuse.

# OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

*du 20 Septembre 1717.*

Par M. CASSINI.

CETTE Eclipsé étoit remarquable en ce que l'effet 27 Nœ-  
des refractions devoit faire paroître la Lune éclipsée vembre  
à son lever en la presence du Soleil, quoi-qu'elle lui fût 1717.  
diametralement opposée.

Pour appercevoir ce Phenomene le plus long-temps  
qu'il seroit possible, nous avons fait transporter sur le  
haut de la Terrasse de l'Observatoire une Pendule & une  
Lunette de 8 pieds, au foyer de laquelle on avoit placé  
des Reticules pour observer la quantité de l'Eclipsé.

L'horison du côté de l'Orient étoit chargé de vapeurs,  
& du côté de l'Occident il y avoit des nuages peu élevés  
dans lesquels le Soleil entra.

A 6 heures 2 minutes on apperçût un moment après  
le coucher du Soleil du côté de l'Orient le bord superieur  
de la Lune qui étoit extrêmement foible, & qui paroissoit  
élevé sur l'horison de tout son diametre. On ne distin-  
guoit de la Lune qu'un Croissant fort étroit, le reste étant  
encore dans les vapeurs ou dans l'ombre de la Terre qui  
éclipsoit sa partie inférieure.

A 6<sup>h</sup> 11' 30" la Lune commença à sortir des vapeurs;  
mais le grand jour qu'il faisoit encore empêcha de distin-  
guer exactement le terme de sa partie éclipsée.

A 6<sup>h</sup> 24' 10" on commença à voir plus distinctement  
le terme de l'ombre, & on trouva la grandeur de l'Eclipsé  
de 7 doigts 12 minutes.

# 296 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

	H.	M.	S.	
A 6	26	15		Copernic est sorti de l'ombre.
	31	15		Le milieu de Menelaüs & de Manilius est sur le bord de l'ombre.
	32	50		Menelaüs & Manilius sont entièrement sortis.
6	34	5		La grandeur de l'Eclipse est de 6 doigts 36 minutes.
	37	45		<i>Insula sinus medii</i> est hors de l'ombre.
	40	34		Gassendi commence à sortir.
	41	30		La grandeur de l'Eclipse étoit de 6 doigts.
	42	25		Pline est entièrement hors de l'ombre.
	47	35		La partie éclipsée est de 5 doigts 24 minutes.
	50	5		Boüillaud commence à sortir.
	53	57		La partie éclipsée est de 4 doigts 48 minutes.
	55	45		Dyonisius est entièrement sorti.
	56	45		Proclus fort.
7	1	44		La partie éclipsée est de 4 doigts 12 minutes.
	4	3		<i>Mare Crisum</i> est entièrement hors de l'ombre.
	4	38		<i>Promontorium acutum</i> commence à sortir.
	5	40		Tycho est à moitié sorti.
	6	55		Tycho & Taruntius sont entièrement sortis.

On a été ensuite obligé de descendre dans la Tour Orientale inférieure à cause de la nuit qui n'a pas permis de continuer les Observations sur la Terrasse.

7 17 40 Catharina commence à sortir.

7 18



7	18	40	La partie éclipsée est de 2 doigts 24 minutes.
21	10		Fracastorius commence à fortir.
23	0		La partie éclipsée est d'un doigt 48 minutes.
26	40		La partie éclipsée est d'un doigt 12 minutes.
27	40		Langrenus est tout sorti.
32	0		Furnerius est sorti.
34	50		Fin de l'Eclipse.

En réduisant les Phases observées en doigts, on trouve qu'à 6<sup>h</sup> 27' 28" l'Eclipse étoit de sept doigts.

à 6 <sup>h</sup>	35'	19"		fix doigts & demi.
6	41	30	6	11
				fix doigts.
6	46	24	4	54
				cinq doigts & demi.
6	52	3	5	39
				cinq doigts.
6	57	50	5	47
				quatre doigts & demi.
7	3	37	5	47
				quatre doigts.
7	8	19	4	42
				trois doigts & demi.
7	13	1	4	42
				trois doigts.
7	17	44	4	43
				deux doigts & demi.
7	21	20	3	36
				deux doigts.
7	24	7	2	47
				un doigt & demi.
7	27	7	3	2
				un doigt.

Mem. 1717.

. P p.

Les premieres Observations des Phases de cette Eclipsé ayant été faites avant la nuit, on n'a pas pû distinguer le terme de l'ombre aussi exactement que dans les dernieres; on n'a pas pû aussi déterminer la grandeur de l'Eclipsé qui étoit vers le milieu de sa durée dans le temps du lever de la Lune, mais il paroît par la comparaison des Phases qu'elle a été de plus de 7 doigts & demi.

*Extrait de l'Observation de l'Eclipsé de Lune du 20  
Septembre 1717, faite à Nuremberg  
par M. Wurzelbaur.*

Le temps a été favorable à Nuremberg pour l'Observation de l'Eclipsé de Lune du 20 Septembre 1717, qui devoit paroître sur l'horison plus long-temps qu'à Paris, à cause que cette Ville est située par rapport à nous vers l'Orient.

A 6<sup>h</sup> 5' 30" le bord superieur de la Lune a paru élevé d'un degré sur l'horison, trois minutes & demie avant le coucher du Soleil, qui est arrivé à 6<sup>h</sup> 9' 0".

A 6<sup>h</sup> 17' 30", la Lune étant sortie presque entièrement des vapeurs, la grandeur de l'Eclipsé fut observée de près de 8 doigts.

A 6 <sup>h</sup> 54' 0"	L'Eclipsé étoit de 7 doigts.
7 29 30	Cinq doigts.
7 41 45	Trois doigts trois quarts, Tycho est à moitié sorti.
7 52 10	Deux doigts.
8 1 35	Trois quarts de doigts.
8 10 45	Fin de l'Eclipsé à Nuremberg.

La fin de l'Eclipsé ayant été observée à Paris à 7<sup>h</sup> 34' 50", on aura la différence des Meridiens entre Paris & Nuremberg de 35' 55" à 10 secondes près de celle qui résulte des Observations de la Taché de Tycho qui donnent cette différence de 36' 5".

## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717 au soir,  
faite à Montmartre.*

Par M. DELISLE le Cadet.

J'AVOIS choisi, pour faire cette Observation, un endroit de Montmartre d'où j'aurois pû observer le lever de la Lune & le coucher du Soleil au veritable horison le jour de l'Eclipse; mais une nuée épaisse me déroba la vûe du Soleil ce jour-là avant qu'il eut atteint l'horison, & la Lune se leva dans un brouillard qui ne me la laissa appercevoir que lorsqu'elle étoit déjà élevée sur l'horison; j'attendis encore quelque temps avant de trouver les termes de l'ombre de la Terre assés distinctement marqués pour pouvoir être observés; mais vers les 6 heures & demie le crépuscule étant fort diminué, je commençai les Observations suivantes avec une Lunette de 7 pieds, à laquelle j'avois appliqué un Micrometre inventé par M. le Fevre dans lequel un cheveu sert d'index & se meut sur des divisions faites par des points sur une ligne oblique à cet index. Comme par la construction de ce Micrometre cette ligne peut s'incliner plus ou moins sur l'index, l'on peut ajuster la division à telle grandeur que l'on veut, ce qui est fort commode pour observer les Eclipses. Je l'avois ajusté au diametre apparent du Soleil qui se trouvoit divisé en 60 parties égales, & c'est en ces parties & leurs fractions (dont j'estimois jusqu'aux quarts) que j'ai déterminé la largeur du restant de la Lune dont j'ai ensuite conclu la grandeur de la partie éclipsée en employant le diametre apparent de la Lune que j'ai aussi obliervé dans ces mêmes parties. Il s'est trouvé à 7<sup>h</sup> 40'

27 No-  
vembre  
1717.

300 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

précisément de 57 de ces parties dont celui du Soleil en valoit 60, d'où se tire le diametre apparent de la Lune de 30' 30" à la hauteur de 15<sup>d</sup> par la comparaison de toutes les Observations j'ai estimé le milieu à 6<sup>h</sup> 8', & la fin à 7<sup>h</sup> 35', ce qui est une minute plus tard que je ne l'ai observé immédiatement. Pour la grandeur, il m'a paru qu'elle a été de 7 doigts  $\frac{1}{2}$  environ, ce que j'ai reconnu, en essayant sur différentes grandeurs celle qui représentoit le mieux toutes les Observations.

Tems vrai.			Grandeur de la partie éclipsée.		Doigts & Minutes.	
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
6	31	40	17	49	7	2
	36	0	17	6	6	45
	43	55	15	14	6	1
	52	0	13	18	5	15
	53	40	12	46	5	2
7	2	50	10	54	4	18
	5	40	9	50	3	53
	8	0	9	14	3	38
	10	30	8	31	3	21
	17	20	6	24	2	31
	20	20	5	30	2	10
	23	40	4	4	1	36
	25	40	3	35	1	25
	27	10	3	4	1	12
	Fin	34	0	0	0	0

*Observation de l'Occultation d'Aldebaram par la Lune  
le 25 Septembre 1717 au soir.*

Le bord éclairé de la Lune sous lequel Aldebaram se cacha paroissoit dentelé à cause de la proximité de la Lune à l'horison, ce qui m'empêcha de m'assurer, à quelques

secondes près, de l'instant précis de l'immersion. A 9<sup>h</sup> 11' 38" temps vrai, Aldebaram me parut toucher la dentelure qui étoit au bord de la Lune, & dès ce moment je ne le pûs plus distinguer. Je m'étois servi pour faire cette Observation, d'une Lunette de 13 pieds. L'émerfion de dessous le bord obscur s'est faite dans un instant à 10<sup>h</sup> 3' 57", enforte que la durée de l'Eclipse a été de 52' 19". Pendant ce temps-là j'ai observé le diametre apparent de la Lune par la distance des cornes, lorsqu'elle étoit à la hauteur de 5<sup>d</sup>  $\frac{1}{2}$ , & je l'ai trouvé avec la même Lunette de 13 pieds de 1013 parties, dont le diametre du Soleil, suivant son cercle de déclinaison, parut le lendemain 26 Septembre à la même hauteur sur l'horison en avoir 1020, d'où l'on conclut, fans avoir égard à la refraction, puisqu'elle est la même pour le Soleil & pour la Lune, que le diametre de la Lune devoit être de 31' 56", celui du Soleil étant de 32' 9"; mais comme la Lune étoit alors élevée sur l'horison de 5<sup>d</sup>  $\frac{1}{2}$ , & qu'à cette hauteur l'augmentation de son diametre par dessus l'horifontal est de 3", il suit que le diametre horifontal de la Lune devoit être dans le temps de cette éclipse de 31' 53".

## CRICS NOUVEAUX.

Par M. DALESME.

**L**A construction des Crics qui sont en usage est telle que la force qui les fait agir n'y est pas appliquée assés avantageusement, & qu'on ne peut pas toujours y appliquer assés de force pour leur faire produire tout l'effet dont on auroit besoin. D'ailleurs ils ont le défaut de s'user assés vite lorsqu'on les fait beaucoup travailler; j'en ai eu un exemple en grand. On fit faire 100 Crics neufs à Brest en 1700 & 1701; il en coûta plus de 3600 li-

vres pour raccommo~~der~~ les mêmes Crics en 1702 & 1703. Ce sont ces considérations qui m'ont engagé à chercher des Crics plus parfaits que les ordinaires, & moins sujets à s'ûler. Ceux que je propose ici ont encore l'avantage de pouvoir être substitués à la plupart des Machines qu'on emploie pour agir avec beaucoup de force, c'est de quoi il sera aisé de juger par les Figures suivantes.

## FIGURE I.

Elle représente le Cric que je substitué au Cric employé ordinairement à lever des fardeaux. Sa construction est si simple, que je crois qu'on l'entendra assez par la seule inspection de la Figure, sans qu'il soit besoin d'autre explication. Je ferai seulement remarquer que quoi-qu'il soit incontestable parmi les Mechaniciens qu'on perd toujours en vitesse ce qu'on gagne en force, & réciproquement qu'on perd en force ce qu'on gagne en vitesse; que cependant un homme seul fait à peu-près autant d'effet avec ce Cric, & aussi vite que deux hommes en font avec le Cric ordinaire, & c'est ce qui a été justifié par des expériences réitérées. Je ne veux pourtant pas insinuer que ces expériences donnent atteinte au plus celebre Axiome de la Mechanique, mais je veux seulement faire observer que la force est appliquée plus avantageusement sur le nouveau Cric qu'elle ne l'est sur les anciens, qu'un homme seul donne autant de sa force à celui-ci que deux hommes donnent de la leur à l'autre. Et cela 1°. parce que chaque homme ne peut agir que d'une main sur le Cric ordinaire, au lieu que les deux mains agissent sur celui que je propose. 2°. C'est que c'est toujours en pesant que l'homme agit sur le nouveau Cric, & on sçait que c'est la façon d'agir dans laquelle il a le plus de force. 3°. Quand le Cric ordinaire n'est pas bien huilé, le frottement des roües & des pignons y est considerable, & consume une grande partie de la force. C'est aussi par la diminu-

tion des frottements que ce Cric est bien moins sujet à s'user que les anciens.

## FIGURE II.

On y a fait représenter le Cric ordinaire, afin qu'on soit plus en état de le comparer avec l'autre.

## FIGURE III.

Elle représente un autre Cric propre à faire l'effet de celui de la Figure I. ils sont l'un & l'autre dans le même principe, mais ce dernier diffère du premier, en ce que la Cramailière du dernier est taillée dans la tige même du Cric, & qu'elle ne monte pas comme dans la Figure I.

## FIGURE IV.

Elle représente la construction que je donne au nouveau Cric, pour le rendre propre à être substitué au Cabestan, & il lui est substitué avec avantage, car il épargne les hommes qu'on est obligé d'y employer pour tenir le garant, c'est-à-dire, pour tenir le bout de la corde qui se dévide de dessus le Cabestan, pendant qu'une partie de la corde qui tire le fardeau vient s'y entortiller. D'ailleurs le Cabestan employe une force considérable à plier le garant ou le cable autour de son arbre ou fusée, & cette force, qui est employée en pure perte par rapport au poids à tirer, est d'autant plus considérable que le cable est plus gros, & cablé plus dur & plus roide.

D'ailleurs il est aisé de voir par la Figure qu'on peut augmenter la force de ce Cric selon le besoin, en changeant de trou la cheville du Levier, ce qui se fait très vite & sans embarras.

## FIGURE V.

Elle représente ce Cric mis en état d'agir comme les Chevres ordinaires sur lesquelles il a encore des avantages.

Enfin il est aisé de voir qu'on peut appliquer cette Ma-

304 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
chine dans la plupart des occasions où l'on a à faire de  
grands efforts, & qu'elle épargnera souvent l'embaras  
des cordages, des mouffes ou palans, &c.

---

## OBSERVATION

*De l'Eclipse d'Aldeberam par la Lune, faite le 25  
Septembre 1717.*

Par M. MARALDI.

7 De-  
cembre  
1717.

Nous avons observé l'Eclipse d'Aldeberam par la  
Lune, qui est arrivée le 25 Septembre, cinq jours  
après l'Eclipse de Lune.

A 9<sup>h</sup> 11' 33" Aldeberam fut caché par le bord éclairé  
de la Lune vis à-vis la Tache appelée Grimaldi.

A 10<sup>h</sup> 3' 53" Aldeberam sortit du bord obscur de la  
Lune, l'Eclipse ayant duré 52' & 20".

Nous n'avons point remarqué aucun changement dans  
l'Etoile en entrant & en sortant de la Lune qui puisse  
donner quelque marque d'une Atmosphere autour de cet  
Astre.

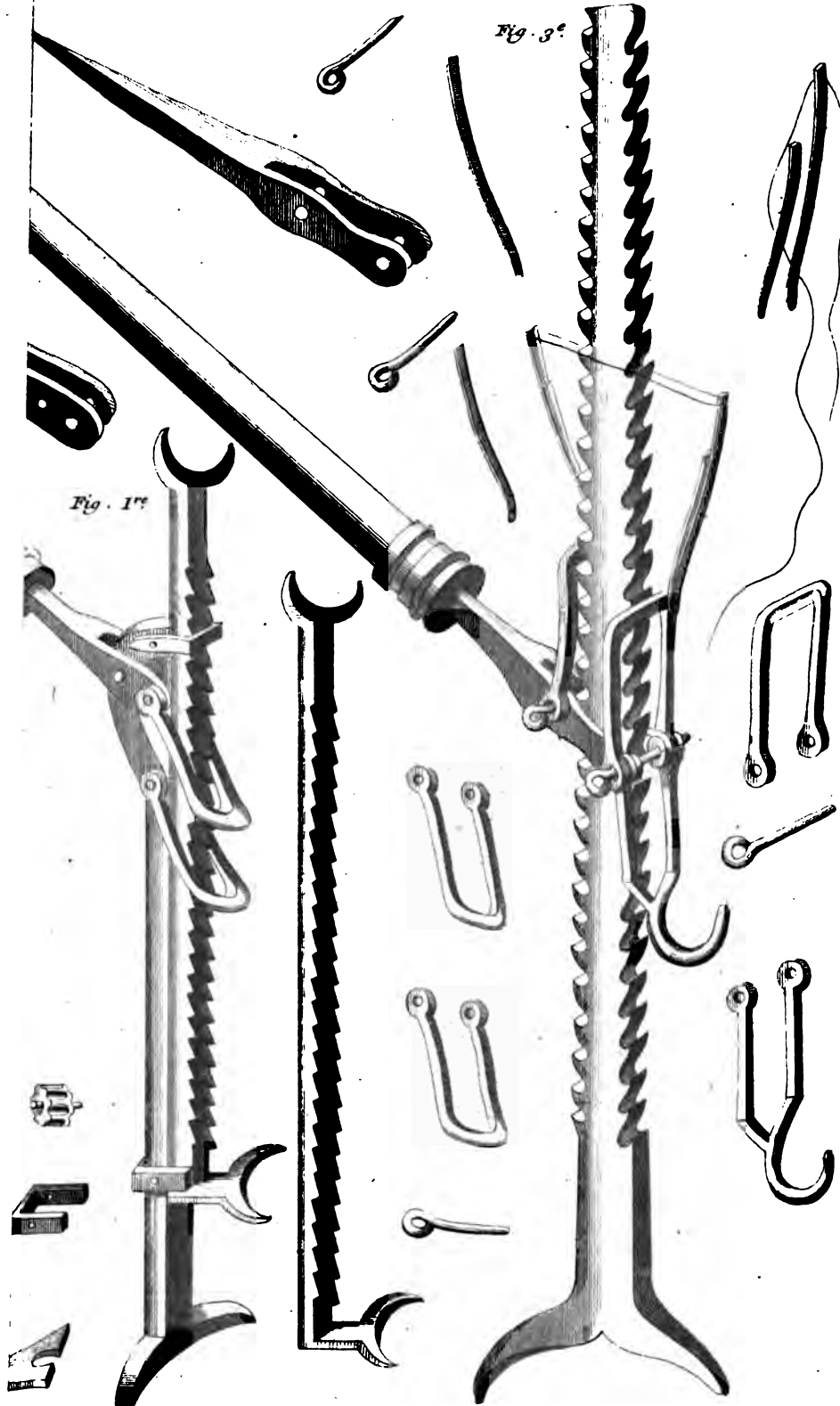
La même nuit aussi-bien que la précédente & la sui-  
vante nous fîmes plusieurs Observations du passage de la  
Lune & de l'Etoile tant par des Cercles horaires qu'au  
Meridien pour la recherche de la Parallaxe de la Lune  
que nous rapporterons dans une autre occasion.

*F I N.*



Mem. de l'Acad. 1717 pl. 274. 304.

Fig. 3<sup>e</sup>



Ph. Simonneau filius Del. & Sc.



